

MATEMÁTICAS II

(El/La estudiante debe responder solamente las preguntas de una de las opciones. La puntuación máxima por preguntas es la siguiente: 1.ª pregunta: 2 puntos; 2.ª pregunta: 3 puntos; 3.ª pregunta: 3 puntos; 4.ª pregunta: 2 puntos).

OPCIÓN A

- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Suponiendo que A y X son matrices cuadradas y que $A + I$ es invertible, despeja X en la ecuación $A - X = AX$.
 - Si $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcula X tal que $A - X = AX$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Mediante integración por partes, demuestra que $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C$. Luego, demuestra la misma igualdad mediante derivación.
 - Si $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty), \end{cases}$ di qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que f sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.
 - Calcula el área de la región encerrada por el eje X , la recta $x = 4$ y la gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty). \end{cases}$
- Se pide:
 - Calcular el ángulo del intervalo $[0^\circ, 90^\circ]$ que forman los vectores $\vec{u} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$ y $\vec{v} \left(-\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$.
 - Obtener la ecuación implícita del plano que pasa por el punto $P(1, -3, 0)$ y es perpendicular a la recta $\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$
 - Calcular la distancia del punto $Q(1, 1, 1)$ al plano $\pi: -x + y + z + 4 = 0$ y el punto simétrico de Q respecto a π .
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcular las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.
 - Si en un auditorio hay 50 personas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 hayan nacido en el mes de enero?

OPCIÓN B

- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Discute, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema: $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3-m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$
 - Resuélvelo, si es posible, en los casos $m = 0$ y $m = 4$.
- Considérese la función $f(x) = x^2 e^{-x}$. Se pide:
 - Calcular los límites $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - Determinar intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.
 - Calcular $\int f(x) dx$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Estudia la posición relativa de los planos $\pi_1: mx - y + 2 = 0$ y $\pi_2: 2x + 3y = 0$ en función del parámetro m .
 - Obtén la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(0, 1, 0)$.
 - Calcula el punto simétrico del punto $P(1, 2, 3)$ con respecto al plano $\pi: -x + z = 0$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcula $P(A)$ si $P(B) = 0.8$, $P(A \cap B) = 0.2$ y $P(A \cup B)$ es el triple de $P(A)$.
 - En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C . Calcula la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C . ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

MATEMÁTICAS II

(El/La estudiante debe responder solamente las preguntas de una de las opciones. La puntuación máxima por preguntas es la siguiente: 1.ª pregunta: 2 puntos; 2.ª pregunta: 3 puntos; 3.ª pregunta: 3 puntos; 4.ª pregunta: 2 puntos).

OPCIÓN A

- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Despeja X en la ecuación $XA + B = C$, sabiendo que A es una matriz invertible.
 - Calcula X tal que $XA + B = C$ si $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de la función $f(x) = x^2 \ln x$.
 - Considérese un triángulo tal que: dos de sus vértices son el origen $O(0,0)$ y el punto $P(1,3)$, uno de sus lados está sobre el eje X y otro sobre la tangente en $P(1,3)$ a la gráfica de la parábola $y = 4 - x^2$. Se pide calcular las coordenadas del tercer vértice, dibujar el triángulo y calcular, por separado, el área de las dos regiones en las que el triángulo queda dividido por la parábola $y = 4 - x^2$.
- Se pide:
 - Estudiar la posición relativa de los planos $\pi_1: x + my + z + 2 = 0$ y $\pi_2: mx + y + z + m = 0$ en función de m .
 - Calcular el valor que deben tomar k y m para que los puntos $A(0, k, 1)$, $B(-1, 2, 1)$ y $C(8, 1, m)$ estén alineados.
 - Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por los puntos $P(-1, 2, 1)$ y $Q(8, 1, 1)$ y la ecuación implícita del plano perpendicular a r que pasa por el punto $R(1, 1, 1)$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - La probabilidad de que un chico recuerde regar su rosál durante una cierta semana es de $\frac{2}{3}$. Si se riega, el rosál sobrevive con probabilidad 0.7; si no, lo hace con probabilidad 0.2. Al finalizar la semana, el rosál ha sobrevivido. ¿Cuál es la probabilidad de que el chico no lo haya regado?
 - Una fábrica produce piezas cuyo grosor sigue una distribución normal de media 8 cm y desviación típica 0.01 cm. Calcula la probabilidad de que una pieza tenga un grosor comprendido entre 7.98 y 8.02 cm.

OPCIÓN B

- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Discute, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - y + 3z = m, \\ my - 2z = -2, \\ x + (m-1)y + (m+3)z = m. \end{cases}$$
 - Resuélvelo, si es posible, en los casos $m = 0$ y $m = 2$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y , obtén los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.
 - Enuncia los teoremas de Bolzano y de Rolle.
- Se pide:
 - Para el plano $\pi: 3x + 2y - z = 0$ y la recta $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$, calcular el punto de corte de r con π y obtener la ecuación implícita del plano π^* que es perpendicular a π y contiene a r .
 - Estudiar la posición relativa de los planos $\pi_1: 2x - 5y - 4z - 9 = 0$ y $\pi_2: x = 0$, y calcular el ángulo $\alpha \in [0^\circ, 90^\circ]$ que forman.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cup B) = 0.5$. Calcula $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap B)$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B})$. Razona si A y B son o no sucesos independientes.
 - La probabilidad de que un determinado jugador de fútbol marque gol desde el punto de penalti es $p = 0.7$. Si lanza 5 penaltis, calcula las siguientes tres probabilidades: de que no marque ningún gol; de que marque por lo menos 2 goles; y de que marque 5 goles. Si lanza 2100 penaltis, calcula la probabilidad de que marque por lo menos 1450 goles. Se está asumiendo que los lanzamientos son sucesos independientes.