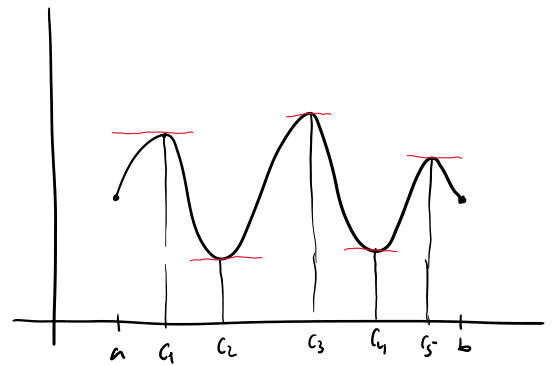
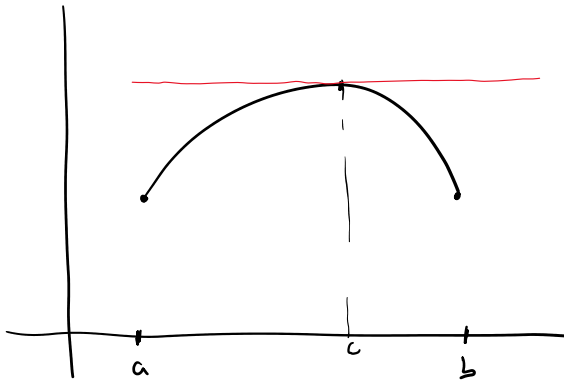


Teorema de Rolle

Sea $f(x)$ una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) . Si $f(a) = f(b)$ entonces existe al menos un punto $c \in (a,b)$ / $f'(c) = 0$

Interpretación geométrica

D. / Como $f(x)$ es continua en $[a,b] \Rightarrow$ por el teorema de Weierstrass alcanza su máximo y su mínimo en dicho intervalo.

1ª posibilidad

Supongamos que el máximo o el mínimo lo alcanza en el interior del intervalo. Si c es ese máximo o mínimo $\Rightarrow f'(c) = 0$

2ª posibilidad

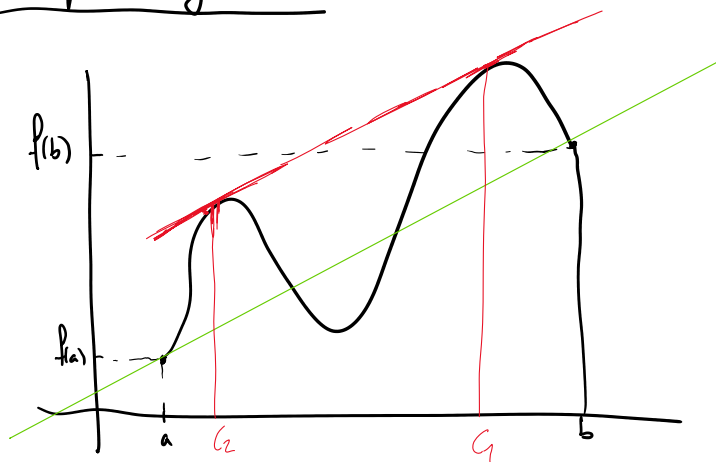
Alcanza el máximo y el mínimo en a y b / $\Rightarrow f(x)$ es constante $\Rightarrow f(a) = f(b) \Rightarrow f'(x) = 0 \quad \forall x \in (a,b)$

Teorema del valor medio del cálculo diferencial

Sea $f(x)$ una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) entonces existe al menos un punto $c \in (a,b)$ / $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

Interpretación geométrica

Interpretación geométrica



D. Consideremos $h(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$, esta función $h(x)$ es continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) .

$$h(a) = f(a) - f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \underbrace{(a-a)}_0 = 0$$

$$h(b) = f(b) - f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \cancel{(b-a)} = 0$$

$h(a) = h(b) \Rightarrow$ por el th. de Rolle $\exists c \in (a, b) / h'(c) = 0$

$$h'(x) = f'(x) - 0 - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \Rightarrow h'(x) = f'(x) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$h'(c) = f'(c) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0 \Rightarrow \boxed{f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$$

Teorema de Cauchy

Si f y g son dos funciones continuas en $[a, b]$ y derivables en (a, b) entonces existe un pto $c \in (a, b) / \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \Rightarrow$ pag 284

Regla de L'Hopital

Sean f y g dos funciones derivables en un entorno de a

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ y si existe $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ entonces:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

→ $x \rightarrow a$

$x \rightarrow a$ ✓ /

$x \rightarrow a$ ✓

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$