

TEMA 5 - LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD

CÁLCULO DE LÍMITES

EJERCICIO 1 : Calcular los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 24x + 48}{x - 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x+b} \right)^{x+c}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x} - x \right)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2 - x - 12}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{2x + 7}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{x^2 - 1}$$

$$k) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+1}$$

$$l) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^3 + x}$$

$$m) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{x + 3}$$

$$n) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x^3 - 1}$$

$$\tilde{n}) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$$

$$o) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-5}{\sqrt{x+4} - 3}$$

$$p) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$q) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2}{2x} \right)^{\frac{1}{x-2}}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$t) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-2}$$

$$u) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - 3x + 7} - 2x$$

$$v) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{2x+3} \right)^{2x}$$

$$w) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{\frac{x}{2}}$$

$$x) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+4}{(x+1)^2}$$

$$y) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 9x - 27}{x^2 - 9}$$

$$z) \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{\frac{2}{x-4}}$$

CONTINUIDAD

EJERCICIO 2 : Averiguar los puntos e intervalos de discontinuidad de las siguientes funciones:

$$a) y = \sqrt{\frac{x+5}{x^2 - 5x + 6}}$$

$$b) y = \frac{x+5}{x^2 - 5x + 6}$$

$$c) y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

EJERCICIO 3 : Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 3 \\ 2x+1 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 4 & \text{si } 5 \leq x \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 1 \\ 3x & \text{si } x \neq 1 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } 3 \leq x < 7 \\ x-6 & \text{si } 7 < x \end{cases}$$

$$d) f(x) = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x^2}$$

$$\text{si } -\pi/2 \leq x < 0$$

$$x^2 + 1$$

$$\text{si } 0 \leq x < 1$$

$$\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{si } 1 < x \leq 3$$

EJERCICIO 4 : La función $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 0 \\ 2x-1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ es discontinua en $x = 0$ ¿ Se puede evitar dicha discontinuidad ?

EJERCICIO 5 : Hallar $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ siendo $f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

a) ¿ Existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

b) Estudia su continuidad en el punto $x = 2$

EJERCICIO 6 : Estudiar la continuidad de la siguiente función, indicando el tipo de discontinuidad que presenta en los puntos donde no es continua.

$$f(x) = \begin{cases} 1/x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 2 & \text{si } 3 < x < 5 \\ x-3 & \text{si } 5 \leq x \end{cases}$$

EJERCICIO 7 : Estudia la continuidad, clasificando las discontinuidades que presente, de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}/x & \text{si } x < 0 \\ 2x^2 + x - 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ (x^2-1)/(x-1) & \text{si } 1 < x < 5 \end{cases}$$

EJERCICIO 8 : Calcular “a” y “b” para que la función $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) + a & \text{si } x \leq 0 \\ 2x/\pi + 1 & \text{si } 0 < x \leq \pi/2 \\ b \cdot \sin(x) & \text{si } x \leq \pi/2 \end{cases}$$

EJERCICIO 9 : Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 1 \\ kx & \text{si } x < 1 \end{cases}$, calcular “k” para que sea continua en todos los puntos.

ASÍNTOTAS

EJERCICIO 10 : Calcula las asíntotas y ramas infinitas de las siguientes funciones, haciendo un dibujo aproximado:

a) $\frac{2x+1}{x^2-1}$	b) $f(x) = \frac{1}{x^2+2x+1}$	c) $f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)^2}$	d) $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$
e) $f(x) = (x+2)^4$	f) $f(x) = x - x^2$	g) $f(x) = \frac{x^4+2x}{x^2+1}$	h) $f(x) = \frac{x^2-2x}{2x+1}$
i) $f(x) = \frac{1-3x}{2-x}$	j) $f(x) = \frac{1+x^2}{x^3}$	k) $f(x) = \frac{x}{x+2}$	l) $f(x) = \frac{x^2+2x}{x+1}$
m) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2-1}$	n) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$	ñ) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$	o) $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$
p) $f(x) = \frac{x^2-3x}{x^2}$	q) $f(x) = \frac{4x^2-3}{x}$	r) $f(x) = \frac{2-x}{x^2-4}$	s) $f(x) = (x-1)^2$