

EJERCICIOS PROBABILIDAD II

1. Se lanzan dos dados:

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma de puntos igual a 7?
- Si la suma de puntos ha sido 7, ¿cuál es la probabilidad de que en alguno de los dados haya salido un 3?

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Considero los sucesos:

A= "La suma de los puntos es 7" y B= "en alguno de los dados ha salido un 3"

- $P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2/36}{6/36} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 que son nuevas y entre las sillas con respaldo hay otras 7 nuevas.

- Representa los datos en una tabla de contingencia.
- Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?
- ¿Y la probabilidad de que sea nueva y con respaldo?
- Sabiendo que me ha tocado una silla vieja, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo?
- Sabiendo que tiene respaldo, ¿cuál es probabilidad de que sea nueva?

- Llamamos: R = "tener respaldo" \bar{R} = "no tener respaldo"
 N = "silla nueva" \bar{N} = "silla vieja"

	R	\bar{R}	TOTAL
N	7	3	10
\bar{N}	23	7	30
TOTAL	30	10	40

- $P(N) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$
- $P(N \cap R) = \frac{7}{40}$
- $P(\bar{R}/\bar{N}) = \frac{P(\bar{R} \cap \bar{N})}{P(\bar{N})} = \frac{7/40}{30/40} = \frac{7}{30}$
- $P(N/R) = \frac{P(N \cap R)}{P(R)} = \frac{7/40}{30/40} = \frac{7}{30}$

3. En una cafetería contamos los refrescos de naranja y limón que se venden de dos marcas distintas A y B. Sabemos que el 80% de los refrescos que venden son de naranja y que de ellos el 35% lo fabrica la marca B. Si de la marca A son el 70% de todos los refrescos que se venden calcula el porcentaje de refrescos de limón que se vende de la marca A y de la marca B.

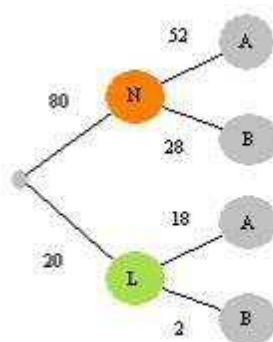
	N	L	TOTAL
A	52	18	70
B	28	2	30
TOTAL	80	20	100

$$35\% \text{ de } 80 = 28$$

Viendo la tabla: $L \cap A$ 18%

$$L \cap B \text{ 2\%}$$

O con diagrama de árbol:



4. El 40% de la población de un municipio son hombres, Por otro lado, se sabe que el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionadas al fútbol.
- Halla la probabilidad de que un habitante de dicho municipio sea aficionado al fútbol.
 - Se elige una persona al azar y resulta ser aficionada al fútbol. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Con tabla de contingencia:

	H	M	TOTAL
F	32	12	44
\bar{F}	8	48	56
	40	60	100

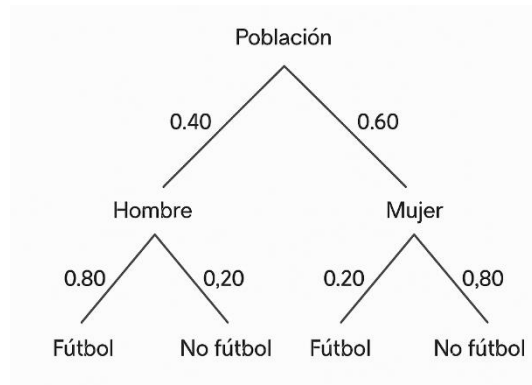
$$80\% \text{ de } 40 = 32$$

$$20\% \text{ de } 60 = 12$$

a) Viendo la tabla: $P(F) = \frac{44}{100} = 0,44$

b) $P(M/F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{12/100}{44/100} = \frac{3}{11}$

O con diagrama de árbol:



$$\begin{aligned} \text{a) } P(F) &= P(F \cap H) + P(F \cap M) = 0,4 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,32 + 0,12 = 0,44 \\ \text{b) } P(M/F) &= \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{0,12}{0,44} = 0,27 \end{aligned}$$

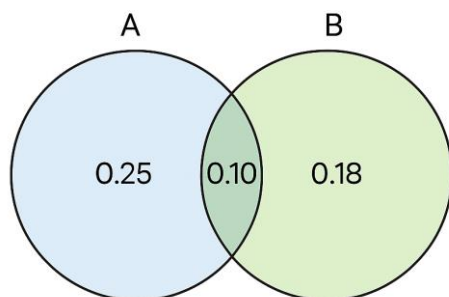
5. Una encuesta el 35% de los habitantes leen el periódico A, el 28% leen B y el 10% leen ambos periódicos. Si se elige al azar un ciudadano:

- Probabilidad de que lea al menos uno de los dos periódicos.
- Probabilidad de que lea A pero no B.
- Probabilidad de que no lea ninguno de los dos.

Algebraicamente:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,35 + 0,28 - 0,10 = 0,53 \\ \text{b) } P(A \cap \bar{B}) &= P(A) - P(A \cap B) = 0,35 - 0,1 = 0,25 \\ \text{c) } P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,53 = 0,47 \end{aligned}$$

Mediante diagrama de Ven



Viendo el diagrama.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(A \cup B) &= 0,25 + 0,10 + 0,18 = 0,53 \\ \text{b) } P(A \cap \bar{B}) &= 0,25 \\ \text{c) } P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= 0,47 \end{aligned}$$

6. Se sabe que el 90% de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60% está interesado por sus notas y el 55% por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.
- Calcule la probabilidad de que dicho alumno esté interesado por alguna de las dos cuestiones.
 - Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.
 - Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.

Sucesos:

R = interesado en redes sociales

N = interesado por sus notas

$$P(R) = 0,9 \Rightarrow P(\bar{R}) = 0,1$$

$$P(N) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{N}) = 0,4$$

$$P(R \cap N) = 0,55$$

Algebraicamente:

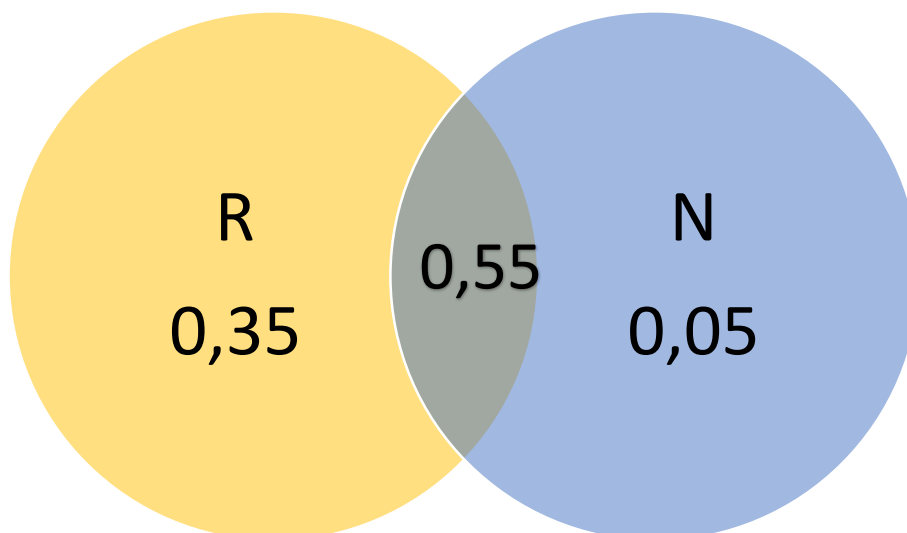
$$a) P(R \cup N) = P(R) + P(N) - P(R \cap N) = 0,9 + 0,6 - 0,55 = 0,95$$

$$b) P\left(\frac{N}{\bar{R}}\right) = \frac{P(N \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{0,05}{0,1} = 0,5$$

$$P(N \cap \bar{R}) = P(N) - P(N \cap R) = 0,6 - 0,55 = 0,05$$

$$c) P(\bar{R} \cap \bar{N}) = P(\overline{R \cup N}) = 1 - P(R \cup N) = 1 - 0,95 = 0,05$$

Mediante diagrama de Ven



$$P(R \cup N) = 0,35 + 0,55 + 0,05 = 0,95$$

$$P\left(\frac{N}{\bar{R}}\right) = \frac{P(N \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{0,05}{0,1} = 0,5$$

$$P(\bar{R} \cap \bar{N}) = 0,05$$

7. En un curso de 2º BACH hay 30 alumnos de los cuales 17 son chicas y 13 chicos. En la evaluación de matemáticas aprobaron 7 chicas y 8 chicos.
- Resumir la información en una tabla de contingencia.
 - Si elegimos una persona al azar calcula la probabilidad de que apruebe y sea chica.
 - La probabilidad de que apruebe sabiendo que es chica.

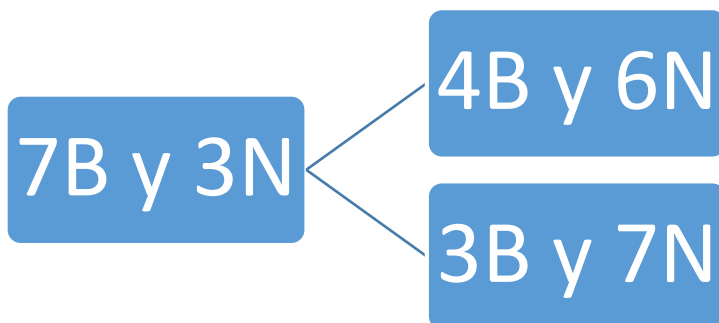
a)

	CHICAS	CHICOS	TOTAL
M	7	8	15
\bar{M}	10	5	15
TOTAL	17	13	30

b) $P(A \cap M) = \frac{7}{30}$

c) $P(M/A) = \frac{7}{17}$

8. Hay dos urnas, la primera con 7 bolas blancas y 3 negras, la segunda con 3 bolas blancas y 6 negras. Se extrae al azar una bola de la primera urna y se pasa a la segunda. De esta urna, también al azar se saca una bola. Calcular la probabilidad de que sea blanca.



$$P(B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2/B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2/N_1) = \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{28}{100} + \frac{9}{100} = \frac{37}{100} = 0,37$$

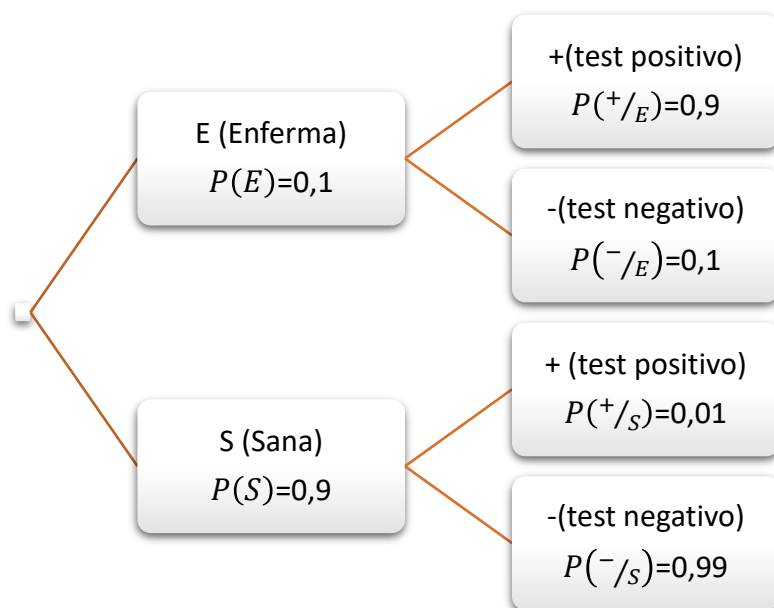
9. Se sabe que una determinada enfermedad afecta a un 10% de las personas. Existe una prueba con un índice de acierto del 90% sobre las personas enfermas; pero con un índice de falso positivo, es decir, dar por enferma a una persona sana, del 1%. Calcular la probabilidad de ser una persona enferma si el resultado de la prueba es que es sana.

Con tabla:

Cálculos: $0,9 \cdot 10 = 9$ y $0,01 \cdot 90 = 0,9$

	E	S	TOTAL
+	9	0,9	9,9
-	1	89,1	90,1
TOTAL	10	90	100

$$P(E/-) = \frac{1}{90,1} = 0,011$$



$$P(E/-) = \frac{0,1 \cdot 0,1}{0,1 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,99} = \frac{0,01}{0,901} = 0,011$$

10. En una residencia hay 212 ancianos de los que 44 tienen afecciones pulmonares. Del total de ancianos, 78 son fumadores, y solo hay 8 que tienen enfermedad de pulmón y no fuman.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un anciano de esa residencia, elegido al azar, no fume y tampoco tenga afección pulmonar?
- ¿Qué porcentaje de enfermos de pulmón son fumadores?

Sucesos:

Tabla:

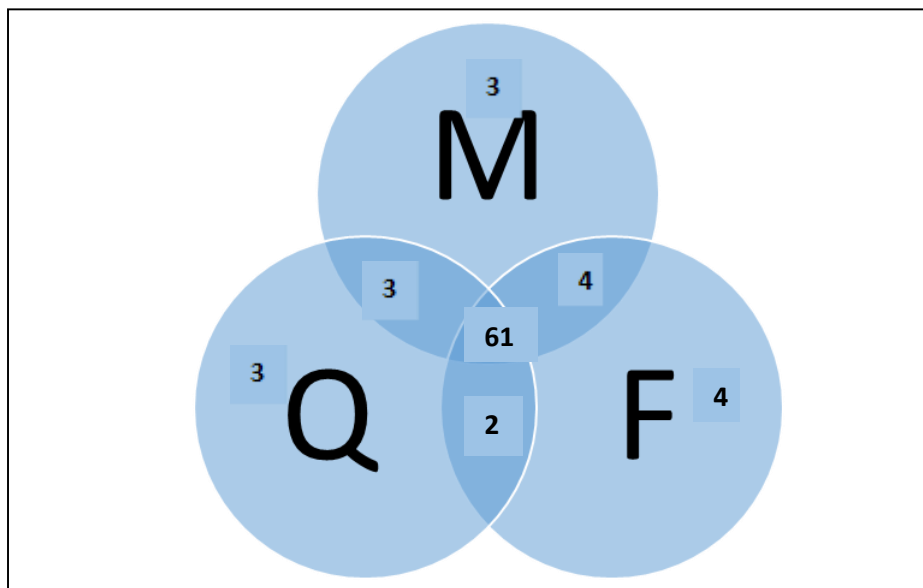
	P	\bar{P}	TOTAL
F	36	42	78
\bar{F}	8	126	134
TOTAL	44	90	212

- $P(\bar{F} \cap \bar{P}) = \frac{126}{212}$
- $P(F/p) = \frac{36}{44} = 0,81 \Rightarrow 81,82\%$

11. De 100 alumnos de un instituto que han elegido matemáticas, física y química como asignaturas optativas, se sabe que 71 alumnos aprueban mate, 71 aprueban física, 69 aprueban química 65 aprueban mate y física, 64 aprueban mate y química, 63 física y química y 61 aprueban las tres asignaturas. se elige un alumno al azar:

- Calcular la probabilidad de que no haya aprobado ninguna de las 3 asignaturas
- Calcular la probabilidad de que haya aprobado sólo una de las tres asignaturas.
- Calcular la probabilidad de que haya aprobado dos de las tres asignaturas.
- Si el alumno elegido aprobó física, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado matemáticas?

- e) Si el alumno elegido aprobó física y matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado química?



Sucesos: M= "aprobar matemáticas" F= "aprobar física" Q= "aprobar química"

A1= "Aprobar una asignatura" A2= "aprobar dos asignaturas"

- a) $P(\bar{M} \cap \bar{F} \cap \bar{Q}) = \frac{20}{100} = 0,2$
 b) $P(A1) = P(M \cap \bar{F} \cap \bar{Q}) + P(\bar{M} \cap F \cap \bar{Q}) + P(\bar{M} \cap \bar{F} \cap Q) = \frac{3}{100} + \frac{4}{100} + \frac{3}{100} = \frac{10}{100} = 0,1$
 c) $P(A2) = P(M \cap F \cap \bar{Q}) + P(M \cap \bar{F} \cap Q) + P(\bar{M} \cap F \cap Q) = \frac{4}{100} + \frac{3}{100} + \frac{2}{100} = 0,09$
 d) $P(M/F) = \frac{65}{71} = 0,915$
 e) $P(Q/M \cap F) = \frac{61}{72} = 0,847$

12. En una población el 45% son hombres. El 27% de esa población resulta ser hombre y lector de prensa deportiva, mientras que un 38'5% es mujer y no lectora de esa prensa.

- a) De las mujeres, ¿Qué porcentaje lee prensa deportiva?
 b) ¿qué porcentaje es mujer o lee prensa deportiva?
 c) De los lectores de prensa deportiva, ¿qué porcentaje son hombres?
 d) ¿son incompatibles ser hombre y no leer prensa deportiva? Justifica la respuesta.

	H	M	TOTAL
D	27	16,5	43,5
\bar{D}	18	38,5	56,5
TOTAL	45	55	100

- a) $P(D/M) = \frac{16,5}{55} = 0,3 \Rightarrow 30\%$
 b) $P(D \cup M) = \frac{43,5+55-16,5}{100} = 0,82 \Rightarrow 82\%$
 c) $P(H/D) = \frac{27}{43,5} = 0,6206 \Rightarrow 62,06\%$
 d) $P(H \cap \bar{D}) = 0,18 \neq 0 \Rightarrow H \cap \bar{D} \neq \emptyset$, es decir no son incompatibles