Distribuciones Binomial y Normal

Ejercicio nº 1.-

Extraemos tres cartas de una baraja y anotamos el número de ases.
Haz una tabla con las probabilidades y calcula la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 2.-

Una urna, *A*, contiene tres bolas con los números 1, 2 y 3, respectivamente. Otra urna, B, tiene dos bolas, con los números 4 y 5. Elegimos una urna al azar, extraemos una bola y miramos el número obtenido.
a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 3.-

En una bolsa hay 3 bolas rojas, 5 blancas y 2 verdes. Hacemos tres extracciones con reemplazamiento y anotamos el número total de bolas verdes que hemos sacado.

a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 4.-

En un sorteo que se realiza diariamente de lunes a viernes, la probabilidad de ganar es 0,1. Vamos a jugar los cinco días de la semana y estamos interesados en saber cuál es la probabilidad de ganar 0, 1, 2, 3, 4 ó 5 días.

a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 5.-

Lanzamos tres dados y anotamos el número de cincos que obtenemos.

a) ¿Cuál es la distribución de probabilidad?
b) Calcula la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 6.-

Para cada una de las situaciones que se te proponen a continuación, di si se trata de una distribución binomial y, en caso afirmativo, identifica los valores de *n* y *p*:

a) Se calcula que el 51% de los niños que nacen son varones. En una población de 100 recién nacidos, nos preguntamos por el número de niñas que hay.

b) Un examen tipo test tiene 30 preguntas a las que hay que responder verdadero o falso. Para un alumno que conteste al azar, nos interesa saber el número de respuestas acertadas que tendrá.

Ejercicio nº 7.-

Para cada una de las siguientes situaciones, indica si sigue una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica en ella los valores de n y p:

a) Lanzamos cien veces un dado y nos preguntamos por el número de unos que obtenemos.
b) Extraemos una carta de una baraja y vemos si es un as o no. Sin devolverla al mazo, extraemos otra y también miramos si se trata de un as o no, ... y así sucesivamente hasta diez veces.

Ejercicio nº 8.-

En cada una de estas situaciones, explica si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, di cuáles son los valores de n y p:

a) El 3% de las chinchetas que se hacen en una determinada fábrica salen defectuosas. Se empaquetan en cajas de 20 chinchetas. Estamos interesados en el número de chinchetas defectuosas de una caja elegida al azar.
b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas de cada color que hemos obtenido.

Ejercicio nº 9.-

En cada una de las siguientes situaciones, explica si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de n y p:

a) Se ha comprobado que una determinada vacuna produce reacción alérgica en dos de cada mil individuos. Se ha vacunado a 500 personas y nos interesamos por el número de reacciones alérgicas.
b) El 35% de una población de 2000 individuos tiene el cabello rubio. Elegimos a diez personas al azar y estamos interesados en saber cuántas personas rubias hay.

Ejercicio nº 10.-

Explica para cada una de estas situaciones si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de n y p:

a) El 2% de las naranjas que se empaquetan en un cierto lugar están estropeadas. Se empaquetan en bolsas de 10 naranjas cada una. Nos preguntamos por el número de naranjas estropeadas de una bolsa elegida al azar.
b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas blancas que hemos extraído.

Ejercicio nº 11.-

La probabilidad de que un determinado medicamento provoque reacción alérgica es de 0,02. Si se le administra el medicamento a 20 pacientes, calcula la probabilidad de que tengan reacción alérgica:

a) Al menos uno de ellos.
b) Más de 18.

Halla la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 12.-

Se sabe que el 30% de la población de una determinada ciudad ve un concurso que hay en televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas de esa ciudad elegidas al azar. Calcula la probabilidad de que, entre esas 10 personas, estuvieran viendo el programa:

a) Más de 8.
b) Alguna de las 10.

Halla la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 13.-

El 65% de los alumnos de un cierto instituto cursan estudios universitarios al terminar el Bachillerato. En un grupo de ocho alumnos elegidos al azar, halla la probabilidad de que estudien una carrera:

a) Alguno de ellos.
b) Más de seis.

Calcula la media y la desviación típica.

Ejercicio nº 14.-

Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 5 veces, calcula la probabilidad de sacar:

a) Alguna bola verde.
b) Menos de dos bolas verdes.

Halla el número medio de bolas verdes extraídas. Calcula también la desviación típica.

Ejercicio nº 15.-

Lanzamos un dado siete veces y vamos anotando los resultados. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Algún tres.
b) Más de cinco treses.

Halla el número medio de treses obtenidos y la desviación típica.

Ejercicio nº 16.-

La función de densidad de una variable continua x viene dada por:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<1 \\ \dfrac{(x+1)}{10} & \text{si } 1\leq x\leq 3 \\ \dfrac{(5-x)}{5} & \text{si } 3<x\leq 5 \\ 0 & \text{si } x>5 \end{cases}$$

a) Representa gráficamente $f(x)$.
b) Calcula $P[x>3]$ y $P[2\leq x\leq 4]$.

Ejercicio nº 17.-

La función de densidad de una variable continua, x, viene dada por:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{x}{4} & \text{si } 0\leq x\leq 2 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } 2<x\leq 3 \\ 0 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

a) Represéntala gráficamente.
b) Calcula $P[x<2]$ y $P[2\leq x\leq 4]$.

Ejercicio nº 18.-

La función de densidad de una variable continua, x, viene dada por

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{2-x}{2} & \text{si } 0\leq x\leq 2 \\ 0 & \text{si } x>2 \end{cases}$$

a) Represéntala gráficamente.
b) Calcula $P[x\leq 1]$ y $P\left[\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{3}{2}\right]$.

Ejercicio nº 19.-

La demanda diaria de un cierto producto es una variable continua *x* (medida en toneladas) cuya función de densidad es la siguiente:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{x}{2} & \text{si } 0\le x\le 1 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } 1<x\le 2 \\ \dfrac{(x-3)}{2} & \text{si } 2<x\le 3 \\ 0 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

a) Represéntala gráficamente.
b) Calcula las siguientes probabilidades:

$P[x > 2]$ (demanda superior a 2 toneladas)

$P[1,5 < x < 2,5]$ (demanda comprendida entre 1,5 y 2,5 toneladas).

Ejercicio nº 20.-

Una varible continua tiene como función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{(4-x)}{8} & \text{si } x\in[0,4] \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

a) Representa gráficamente $f(x)$.
b) Calcula $P[x>2]$ y $P[1\le x\le 2]$.

Ejercicio nº 21.-

Halla, en una distribución $N(0, 1)$, las siguientes probabilidades:

a) $p[z>-0,2]$
b) $p[z>1,27]$
c) $p[-0,52<z<1,03]$

Ejercicio nº 22.-

Halla las siguientes probabilidades en una distribución $N(0, 1)$:

a) $p[z<-1,73]$
b) $p[0,62<z<1,34]$
c) $p[-1,2<z<1,2]$

Ejercicio nº 23.-

Calcula, en una distribución *N*(0, 1), las siguientes probabilidades:

a) $p[z < -2{,}3]$
b) $p[0{,}12 < z < 3]$
c) $p[-1{,}8 < z < 0{,}15]$

Ejercicio nº 24.-

En una distribución *N*(0,1), calcula las siguientes probabilidades:

a) $p[z > 2{,}21]$
b) $p[z > -1{,}25]$
c) $p[-0{,}86 < z < 2{,}34]$

Ejercicio nº 25.-

En una distribución *N*(0, 1), calcula:

a) $p[z > 1{,}18]$
b) $p[z < -2{,}1]$
c) $p[-0{,}71 < z < 1{,}23]$

Ejercicio nº 26.-

El tiempo empleado, en horas, en hacer un determinado producto sigue una distribución *N*(10, 2). Calcula la probabilidad de que ese producto se tarde en hacer:

a) Menos de 7 horas.
b) Entre 8 y 13 horas.

Ejercicio nº 27.-

Las ventas diarias, en euros, en un determinado comercio siguen una distribución *N*(950, 200). Calcula la probabilidad de que las ventas diarias en ese comercio:

a) Superen los 1200 euros.
b) Estén entre 700 y 1000 euros.

Ejercicio nº 28.-

El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal *N*(192, 12). Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:

a) Superior a 200 unidades.
b) Entre 180 y 220 unidades.

Ejercicio nº 29.-

El peso de una carga de naranjas, en gramos, sigue una distribución *N*(175, 12). Calcula la probabilidad de que una naranja elegida al azar pese:

a) Más de 200 gramos.
b) Entre 150 y 190 gramos.

Ejercicio nº 30.-

La edad de un determinado grupo de personas sigue una distribución *N*(35, 10). Calcula la probabilidad de que una persona de ese grupo, elegido al azar, tenga:

a) Más de 40 años.
b) Entre 23 y 47 años.

Ejercicio nº 31.-

En una distribución *N*(0, 1), halla el valor de *k* en cada caso:

a) $p[z < k] = 0{,}9969$
b) $p[-k < z < k] = 0{,}985$

Ejercicio nº 32.-

Halla el valor de *k* en cada caso, sabiendo que *z* sigue una distribución *N*(0, 1):

a) $p[z < k] = 0{,}9319$
b) $p[-k < z < k] = 0{,}8472$

Ejercicio nº 33.-

En una distribución *N*(0, 1), halla el valor de *k* en cada caso:

a) $p[z < k] = 0{,}9969$
b) $p[-k < z < k] = 0{,}985$

Ejercicio nº 34.-

En una distribución *N*(25, 6), halla el valor de *k* en cada caso:

a) $p[x < k] = 0{,}8315$
b) $p[x > k] = 0{,}0062$

Ejercicio nº 35.-

Calcula el valor de *k* en cada caso, sabiendo que *x* sigue una distribución *N*(10, 4):

a) $p[x < k] = 0{,}9986$
b) $p[x > k] = 0{,}0808$

Ejercicio nº 36.-

Un examen de 100 preguntas admite como respuesta en cada una de ellas dos posibilidades, verdadero o falso. Si un alumno contesta al azar, calcula la probabilidad de que acierte más de 60 respuestas.

Ejercicio nº 37.-

En una urna hay 3 bolas rojas, 2 blancas y 5 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 50 veces, ¿cuál es la probabilidad de sacar roja en más de 20 ocasiones?

Ejercicio nº 38.-

El 60% de una población de 20 000 habitantes tiene los ojos oscuros. Si elegimos al azar 50 personas de esa población, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 30 personas con los ojos oscuros?

Ejercicio nº 39.-

Lanzamos un dado 300 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos más de 70 unos?

Ejercicio nº 40.-

El 7% de los pantalones de una determinada marca salen con algún defecto. Se empaquetan en caja de 80 para distribuirlos por diferentes tiendas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya más de 10 pantalones defectuosos?

Soluciones

Ejercicio nº 1.-

Extraemos tres cartas de una baraja y anotamos el número de ases.
Haz una tabla con las probabilidades y calcula la media y la desviación típica.

Solución:

Los posibles valores de x_i son 0,1,2,3. La tabla de la distribución de probabilidad es la siguiente:

x_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{729}{1000}=0{,}729$	$\frac{81}{1000}=0{,}81$	$\frac{9}{1000}=0{,}009$	$\frac{1}{1000}=0{,}001$

Calculamos la media y la desviación típica:

$$\mu=\Sigma\, p_i x_i=0{,}3 \quad\rightarrow\quad \mu=0{,}3$$

$$\sigma=\sqrt{\Sigma\, p_i x_i^2-\mu^2}=\sqrt{0{,}36-0{,}09}=\sqrt{0{,}27}=0{,}52 \quad\rightarrow\quad \sigma=0{,}52$$

Ejercicio nº 2.-

Una urna, *A*, contiene tres bolas con los números 1, 2 y 3, respectivamente. Otra urna, B, tiene dos bolas, con los números 4 y 5. Elegimos una urna al azar, extraemos una bola y miramos el número obtenido.
a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

a) Los posibles valores de x_i son 1, 2, 3, 4, 5. La tabla de la distribución de probabilidad es la siguiente:

x_i	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

b) $\mu=\sum p_i\, x_i=\frac{13}{4}=3{,}25 \quad\rightarrow\quad \mu=3{,}25$

$$\sigma=\sqrt{\sum p_i\; x_i^2-\mu^2}=\sqrt{\frac{151}{12}-\frac{169}{16}}=\sqrt{\frac{97}{48}}=1{,}42 \quad\rightarrow\quad \sigma=1{,}42$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

En una bolsa hay 3 bolas rojas, 5 blancas y 2 verdes. Hacemos tres extracciones con reemplazamiento y anotamos el número total de bolas verdes que hemos sacado.

a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

a) Los posibles valores de x_i son 0, 1, 2, 3. La tabla de la distribución de probabilidad es la siguiente:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,512	0,384	0,096	0,008

b) $\mu = \Sigma p_i x_i = 0{,}6 \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}6$

$$\sigma = \sqrt{\Sigma p_i x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{0{,}84 - 0{,}36} = \sqrt{0{,}48} = 0{,}69 \quad \rightarrow \quad \sigma = 0{,}69$$

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

En un sorteo que se realiza diariamente de lunes a viernes, la probabilidad de ganar es 0,1. Vamos a jugar los cinco días de la semana y estamos interesados en saber cuál es la probabilidad de ganar 0, 1, 2, 3, 4 ó 5 días.

a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

a)

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,59049	0,32805	0,0729	0,0081	0,00045	0,00001

b) $\mu = \Sigma p_i x_i = 0{,}5 \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}5$

$$\sigma = \sqrt{\Sigma p_i x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{0{,}7 - 0{,}25} = \sqrt{0{,}45} = 0{,}67 \quad \rightarrow \quad \sigma = 0{,}67$$

Ejercicio nº 5.-

Lanzamos tres dados y anotamos el número de cincos que obtenemos.

a) ¿Cuál es la distribución de probabilidad?
b) Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

a) Los posibles valores de x_i son 0, 1, 2, 3. La tabla de la distribución de probabilidad es la siguiente:

x_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{125}{216}=0{,}58$	$\frac{75}{216}=0{,}35$	$\frac{15}{216}=0{,}07$	$\frac{1}{216}=0{,}005$

---

b) $\mu=\Sigma p_i x_i=\frac{108}{216}=\frac{1}{2}=0{,}5 \quad\rightarrow\quad \mu=0{,}5$

$$\sigma=\sqrt{\Sigma p_i\, x_i^2-\mu^2}=\sqrt{\frac{144}{216}-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{5}{12}}=0{,}65 \quad\rightarrow\quad \sigma=0{,}65$$

Ejercicio nº 6.-

Para cada una de las situaciones que se te proponen a continuación, di si se trata de una distribución binomial y, en caso afirmativo, identifica los valores de *n* y *p*:

a) Se calcula que el 51% de los niños que nacen son varones. En una población de 100 recién nacidos, nos preguntamos por el número de niñas que hay.
b) Un examen tipo test tiene 30 preguntas a las que hay que responder verdadero o falso. Para un alumno que conteste al azar, nos interesa saber el número de respuestas acertadas que tendrá.

Solución:

a) Es una distribución binomial con $n=100,\ p=0{,}49 \rightarrow B(100;\ 0{,}49)$

b) Es una distribución binomial con $n=30,\ p=\frac{1}{2} \rightarrow B\left(30,\ \frac{1}{2}\right)$

Ejercicio nº 7.-

Para cada una de las siguientes situaciones, indica si sigue una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica en ella los valores de *n* y *p*:

a) Lanzamos cien veces un dado y nos preguntamos por el número de unos que obtenemos.
b) Extraemos una carta de una baraja y vemos si es un as o no. Sin devolverla al mazo, extraemos otra y también miramos si se trata de un as o no, ... y así sucesivamente hasta diez veces.

Solución:

a) Es una distribución binomial con $n = 100,\ p = \frac{1}{6} \to B\left(100,\ \frac{1}{6}\right)$

b) No es una binomial, pues la probabilidad de obtener as para la segunda carta es distinta que para la primera (al ser sin reemplazamiento las extracciones).

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

En cada una de estas situaciones, explica si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, di cuáles son los valores de *n* y *p*:

a) El 3% de las chinchetas que se hacen en una determinada fábrica salen defectuosas. Se empaquetan en cajas de 20 chinchetas. Estamos interesados en el número de chinchetas defectuosas de una caja elegida al azar.
b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas de cada color que hemos obtenido.

Solución:

a) Es una distribución binomial con $n = 20,\ p = 0{,}03 \to B(20;\ 0{,}03)$

b) No se trata de una binomial, ya que tenemos más de dos resultados posibles: rojo, blanco, verde.

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

En cada una de las siguientes situaciones, explica si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de *n* y *p*:

a) Se ha comprobado que una determinada vacuna produce reacción alérgica en dos de cada mil individuos. Se ha vacunado a 500 personas y nos interesamos por el número de reacciones alérgicas.
b) El 35% de una población de 2000 individuos tiene el cabello rubio. Elegimos a diez personas al azar y estamos interesados en saber cuántas personas rubias hay.

Solución:

a) Es una distribución binomial con $n = 500$, $p = \dfrac{2}{1000} = 0{,}002 \rightarrow B(500;\ 0{,}002)$

b) Es una distribución binomial con $n = 10$, $p = 0{,}35 \rightarrow B(10;\ 0{,}35)$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Explica para cada una de estas situaciones si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de *n* y *p*:

a) El 2% de las naranjas que se empaquetan en un cierto lugar están estropeadas. Se empaquetan en bolsas de 10 naranjas cada una. Nos preguntamos por el número de naranjas estropeadas de una bolsa elegida al azar.
b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas blancas que hemos extraído.

Solución:

a) Es una distribución binomial con $n = 10$, $p = 0{,}02 \rightarrow B(10;\ 0{,}02)$

b) Es una distribución binomial con $n = 10$, $p = \dfrac{3}{7} \rightarrow B\left(10,\ \dfrac{3}{7}\right)$

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

La probabilidad de que un determinado medicamento provoque reacción alérgica es de 0,02. Si se le administra el medicamento a 20 pacientes, calcula la probabilidad de que tengan reacción alérgica:

a) Al menos uno de ellos.
b) Más de 18.

Halla la media y la desviación típica.

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de pacientes con reacción alérgica", se trata de una distribución binomial con $n = 20$, $p = 0{,}02 \rightarrow B(20;\ 0{,}02)$

a) $p[x > 1] = 1 - p[x < 1] = 1 - p[x = 0] = 1 - 0{,}98^{20} = 0{,}332 \rightarrow p[x > 1] = 0{,}332$

b) $p[x > 18] = p[x = 19] + p[x = 20] =$

$$= 20 \cdot 0{,}02^{19} \cdot 0{,}98 + 0{,}02^{20} = 1{,}03 \cdot 10^{-31} \approx 0 \rightarrow p[x > 18] \approx 0$$

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu = np = 20 \cdot 0{,}02 = 0{,}4 \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}4$$
$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{20 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98} = 0{,}63 \quad \rightarrow \quad \sigma = 0{,}63$$

Ejercicio nº 12.-

Se sabe que el 30% de la población de una determinada ciudad ve un concurso que hay en televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas de esa ciudad elegidas al azar. Calcula la probabilidad de que, entre esas 10 personas, estuvieran viendo el programa:

a) Más de 8.
b) Alguna de las 10.

Halla la media y la desviación típica.

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de personas entre esas 10, que están viendo el programa", se trata de una distribución binomial con $n = 10$, $p = 0{,}3 \rightarrow B(10;\ 0{,}3)$.

a) $p[x > 8] = p[x = 9] + p[x = 10] =$

$$= \binom{10}{9} \cdot 0{,}3^{9} \cdot 0{,}7 + \binom{10}{10} \cdot 0{,}3^{10} = 10 \cdot 0{,}3^{9} \cdot 0{,}7 + 0{,}3^{10} = 0{,}000144 \rightarrow p[x > 8] = 0{,}000144$$

b) $p[x > 0] = 1 - p[x = 0] = 1 - 0{,}7^{10} = 0{,}972 \rightarrow p[x > 0] = 0{,}972$

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu = np = 10 \cdot 0{,}3 = 3 \quad \rightarrow \quad \mu = 3$$
$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{10 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} = \sqrt{2{,}1} = 1{,}45 \quad \rightarrow \quad \sigma = 1{,}45$$

Ejercicio nº 13.-

El 65% de los alumnos de un cierto instituto cursan estudios universitarios al terminar el Bachillerato. En un grupo de ocho alumnos elegidos al azar, halla la probabilidad de que estudien una carrera:

a) Alguno de ellos.
b) Más de seis.

Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

Si llamamos $x=$ "número de alumnos, de un grupo de 8, que estudian carrera", se trata de una distribución binomial con $n=8$, $p=0{,}65$ $\rightarrow B(8;\ 0{,}65)$

a) $p[x>0]=1-p[x=0]=1-0{,}35^8=0{,}9998 \rightarrow p[x>0]=0{,}9998$

b) $p[x>6]=p[x=7]+p[x=8]=$

$$=\binom{8}{7}\cdot 0{,}65^7\cdot 0{,}35+\binom{8}{8}\cdot 0{,}65^8=8\cdot 0{,}65^7\cdot 0{,}35+0{,}65^8=0{,}169 \quad \rightarrow \quad p[x>6]=0{,}169$$

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu=np=8\cdot 0{,}65=5{,}2 \quad \rightarrow \quad \mu=5{,}2$$

$$\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{8\cdot 0{,}65\cdot 0{,}35}=1{,}35 \quad \rightarrow \quad \sigma=1{,}35$$

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 5 veces, calcula la probabilidad de sacar:

a) Alguna bola verde.
b) Menos de dos bolas verdes.

Halla el número medio de bolas verdes extraídas. Calcula también la desviación típica.

Solución:

Si llamamos $x=$ "número de bolas verdes extraídas", se trata de una distribución binomial con $n=5,\ p=\frac{2}{10}=0{,}2 \quad \rightarrow \quad B(5;\ 0{,}2)$

a) $p[x>0]=1-p[x=0]=1-0{,}8^5=0{,}672 \rightarrow p[x>0]=0{,}672$

b) $p[x<2]=p[x=0]+p[x=1]=0{,}8^5+5\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8^4=0{,}737 \rightarrow p[x<2]=0{,}737$

Hallamos la media y la desviación típica:

$\mu=np=5\cdot 0{,}2=1$ bola verde (por término medio) $\rightarrow \quad \mu=1$

$\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{5\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8}=0{,}89 \quad \rightarrow \quad \sigma=0{,}89$

<u>Ejercicio nº 15.-</u>

Lanzamos un dado siete veces y vamos anotando los resultados. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Algún tres.
b) Más de cinco treses.

Halla el número medio de treses obtenidos y la desviación típica.

Solución:

Si hallamos $x =$ "número de treses obtenidos", se trata de una distribución binomial con $n =$ 7, $p = \frac{1}{6} \quad \rightarrow \quad B\left(7, \frac{1}{6}\right)$

a) $p[x > 0] = 1 - p[x = 0] = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^7 = 0{,}721 \rightarrow p[x > 0] = 0{,}721$

b) $p[x > 5] = p[x = 6] + p[x = 7] =$

$$= \binom{7}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot \frac{5}{6} + \binom{7}{7} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7 = 7 \cdot \frac{5}{6^7} + \frac{1}{6^7} = \frac{36}{6^7} = \frac{1}{6^5} = 0{,}000129 \rightarrow p[x > 5] = 0{,}000129$$

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu = np = 7 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \approx 1{,}17 \rightarrow \mu \approx 1{,}17$$
$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{35}{36}} = 0{,}986 \rightarrow \quad \sigma = 0{,}986$$

<u>Ejercicio nº 16.-</u>

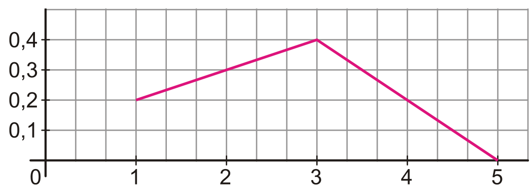
La función de densidad de una variable continua x viene dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \dfrac{(x+1)}{10} & \text{si } 1 \le x \le 3 \\ \dfrac{(5-x)}{5} & \text{si } 3 < x \le 5 \\ 0 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

a) Representa gráficamente $f(x)$.
b) Calcula $P[x > 3]$ y $P[2 \le x \le 4]$.

***Solución*:**

a) La gráfica es:



b) El área bajo la curva es 1.

- $P[x > 3]$ es el área de un triángulo de base 2 y altura 0,4. Por tanto:

$$P[x>3]=P[3\le x\le 5]=\frac{2\cdot 0{,}4}{2}=0{,}4 \;\rightarrow\; P[x>3]=0{,}4$$

- Entre 2 y 3 tenemos un trapecio de bases 0,4 y 0,3 y altura 1; y entre 3 y 4 tenemos otro trapecio de bases 0,4 y 0,2 y altura 1. Por tanto:

$$P[2\le x\le 4]=P[2\le x<3]+P[3\le x\le 4]=\frac{(0{,}4+0{,}3)\cdot 1}{2}+\frac{(0{,}4+0{,}2)\cdot 1}{2}=$$

$$=\frac{0{,}7}{2}+\frac{0{,}6}{2}=0{,}35+0{,}3=0{,}65 \;\rightarrow\; P[2\le x\le 4]=0{,}65$$

<u>Ejercicio nº 17.-</u>

La función de densidad de una variable continua, *x*, viene dada por:

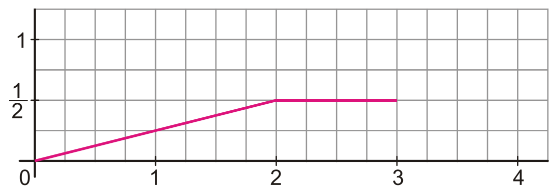
$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{x}{4} & \text{si } 0\le x\le 2 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } 2<x\le 3 \\ 0 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

a) Represéntala gráficamente.

b) Calcula $P[x<2]$ y $P[2\le x\le 4]$.

Solución:

a) La gráfica es la siguiente:



b) El area bajo la curva es 1.

- $P[x<2]$ es el área de un triángulo de base 2 y altura es $\frac{1}{2}$. Por tanto:

$$P[x<2]=P[0\le x\le 2]=\frac{2\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{2}\ \rightarrow\ P[x<2]=\frac{1}{2}$$

- $P[2\le x\le 4]$ es el área de un rectángulo de base 1 y altura $\frac{1}{2}$. Por tanto:

$$P[2\le x\le 4]=P[2\le x\le 3]=1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ \rightarrow\ P[2\le x\le 4]=\frac{1}{2}$$

<u>Ejercicio nº 18.-</u>

La función de densidad de una variable continua, *x*, viene dada por

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x<0\\ \frac{2-x}{2} & \text{si } 0\le x\le 2\\ 0 & \text{si } x>2\end{cases}$$

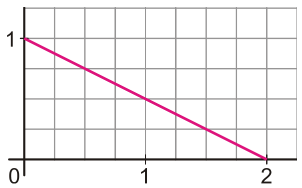
a) Represéntala gráficamente.

b) Calcula $P[x\le 1]$ y $P\left[\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right]$.

Solución:

a) $y=\frac{2-x}{2}$, si $0\le x\le 2$ corresponde al segmento que une los puntos $(0,1)$ y $(2,0)$.

La gráfica de $f(x)$ es:



b) El área total bajo la curva es 1.

- $P[x\le 1]$ es el área de un trapecio cuyas bases miden 1 y $\frac{1}{2}$, y su altura es 1. Por tanto:

$$P[x\le 1]=P[0\le x\le 1]=\frac{\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot 1}{2}=\frac{\frac{3}{2}}{2}=\frac{3}{4}\ \rightarrow\ P[x\le 1]=\frac{3}{4}$$

- Entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{2}$ tenemos un trapecio de bases $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{4}$, y de altura 1. Por tanto:

$$P\left[\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right]=\frac{\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}\ \rightarrow\ P\left[\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right]=\frac{1}{2}$$

Ejercicio nº 19.-

La demanda diaria de un cierto producto es una variable continua x (medida en toneladas) cuya función de densidad es la siguiente:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{x}{2} & \text{si } 0\le x\le 1 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } 1<x\le 2 \\ \dfrac{(x-3)}{2} & \text{si } 2<x\le 3 \\ 0 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

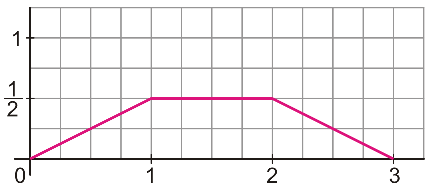
a) Represéntala gráficamente.
b) Calcula las siguientes probabilidades:

$P[x > 2]$ (demanda superior a 2 toneladas)

$P[1,5 < x < 2,5]$ (demanda comprendida entre 1,5 y 2,5 toneladas).

Solución:

a) La gráfica es la siguiente:



b) El área total bajo la curva es 1.

• $P[x>2]$ es el área de un triángulo de base 1 y altura es $\frac{1}{2}$. Por tanto:

$$P[x>2]=P[2<x<3]=\frac{1\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}\ \rightarrow\ P[x>2]=\frac{1}{4}$$

• $P[1,5<x<2,5]$ es el área de un cuadrado de lado $\frac{1}{2}$ (entre 1,5 y 2) más el área de un trapecio (entre 2 y 2,5) de bases $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$, y altura $\frac{1}{2}$. Por tanto:

$$P[1,5<x<2,5]=P[1,5<x\le 2]+P[2\le x<2,5]=$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{7}{16}\ \rightarrow\ P[1,5<x<2,5]=\frac{7}{16}$$

Ejercicio nº 20.-

Una varible continua tiene como función de densidad:

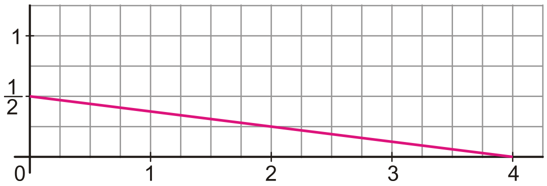
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{(4-x)}{8} & \text{si } x\in[0,4]\\ 0 & \text{resto}\end{cases}$$

a) Representa gráficamente $f(x)$.

b) Calcula $P[x>2]$ y $P[1\le x\le 2]$.

***Solución*:**

a) La gráfica es la siguiente:



b) El área bajo la curva es 1.

- $P[x>2]$ es el área de un triángulo de base 2 y altura es $\dfrac{1}{4}$. Por tanto:

$$P[x>2]=P[2\le x\le 4]=\frac{2\cdot\frac{1}{4}}{2}=\frac{1}{4}\ \rightarrow\ P[x>2]=\frac{1}{4}$$

- Entre 1 y 2 tenemos un trapecio de bases $\dfrac{3}{8}$ y $\dfrac{1}{4}$ y altura 1. Por tanto:

$$P[1\le x\le 2]=\frac{\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{4}\right)\cdot 1}{2}=\frac{\frac{5}{8}}{2}=\frac{5}{16}\ \rightarrow\ P[1\le x\le 2]=\frac{5}{16}$$

Ejercicio nº 21.-

Halla, en una distribución $N(0, 1)$, las siguientes probabilidades:

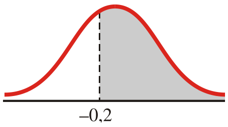
a) $p[z>-0{,}2]$

b) $p[z>1{,}27]$

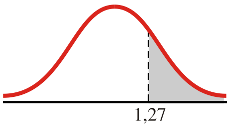
c) $p[-0{,}52<z<1{,}03]$

Solución:

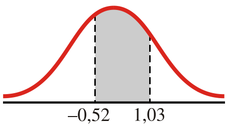
a) $p[z>-0{,}2]=p[z<0{,}2]=0{,}5793$



b) $p[z > 1{,}27] = 1 - p[z - 1{,}27] = 1 - 0{,}8980 = 0{,}1020$



c) $p[\,-0{,}52 < z < 1{,}03] = p[z < 1{,}03] - p[z < -0{,}52] =$
$p[z < 1{,}03] - p[z > 0{,}52] = p[z < 1{,}03] - (1 - p[z \le 0{,}52]) =$
$= 0{,}8485 - (1 - 0{,}6985) = 0{,}5470$



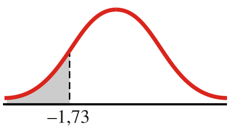
Ejercicio nº 22.-

Halla las siguientes probabilidades en una distribución *N*(0, 1):

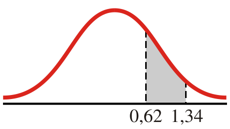
a) $\boldsymbol{p[z < -1{,}73]}$
b) $\boldsymbol{p[0{,}62 < z < 1{,}34]}$
c) $\boldsymbol{p[-1{,}2 < z < 1{,}2]}$

Solución:

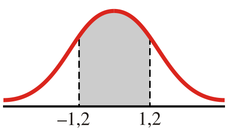
a) $p[z < -1{,}73] = p[z > 1{,}73] = 1 - p[z < 1{,}73] = 1 - 0{,}9582 = 0{,}0418$



b) $p[\,0{,}62 < z < 1{,}34] = p[z < 1{,}34] - p[z < 0{,}62] = 0{,}9099 - 0{,}7324 = 0{,}1775$



c) $p[-1{,}2 < z < 1{,}2] = 2(p[z < 1{,}2] - 0{,}5) = 2(0{,}8849 - 0{,}5) = 0{,}7698$



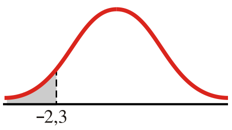
Ejercicio nº 23.-

Calcula, en una distribución *N*(0, 1), las siguientes probabilidades:

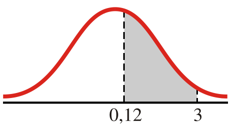
a) $p[z < -2{,}3]$
b) $p[0{,}12 < z < 3]$
c) $p[-1{,}8 < z < 0{,}15]$

Solución:

a) $p[z < -2{,}3] = p[z > 2{,}3] = 1 - p[z \quad 2{,}3] = 1 - 0{,}9893 = 0{,}0107$

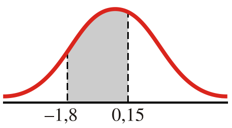


b) $p[0{,}12 < z < 3] = p[z < 3] - p[z < 0{,}12] = 0{,}9987 - 0{,}5478 = 0{,}4509$



c) $p[-1{,}8 < z < 0{,}15] = p[z < 0{,}15] - p[z < -1{,}8] = p[z < 0{,}15] - p[z > 1{,}8] =$

$= p[z < 0{,}15] - (1 - p[z \leq 1{,}8]) = 0{,}5596 - (1 - 0{,}9641) = 0{,}5237$

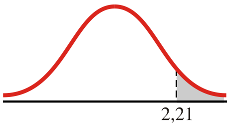


Ejercicio nº 24.-

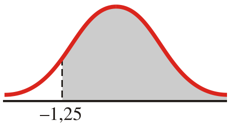
En una distribución *N*(0,1), calcula las siguientes probabilidades:
a) $p[z > 2{,}21]$
b) $p[z > -1{,}25]$
c) $p[-0{,}86 < z < 2{,}34]$

Solución:

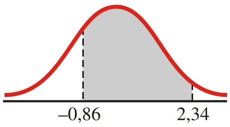
a) $p[z > 2{,}21] = 1 - p[z < 2{,}21] = 1 - 0{,}9864 = 0{,}0136$



b) $p[z > -1{,}25] = p[z < 1{,}25] = 0{,}8944$



c) $p[-0{,}86 < z < 2{,}34] = p[z < 2{,}34] - p[z < -0{,}86] =$
$= p[z < 2{,}34] - p[z > 0{,}86] =$
$= p[z < 2{,}34] - (1 - p[z \le 0{,}86]) =$
$= 0{,}9904 - (1 - 0{,}8051) = 0{,}7955$



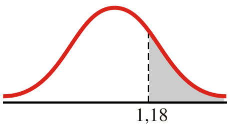
<u>Ejercicio nº 25.-</u>

En una distribución *N*(0, 1), calcula:

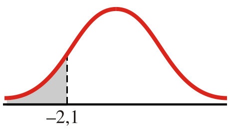
a) $\boldsymbol{p[z > 1{,}18]}$
b) $\boldsymbol{p[z < -2{,}1]}$
c) $\boldsymbol{p[-0{,}71 < z < 1{,}23]}$

Solución:

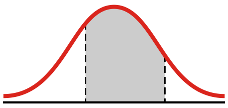
a) $p[z > 1{,}18] = 1 - p[z < 1{,}18] = 1 - 0{,}8810 = 0{,}1190$



b) $p[z < -2{,}1] = p[z > 2{,}1] = 1 - p[z - 2{,}1] = 1 - 0{,}9821 = 0{,}0179$



c) $p[-0{,}71 < z < 1{,}23] = p[z < 1{,}23] - p[z < -0{,}71] = p[z < 1{,}23] - p[z > 0{,}71] =$
$= p[z < 1{,}23] - (1 - p[z \le 0{,}71]) = 0{,}8907 - (1 - 0{,}7612) = 0{,}6519$



Ejercicio nº 26.-

El tiempo empleado, en horas, en hacer un determinado producto sigue una distribución *N*(10, 2). Calcula la probabilidad de que ese producto se tarde en hacer:

a) Menos de 7 horas.
b) Entre 8 y 13 horas.

Solución:

a) $p[x<7] = p\left[\dfrac{x-10}{2} < \dfrac{7-10}{2}\right] = p[z<-1{,}5] =$

$= p[z>1{,}5] = 1 - p[z \le 1{,}5] = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$

b) $p[8<x<13] = p\left[\dfrac{8-10}{2} < \dfrac{x-10}{2} < \dfrac{13-10}{2}\right] = p[-1<z<1{,}5] =$

$= p[z<1{,}5] - p[z<-1] = p[z<1{,}5] - p[z>1] =$

$= p[z<1{,}5] - (1 - p[z \le 1]) = 0{,}9332 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}7745$

Ejercicio nº 27.-

Las ventas diarias, en euros, en un determinado comercio siguen una distribución *N*(950, 200). Calcula la probabilidad de que las ventas diarias en ese comercio:

a) Superen los 1200 euros.
b) Estén entre 700 y 1000 euros.

Solución:

a) $p[x>1200] = p\left[\dfrac{x-950}{200} > \dfrac{1200-950}{200}\right] = p[z>1{,}25] =$

$= 1 - p[z \le 1{,}25] = 1 - 0{,}8944 = 0{,}1056$

b) $p[700<x<1000] = p\left[\dfrac{700-950}{200} < \dfrac{x-950}{200} < \dfrac{1000-950}{200}\right] =$

$= p[-1<z<0{,}25] = p[z<0{,}25] - p[z<-1] =$

$= p[z<0{,}25] - p[z>1] = p[z<0{,}25] - (1 - p[z \le 1]) =$

$= 0{,}5987 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}44$

Ejercicio nº 28.-

El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal *N*(192, 12). Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:

a) Superior a 200 unidades.
b) Entre 180 y 220 unidades.

Solución:

a) $p[x > 200] = p\left[\frac{x-192}{12} > \frac{200-192}{12}\right] = p[z > 0,67] =$

$= 1 - p[z \le 0,67] = 1 - 0,7486 = 0,2514$

b) $p[180 < x < 220] = p\left[\frac{180-192}{12} < \frac{x-192}{12} < \frac{220-192}{12}\right] =$

$= p[-1 < z < 2,33] = p[z < 2,33] - p[z < -1] =$

$= p[z < 2,33] - p[z > 1] = p[z < 2,33] - (1 - p[z \le 1]) =$

$= 0,9901 - (1 - 0,8413) = 0,8314$

Ejercicio nº 29.-

El peso de una carga de naranjas, en gramos, sigue una distribución *N*(175, 12). Calcula la probabilidad de que una naranja elegida al azar pese:

a) Más de 200 gramos.
b) Entre 150 y 190 gramos.

Solución:

a) $p[x > 200] = p\left[\frac{x-175}{12} > \frac{200-175}{12}\right] = p[z > 2,08] =$

$= 1 - p[z \le 2,08] = 1 - 0,9812 = 0,0188$

b) $p[150 < x < 190] = p\left[\frac{150-175}{12} < \frac{x-175}{12} < \frac{190-175}{12}\right] =$

$= p[-2,08 < z < 1,25] = p[z < 1,25] - p[z < -2,08] =$

$= p[z < 1,25] - p[z > 2,08] = p[z < 1,25] - (1 - p[z \le 2,08]) =$

$= 0,8944 - (1 - 0,9812) = 0,8756$

Ejercicio nº 30.-

La edad de un determinado grupo de personas sigue una distribución *N*(35, 10). Calcula la probabilidad de que una persona de ese grupo, elegido al azar, tenga:

a) Más de 40 años.
b) Entre 23 y 47 años.

Solución:

a) $p[x>40]=p\left[\frac{x-35}{10}>\frac{40-35}{10}\right]=p[z>0,5]=$

$=1-p[z\leq 0,5]=1-0,6915=0,3085$

b) $=p[23<x<47]=p\left[\frac{23-35}{10}<\frac{x-35}{10}<\frac{47-35}{10}\right]=p[-1,2<z<1,2]=$

$=2(0,8849-0,5)=0,7698$

<u>Ejercicio nº 31.-</u>

En una distribución *N*(0, 1), halla el valor de *k* en cada caso:

a) $\boldsymbol{p[z<k]=0,9969}$
b) $\boldsymbol{p[-k<z<k]=0,985}$

Solución:

a) $\varphi(2,74)=0,9969 \quad \rightarrow \quad k=2,74$

b) $p[-k<z<k]=2(p[z<k]-0,5)=2(\varphi(k)-0,5)=0,985$

$$\varphi(k)-0,5=\frac{0,985}{2} \quad \rightarrow \quad \varphi(k)=0,9925 \quad \rightarrow \quad k=2,43$$

<u>Ejercicio nº 32.-</u>

Halla el valor de *k* en cada caso, sabiendo que *z* sigue una distribución *N*(0, 1):

a) $\boldsymbol{p[z<k]=0,9319}$
b) $\boldsymbol{p[-k<z<k]=0,8472}$

Solución:

a) $\varphi(1,49)=0,9319 \quad \rightarrow \quad k=1,49$

b) $p[-k<z<k]=2(p[z<k]-0,5)=2(\varphi(k)-0,5)=0,847$

$$\Rightarrow \quad \phi(k)=0,9236 \quad \Rightarrow \quad k=1,43$$

<u>Ejercicio nº 33.-</u>

En una distribución *N*(0, 1), halla el valor de *k* en cada caso:

a) $\boldsymbol{p[z<k]=0,9969}$
b) $\boldsymbol{p[-k<z<k]=0,985}$

Solución:

a) $\varphi(2{,}74) = 0{,}9969 \quad \to \quad k = 2{,}74$

b) $p[-k < z < k] = 2(p[z < k] - 0{,}5) = 2(\varphi(k) - 0{,}5) = 0{,}985$

$$\varphi(k) - 0{,}5 = \frac{0{,}985}{2} \quad \to \quad \varphi(k) = 0{,}9925 \quad \to \quad k = 2{,}43$$

<u>Ejercicio nº 34.-</u>

En una distribución $N(25, 6)$, halla el valor de k en cada caso:

a) $\boldsymbol{p[x < k] = 0{,}8315}$

b) $\boldsymbol{p[x > k] = 0{,}0062}$

Solución:

a) $p[x < k] = p\left[\frac{x-25}{6} < \frac{k-25}{6}\right] = p\left[z < \frac{k-25}{6}\right] = 0{,}8315$

$$\Rightarrow \quad \frac{k-25}{6} = 0{,}96 \quad \Rightarrow \quad k = 0{,}96 \cdot 6 + 25 \quad \to \quad k = 30{,}76$$

b) $p[x > k] = p\left[\frac{x-25}{6} > \frac{k-25}{6}\right] = p\left[z > \frac{k-25}{6}\right] =$

$$= 1 - p\left[z \le \frac{k-25}{6}\right] = 0{,}0062 \quad \Rightarrow \quad p\left[z \le \frac{k-25}{6}\right] = 0{,}9938 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{k-25}{6} = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad k = 2{,}5 \cdot 6 + 25 \quad \to \quad k = 40$$

<u>Ejercicio nº 35.-</u>

Calcula el valor de k en cada caso, sabiendo que x sigue una distribución $N(10, 4)$:

a) $\boldsymbol{p[x < k] = 0{,}9986}$

b) $\boldsymbol{p[x > k] = 0{,}0808}$

Solución:

a) $p[x < k] = p\left[\frac{x-10}{4} < \frac{k-10}{4}\right] = p\left[z < \frac{k-10}{4}\right] = 0{,}9986$

$$\Rightarrow \quad \frac{k-10}{4} = 2{,}98 \quad \Rightarrow \quad k = 2{,}98 \cdot 4 + 10 \quad \to \quad k = 21{,}92$$

b) $p[x > k] = p\left[\frac{x-10}{4} > \frac{k-10}{4}\right] = p\left[z > \frac{k-10}{4}\right] =$

$$= 1 - p\left[z \le \frac{k-10}{4}\right] = 0{,}0808$$

$$p\left[z < \frac{k-10}{4}\right] = 0{,}9192 \quad \to \quad \frac{k-10}{4} = 1{,}4 \quad \to \quad k = 1{,}4 \cdot 4 + 10 \quad \to \quad k = 15{,}6$$

Ejercicio nº 36.-

Un examen de 100 preguntas admite como respuesta en cada una de ellas dos posibilidades, verdadero o falso. Si un alumno contesta al azar, calcula la probabilidad de que acierte más de 60 respuestas.

Solución:

Si llamamos $x=$ "número de respuestas acertadas", entonces x es una binomial con $n=100$, $p=\frac{1}{2}$,

en la que tenemos que calcular:

$p[x>60]$ (La media de x es $np=50$. Su desviación típica es $\sqrt{npq}=5$).

La calculamos aproximando con una normal:

$$x \text{ es } B\left(100, \frac{1}{2}\right) \quad \rightarrow \quad x' \text{ es } N(50, 5) \quad \rightarrow \quad z \text{ es } N(0, 1)$$

$$p[x>60]=p[x'\geq 60,5]=p\left[z\geq \frac{60,5-50}{5}\right]=p[z\geq 2,1]=$$
$$=1-p[z<2,1]=1-0,9821=0,0179 \quad \rightarrow \quad p[x>60]=0,0179$$

Ejercicio nº 37.-

En una urna hay 3 bolas rojas, 2 blancas y 5 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 50 veces, ¿cuál es la probabilidad de sacar roja en más de 20 ocasiones?

Solución:

Si llamamos $x=$ "número de bolas rojas", entonces x es una binomial con $n=50$; $p=\frac{3}{10}=0,3$,

en la que tenemos que calcular $p[x>20]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np=50\cdot 0,3=15$; su desviación típica es $\sqrt{npq}=3,24$.

$$x \text{ es } B(50;\ 0,3)\rightarrow x' \text{ es } N(15;\ 3,24)\rightarrow z \text{ es } N(0, 1)$$

$$p[x>20]=p[x'\geq 20,5]=p\left[z\geq \frac{20,5-15}{3,24}\right]=p[z\geq 1,70]=$$
$$=1-p[z<1,70]=1-0,9554=0,0446 \quad \rightarrow \quad p[x>20]=0,0446$$

Ejercicio nº 38.-

El 60% de una población de 20 000 habitantes tiene los ojos oscuros. Si elegimos al azar 50 personas de esa población, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 30 personas con los ojos oscuros?

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de personas con los ojos oscuros", entonces x es una binomial con
$n = 50, p = 0,6$, en la que tenemos que calcular $p[x < 30]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np = 50\;0,6 = 30$, su desviación típica es $\sqrt{npq} = 3,46$.

x es $B(50;\ 0,6) \rightarrow x'$ es $N(30;\ 3,46) \rightarrow z$ es $N(0,\ 1)$

$$p[x < 30] = p[x' < 29,5] = p\left[z < \frac{29,5 \quad 30}{3,46}\right] = p[z < -0,08] = p[z > 0,08] = 1 - p[z < 0,08] =$$
$$= 1 - 0,5319 = 0,4681 \quad \rightarrow \quad p[x < 30] = 0,4681$$

Ejercicio nº 39.-

Lanzamos un dado 300 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos más de 70 unos?

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de unos obtenidos", entonces x es una binomial con $n = 300$,
$p = \frac{1}{6}$, en la que tenemos que calcular $p[x > 70]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np = 300 \cdot \frac{1}{6} = 50$ y su desviación típica es $\sqrt{npq} = 6,45$.

x es $B\left(300,\ \frac{1}{6}\right) \rightarrow x'$ es $N(50;\ 6,45) \rightarrow z$ es $N(0,\ 1)$

$$[x > 70] = p[x' \geq 70,5] = p\left[z \geq \frac{70,5 - 50}{6,45}\right] = p[z \geq 3,18] =$$
$$= 1 - p[z < 3,18] = 1 - 0,9993 = 0,0007 \quad \rightarrow \quad p[x > 70] = 0,0007$$

<u>Ejercicio nº 40.-</u>

El 7% de los pantalones de una determinada marca salen con algún defecto. Se empaquetan en caja de 80 para distribuirlos por diferentes tiendas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya más de 10 pantalones defectuosos?

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de pantalones defectuosos en una caja", entonces x es una binomial con $n = 80$; $p = 0,07$, en la que hay que calcular $p[x > 10]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np = 80 \quad 0,07 = 5,6;$ su desviación típica es $\sqrt{npq} = 2,28.$

x es $B(80;\ 0,07) \to x'$ es $N(5,6;\ 2,28) \to z$ es $N(0,\ 1)$

$$p[x > 10] = p[x' \geq 10,5] = p\left[z \geq \frac{10,5 - 5,6}{2,28}\right] = p[z \geq 2,15] =$$
$$= 1 - p[z < 2,15] = 1 - 0,9842 = 0,0158 \quad \to \quad p[x > 10] = 0,0158$$