








## UNIDAD 11

(páginas 238/265)

## Recursos generales de la unidad

-   Programación de aula. UNIDAD 11 (D)
-  Adaptación curricular. UNIDAD 11 (D)
-  Mapa de recursos. UNIDAD 11 (D)
-  Soluciones de las actividades. UNIDAD 11 (D)
-  Diagnóstico. UNIDAD 11 (D)
-  Quiz. UNIDAD 11 (D)

Solo para curiosos  (página 238)

¿Sabías que Eratóstenes de Cirene calculó la longitud de la circunferencia de la Tierra observando la inclinación de los rayos del Sol en los días de solsticio?

## Contenido WEB. Eratóstenes (E y D)

En la sección Solo para curiosos se introduce un recurso TIC para complementar la página de inicio con información relativa a la unidad. En este caso se trata de una breve biografía de Eratóstenes de Cirene, matemático griego de la antigüedad, que determinó la longitud de la circunferencia terrestre con gran precisión. Puede utilizarse para motivar a los alumnos antes de comenzar a trabajar la unidad o como ampliación para aquellos alumnos que muestren un interés especial por la historia de las matemáticas.

Sugerencias didácticas <http://inicia.oupe.es/22mt0s240> Actividades digitales 1-3 (E y D)Después de leer...      (página 239)


En la sección Después de leer... de la Unidad 11 se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.

- 1** El artículo cita la obligación de servir los cafés en vasos reutilizables, ¿qué otras medidas ya se han llevado a cabo?  
Algunas medidas que ya se han llevado a cabo son la eliminación las pajitas, platos y cubiertos de plástico de un solo uso.
- 2** Realizad una lluvia de ideas en clase en la que se aporten otras medidas que favorezcan la reducción de residuos procedentes de los envases o el empaquetado de productos.  
RESPUESTA ABIERTA  
Algunas propuestas pueden ser:
  - Utilizar bolsas reutilizables en la compra del supermercado.
  - Reutilizar envases para comprar a granel en tiendas especializadas, tanto alimentos como productos de limpieza y para el hogar.
  - Uso de botellas de agua rellenables de metal o cristal.
  - Diseño de envoltorios sostenibles para envolver regalos con papel reciclado o telas.
- 3** Estimad la cantidad de desecho que generáis en casa en una semana y comparadla con el dato que cita el artículo. ¿Se parece?

RESPUESTA ABIERTA

Para realizar esta estimación, sugerir a los alumnos que realicen un conteo individual de la cantidad y tipo de envases que consumen en una semana y calculen conjuntamente los kilogramos de desecho que producen.




- 5  El dado de la foto tiene doce caras y se utiliza en algunos juegos. Los números están dispuestos en las caras de forma que el número de la cara que apoya y el de la cara superior siempre suman 13.



- a) ¿Cuál es la posición relativa de los planos que contienen la cara numerada con un 3 y la numerada con un 5?
- b) ¿Y la de los planos que contienen las caras numeradas con un 7 y con un 6?
- c) Indica una cara que esté contenida en un plano secante al de la cara numerada con un 1.
- a) Como 3 y 5 no suman 13, los planos son secantes.
- b) Como 7 y 6 suman 13, los planos son paralelos.
- c) RESPUESTA ABIERTA. Comprobar que los alumnos mencionan cualquiera de las caras menos la numerada con un 12.

+ COMPETENTES  (página 241) . . . . .

- 6 Una empresa afirma que puede construir un envase con solo dos dimensiones para su artículo estrella.


-  a) ¿Crees que está en lo cierto? ¿Puede producir dicho envase?
- b) Si fuera así, ¿cuál puede ser el artículo estrella de la empresa?
- a) Si su producto estrella tiene dos dimensiones su envase puede tener dos dimensiones también.
- b) RESPUESTA ABIERTA. Por ejemplo: tarjetas postales

## 2. Poliedros (páginas 242/243)

### Actividades

(página 243)


 Actividades digitales  
7-13 (E y D)

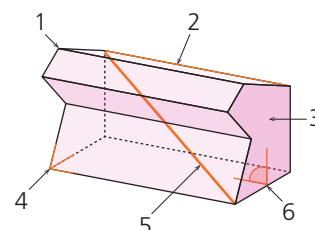
- 7  Indica cuáles de estos objetos tienen forma de poliedro y cuáles no.



Tienen forma de poliedro: rompecabezas de colores y caja.

No tienen forma de poliedro: catalejo y gorro de fiesta.

- 8  Copia este cuerpo geométrico en tu cuaderno y escribe el nombre de los elementos señalados.




1. Vértice                      3. Cara                      5. Diagonal  
2. Arista                      4. Ángulo poliedro      6. Ángulo diedro

- 9  Dibuja los siguientes poliedros.

- a) Tiene una cara que es un triángulo rectángulo.
- b) Todas sus caras son rectángulos.
- c) Una de sus caras es un pentágono y las demás caras son triángulos.
- d) Tiene dos caras que son hexágonos.

RESPUESTA ABIERTA. Comprobar que los dibujos de los alumnos respetan las condiciones que se piden en cada caso.

- 10  Copia y relaciona cada poliedro regular con la característica que cumple.

Poliedro regular	Característica
Tetraedro	Tiene 30 aristas.
Hexaedro	Tiene 6 vértices.
Octaedro	No tiene diagonales.
Dodecaedro	Tiene 12 caras.
Icosaedro	Todos sus ángulos diedros son de 90°.

Tetraedro: No tiene diagonales.

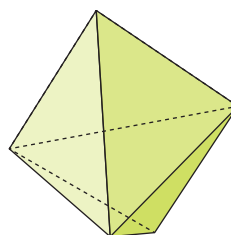
Hexaedro: Todos sus ángulos diedros son de 90°.

Octaedro: Tiene 6 vértices.


Dodecaedro: Tiene 12 caras.

Icosaedro: Tiene 30 aristas.

- 11  Decide si este cuerpo geométrico es un poliedro regular.



No, porque hay vértices en los que concurren 3 caras y otros en los que concurren 4 caras.

- 12  El matemático Leonhard Euler descubrió que hay una relación entre el número de caras, vértices y aristas de algunos poliedros.




Copia y completa la tabla con el número de caras, vértices y aristas de cada poliedro regular, y busca cuál es esa relación.

	N.º de caras	N.º de vértices	N.º de aristas
<b>Tetraedro</b>	4	4	6
<b>Hexaedro</b>	6	8	12
<b>Octaedro</b>	8	6	12
<b>Dodecaedro</b>	12	20	30
<b>Icosaedro</b>	20	12	30

La relación es:  $Vértices + Caras = Aristas + 2$

### + COMPETENTES (página 243) . . . . .

- 13  Una empresa textil quiere lanzar una nueva colección de fulares. Para llamar la atención de los consumidores, a la hora de venderlos los quiere introducir en un envase hecho con origami como el de la foto.



¿Se trata de un envase con forma de poliedro?

Sí, es un poliedro porque está formado por polígonos.

Se trata de un poliedro estrellado.

### 3. Prismas. Áreas (páginas 244/245)

#### Sugerencias didácticas

<http://inicia.oupe.es/22mt0s241>

#### ▶ Área del prisma (E y D)

En el vídeo se muestra el cálculo del área total de un prisma recto pentagonal regular, indicando el procedimiento completo.

Puede reproducirse en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos repasen el cálculo de áreas de prismas más tarde.

El área lateral es la de los 5 rectángulos.  
 $A_L = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \text{ cm}^2$

El área de la base es la del pentágono.  
 $A_b = \frac{5 \cdot 6 \cdot 4,13}{2} = 61,95 \text{ cm}^2$

El área total es la suma del área lateral y de las áreas de las dos bases.  
 $A_T = A_L + 2A_b = 210 + 2 \cdot 61,95 = 333,9 \text{ cm}^2$

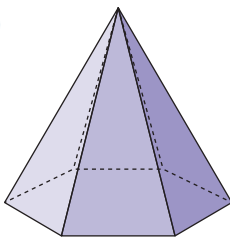
#### Actividades

(página 245)

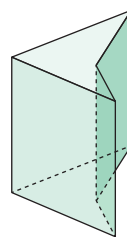
Actividades digitales 14-24 (E y D)

14 ¿Cuáles de estos cuerpos geométricos son prismas? Clasifícalos.

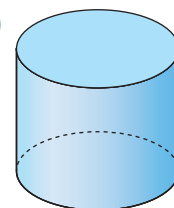
a)



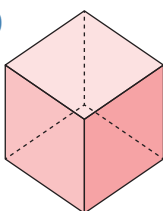
c)



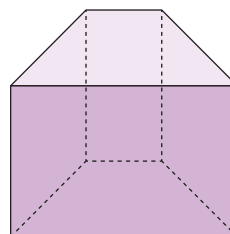
e)



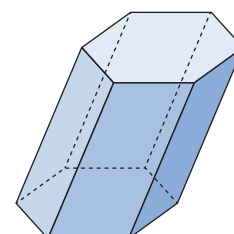
b)



d)



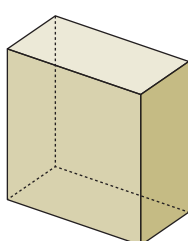
f)



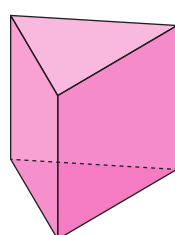
Son prismas la b), c), d) y f). La b) es un cubo, la f) un prisma hexagonal oblicuo y la c) y la d) son prismas cuadrangulares rectos irregulares.

15 Dibuja el desarrollo plano de estos prismas.

a)

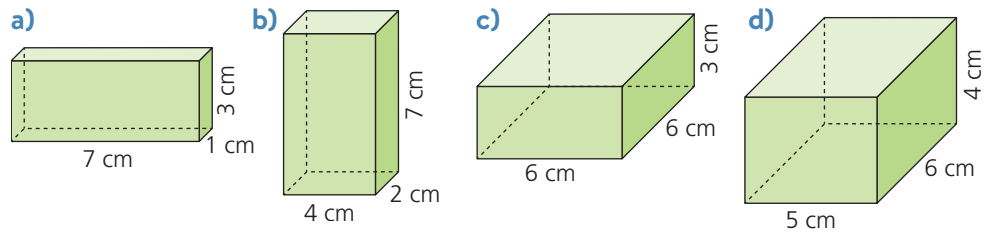


b)



Comprobar que los alumnos dibujan correctamente cada desarrollo.

- 16  Calcula el área total de estos prismas.




a)  $A_B = 7 \cdot 1 = 7 \text{ cm}^2$   $A_L = (2 \cdot 7 + 2 \cdot 1) \cdot 3 = 48 \text{ cm}^2$   
 $A_T = 48 + 2 \cdot 7 = 62 \text{ cm}^2$


b)  $A_B = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$   $A_L = (2 \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot 7 = 84 \text{ cm}^2$   
 $A_T = 84 + 2 \cdot 8 = 100 \text{ cm}^2$

c)  $A_B = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$   $A_L = (4 \cdot 6) \cdot 3 = 72 \text{ cm}^2$   
 $A_T = 72 + 2 \cdot 36 = 144 \text{ cm}^2$

d)  $A_B = 5 \cdot 6 = 30 \text{ cm}^2$   $A_L = (2 \cdot 5 + 2 \cdot 6) \cdot 4 = 88 \text{ cm}^2$   
 $A_T = 88 + 2 \cdot 30 = 148 \text{ cm}^2$


- 17  Calcula el área lateral de un prisma de base pentagonal de lado 5 cm y altura 6 cm.

$$A_L = 5 \cdot 5 \cdot 6 = 150 \text{ cm}^2$$

- 18  Halla la cantidad de cartón necesaria para hacer una caja sin tapa en forma de cubo cuya arista mide 12 cm.


$$A_B = 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \quad A_L = 4 \cdot 12 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 144 + 576 = 720 \text{ cm}^2 \quad \text{Se necesitan } 720 \text{ cm}^2 \text{ de cartón.}$$

- 19  Determina el área total de un prisma recto regular con base pentagonal de 3 cm de lado y 2,06 cm de apotema, y 10 cm de altura.

$$A_B = \frac{(5 \cdot 3) \cdot 2,06}{2} = 15,45 \text{ cm}^2 \quad A_L = (5 \cdot 3) \cdot 10 = 150 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 150 + 2 \cdot 15,45 = 180,9 \text{ cm}^2$$

- 20  Un centro escolar quiere construir unas cajas de base cuadrada de 40 cm de lado y altura 60 cm que sirvan como papeleras de reciclaje de papel para las clases. Si el centro tiene 25 aulas, ¿qué superficie de cartón van a utilizar para construirlas?




En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.

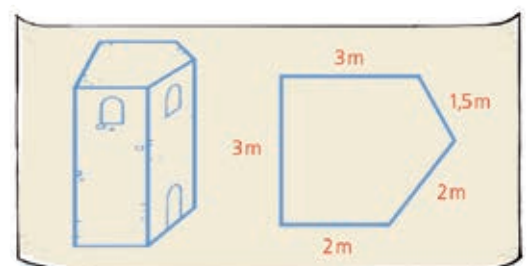
Calculamos la superficie de cada papelera:

$$S = 40^2 + 4 \cdot 40 \cdot 60 = 1600 + 9600 = 11200 \text{ cm}^2$$

Como quieren 25 papeleras la superficie total de cartón que van a utilizar es:

$$S_T = 25 \cdot 11200 = 280000 \text{ cm}^2$$

- 21  Con los datos del plano, unos pintores tienen que reparar la fachada de un torreón de planta pentagonal que tiene una altura de 8,5 m. Si cobran 30 €/m<sup>2</sup>, ¿a cuánto dinero ascenderá la obra?



Calculamos el área lateral:  $A_L = (2 + 2 + 1,5 + 3 + 3) \cdot 8,5 = 11,5 \cdot 8,5 = 97,75 \text{ m}^2$

La obra ascenderá a  $97,75 \cdot 30 = 2932,50$  euros.

- 22 Un prisma de base rectangular cuyos lados miden 4 y 6 cm, respectivamente, tiene un área total de 192 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto mide su altura?

$$(4 \cdot 6) \cdot 2 + (4 \cdot 2 + 6 \cdot 2) \cdot h = 192 \rightarrow 20h = 144 \rightarrow h = \frac{144}{20} = 7,2 \text{ cm}$$

La altura mide 7,2 cm.

- 23 Una empresa de instrumentos musicales va a diseñar cajas con forma de prisma triangular para guardar sus flautas. Si la base es un triángulo equilátero de 5 cm de lado y la caja mide 35 cm de largo, ¿cuánto material se necesita para fabricar una?

Para fabricar la caja necesitamos conocer el área lateral del prisma y una de las bases, ya que la otra está abierta. Por tanto:  $A_T = A_L + A_B$

En primer lugar, calculamos la altura del triángulo equilátero de lado 5 cm.

$$h^2 + 2,5^2 = 5^2 \rightarrow h^2 = 25 - 6,25 = 18,75 \rightarrow h = \sqrt{18,75} = 4,3 \text{ cm}$$

$$A_B = \frac{5 \cdot 4,3}{2} = 10,75 \text{ cm}^2 \qquad A_L = (3 \cdot 5) \cdot 35 = 525 \text{ cm}^2$$

$$\text{Finalmente: } A_T = A_L + A_B = (3 \cdot 5) \cdot 35 + 10,75 = 535,75 \text{ cm}^2$$

Se necesitan 535,75 cm<sup>2</sup> de material.

### + COMPETENTES (página 245) . . . . .

- 24 Una empresa de envasado recibe el encargo de fabricar un envase con forma de prisma de 20 cm de altura y cuya base es un cuadrado de 10 cm de lado. Para ello utilizan un material que tiene un precio de 0,45 euros el metro cuadrado. ¿Cuánto cuesta el material de cada envase?

Calculamos el área total del prisma:

$$A_B = 10^2 = 100 \text{ cm}^2 \qquad A_L = 4 \cdot 10 \cdot 20 = 800 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 800 + 2 \cdot 100 = 1\,000 \text{ cm}^2 = 0,1 \text{ m}^2$$

$$0,1 \cdot 0,45 = 0,45 \text{ euros}$$

El material de cada envase cuesta 0,45 euros.

## 4. Pirámides. Áreas (páginas 246/247)

### Área de la pirámide (E y D)

En el vídeo puede verse cómo hallar el área total de una pirámide recta hexagonal regular, indicando el cálculo del área lateral, el de la base y la total.

Puede reproducirse en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos repasen el cálculo de áreas de pirámides más tarde.

El área lateral es la de los 6 triángulos con base 2 cm y altura 7 cm.

$$A_L = \frac{6 \cdot 2 \cdot 7}{2} = 42 \text{ cm}^2$$

El área de la base es la del hexágono.

$$A_B = \frac{6 \cdot 2 \cdot 1,73}{2} = 10,38 \text{ cm}^2$$

El área total es la suma del área lateral y del área de la base.

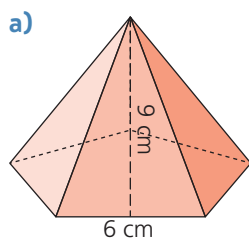
$$A_T = A_L + A_B = 42 + 10,38 = 52,38 \text{ cm}^2$$

# Actividades

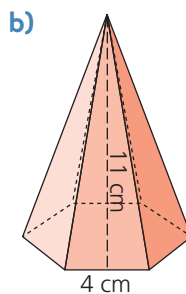
(página 247)

Actividades digitales  
25-29 (E y D)

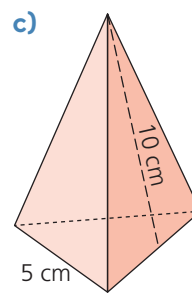
- 25  Determina el área lateral de las siguientes pirámides.



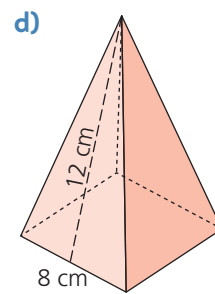
$$\text{a) } A_L = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 9}{2} = 135 \text{ cm}^2$$




$$\text{b) } A_L = \frac{(6 \cdot 4) \cdot 11}{2} = 132 \text{ cm}^2$$



$$\text{c) } A_L = \frac{(3 \cdot 5) \cdot 10}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

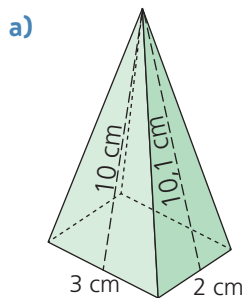


$$\text{d) } A_L = \frac{(4 \cdot 8) \cdot 12}{2} = 192 \text{ cm}^2$$

- 26  Calcula el área lateral de una pirámide regular cuya base es un hexágono de lado 5 cm y cuya apotema mide 12 cm.

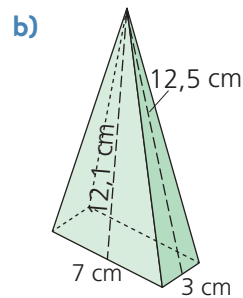
$$A_L = \frac{(6 \cdot 5) \cdot 12}{2} = 180 \text{ cm}^2$$

- 27  Halla el área lateral y el área total de las siguientes pirámides, cuya base es un cuadrilátero.



$$\text{a) } A_L = \frac{(3 \cdot 10)}{2} \cdot 2 + \frac{(2 \cdot 10,1)}{2} \cdot 2 = 50,2 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 50,2 + 6 = 56,2 \text{ cm}^2$$



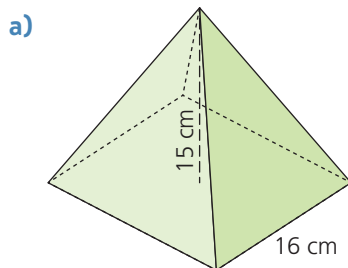
$$\text{b) } A_L = \frac{(7 \cdot 12,1)}{2} \cdot 2 + \frac{(3 \cdot 12,5)}{2} \cdot 2 = 122,2 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 122,2 + 21 = 143,2 \text{ cm}^2$$

$$A_B = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_B = 7 \cdot 3 = 21 \text{ cm}^2$$

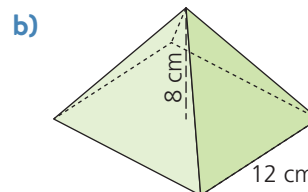
- 28  Calcula el área total de estas pirámides regulares de base cuadrada.



- a) Calculamos la apotema de la pirámide:  $a_p^2 = 8^2 + 15^2 = 289 \rightarrow a_p = 17 \text{ cm}$

$$A_B = 16^2 = 256 \text{ cm}^2 \quad A_L = \frac{(4 \cdot 16) \cdot 17}{2} = 544 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + A_B = 544 + 256 = 800 \text{ cm}^2$$



- b) Calculamos la apotema de la pirámide:  $a_p^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \rightarrow a_p = 10 \text{ cm}$

$$A_B = 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \quad A_L = \frac{(4 \cdot 12) \cdot 10}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + A_B = 240 + 144 = 384 \text{ cm}^2$$

- 29 En una pirámide hexagonal regular de lado 6 cm, su apotema mide 5,2 cm y la apotema de la base de la pirámide es de 4,1 cm. Calcula:
- el área lateral.
  - el área total.

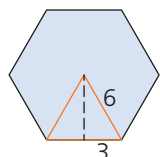
a)  $A_L = 6 \cdot \frac{6 \cdot 4,1}{2} = 73,8 \text{ cm}^2$

b) En primer lugar, calculamos el área de la base:  $A_B = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + A_B = 73,8 + 93,6 = 167,4 \text{ cm}^2$

**Ejercicio resuelto**  
(página 247)

- 30 Calcula el área total de una pirámide regular cuya base es un hexágono de 6 cm de lado y cuya altura mide 7 cm.

Calculamos la apotema de la base.



$$a_B^2 + 3^2 = 6^2 \quad a_B^2 = 36 - 9 = 27$$

$$a_B = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$$

El área de la base es:  $A_B = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ cm}^2$

Calculamos la apotema de la pirámide.

$$a_p^2 = 5,2^2 + 7^2 \quad a_p^2 = 27 + 49 = 76$$

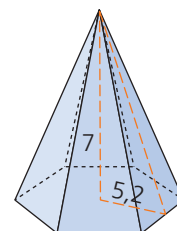
$$a_p = \sqrt{76} = 8,7 \text{ cm}$$

El área lateral es:

$$A_L = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 8,7}{2} = 156,6 \text{ cm}^2$$

El área total es:

$$A_T = A_L + A_B = 156,6 + 93,6 = 250,2 \text{ cm}^2$$



**Actividades digitales**  
31-33 (E y D)

- 31 Calcula el área lateral de una pirámide regular de base hexagonal de 10 cm de lado, y de 15 cm de altura.

Hallamos la apotema de la pirámide:  $a_p^2 = 15^2 + 8,7^2 = 300 \rightarrow a_p = 17,3 \text{ cm}$

Por tanto:  $A_L = \frac{(6 \cdot 10) \cdot 17,3}{2} = 519 \text{ cm}^2$

- 32 Halla el área total de una pirámide regular pentagonal de lado 5 cm, sabiendo que la apotema de su base mide 3,44 cm y su altura es de 10 cm.

$$A_B = \frac{(5 \cdot 5) \cdot 3,44}{2} = 43 \text{ cm}^2$$

Para hallar el área lateral, calculamos la apotema de la pirámide.

$$a_p^2 = 10^2 + 3,44^2 \rightarrow a_p^2 = 100 + 11,83 = 111,83 \rightarrow a_p = \sqrt{111,83} = 10,57 \text{ cm}$$

$$A_L = \frac{(5 \cdot 5) \cdot 10,57}{2} = 132,13 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + A_B = 132,13 + 43 = 175,13 \text{ cm}^2$$

**+ COMPETENTES** (página 247) . . . . . ●●

- 33 Una empresa ha utilizado nylon para formar unos tetraedros de 4 cm de lado en el que van a envasar té. ¿Qué superficie de nylon necesita emplear para fabricar cada bolsita de té?

Calculamos la superficie de una de las caras.

$$h^2 + 2^2 = 4^2 \rightarrow h^2 + 4 = 16 \rightarrow h^2 = 12 \rightarrow h = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$

$$A = \frac{4 \cdot 3,46}{2} = 6,92 \text{ cm}^2$$

La superficie que se necesita mide:  $4 \cdot 6,92 = 27,68 \text{ cm}^2$

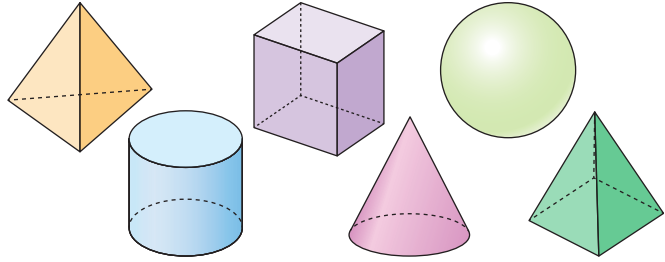
## 5. Cuerpos de revolución (páginas 248/249)

### Actividades


(página 249)

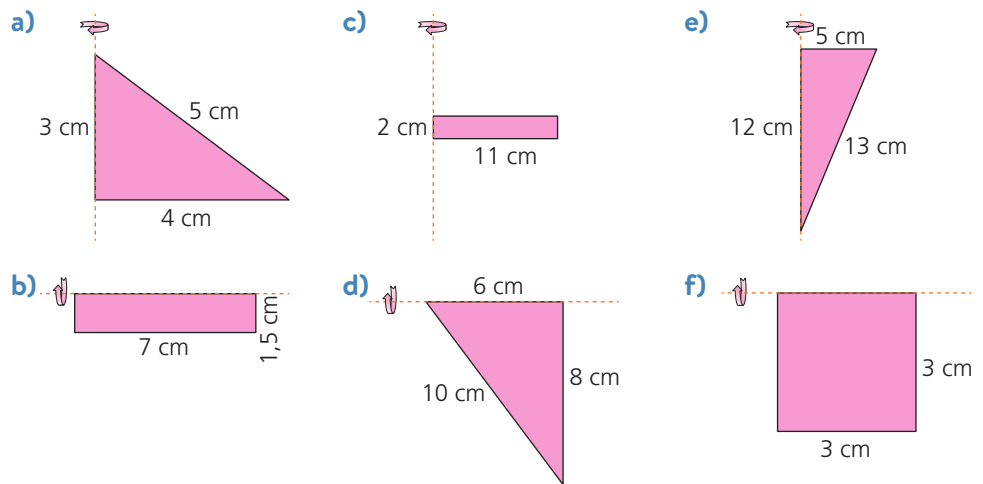
Actividades digitales  
34-38 (E y D)

34  Indica cuáles de estos cuerpos son de revolución.




Son cuerpos de revolución: el cilindro, el cono y la esfera; porque se generan al hacer girar una figura geométrica plana sobre uno de sus lados.

35  Indica qué figura se genera al hacer girar estos polígonos en torno al eje indicado. Calcula la longitud de la generatriz y del radio de la base.



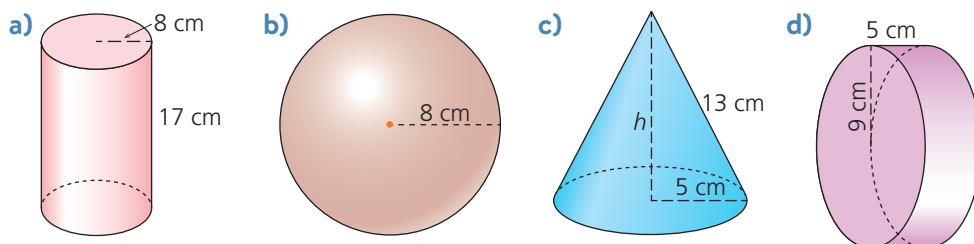
- a) Cono de radio 4 cm, altura 3 cm y generatriz 5 cm
- b) Cilindro de radio 1,5 cm y generatriz 7 cm
- c) Cilindro de radio 11 cm y generatriz 2 cm
- d) Cono de radio 8 cm, altura 6 cm y generatriz 10 cm
- e) Cono de radio 5 cm, altura 12 cm y generatriz 13 cm
- f) Cilindro de radio 3 cm y generatriz 3 cm

36  Indica el radio y el área del círculo máximo de las esferas que se forman al hacer rotar estos semicírculos.



- a) Radio 1,5 cm  
Área del círculo máximo:  $3,14 \cdot 1,5^2 = 7,065 \text{ cm}^2$
- b) Radio 3 cm  
Área del círculo máximo:  $3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$
- c) Radio 1 cm  
Área del círculo máximo:  $3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ cm}^2$
- d) Radio: 5 cm  
Área del círculo máximo:  $3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$

37 ¿Cuáles son las dimensiones de las figuras planas con las que han sido generados estos cuerpos de revolución?



- a) Rectángulo de lados de 8 cm y 17 cm
- b) Semicírculo de 8 cm de radio
- c) Calculamos la altura del cono utilizando el teorema de Pitágoras:

$$h^2 + 5^2 = 13^2 \rightarrow h^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow h = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

La figura plana que ha generado este cono es un triángulo rectángulo de lados 5 cm, 12 cm y 13 cm, usando como eje el lado de 12 cm.

- d) Rectángulo de lados 9 cm y 5 cm

+ COMPETENTES (página 249) .....

38 Habitualmente utilizamos botellas para almacenar todo tipo de líquidos. Fíjate en las botellas que tiene Mara en su cocina.

- a) ¿Son cuerpos de revolución?
- b) Si es así, copia en tu cuaderno una de ellas y traza el eje y la figura plana que la genera.
- a) Sí, son cuerpos de revolución porque todas se generan haciendo girar una figura plana.
- b) RESPUESTA ABIERTA

Comprobar que los alumnos eligen una de las botellas de la ilustración, trazan el eje y obtienen la figura plana correspondiente.

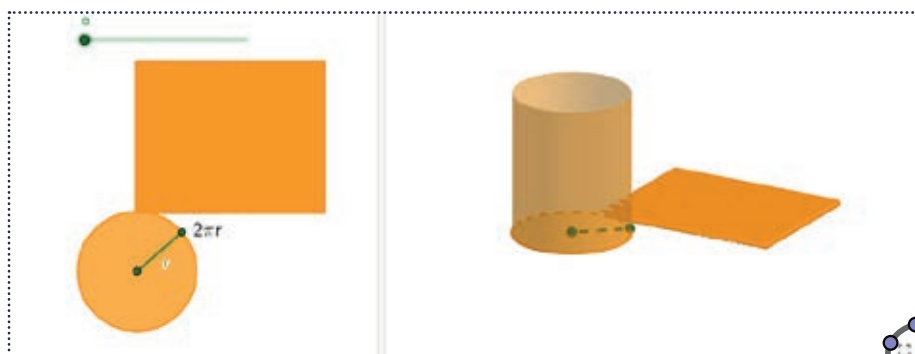


## 6. Cilindros. Áreas (páginas 250/251)

### Área lateral de un cilindro (E y D)

En este recurso se muestra el desarrollo del área lateral de un cilindro que aparece al mover el deslizador verde de la parte izquierda de la pantalla. Este deslizador controla un punto de la circunferencia de una de las bases del cilindro.

Puede utilizarse en clase como apoyo a la explicación del área del cilindro o para que los alumnos investiguen y reflexionen sobre la relación entre la longitud de la circunferencia de una de las bases del cilindro y las dimensiones del rectángulo que resulta al realizar el desarrollo plano del mismo.



### Sugerencias didácticas

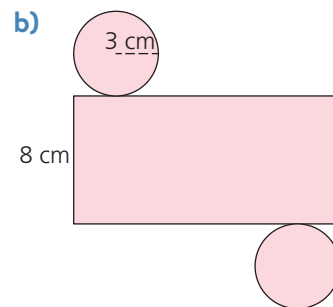
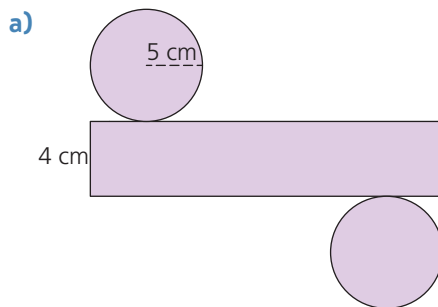
<http://inicia.oupe.es/22mt0s243>

# Actividades

(página 251)

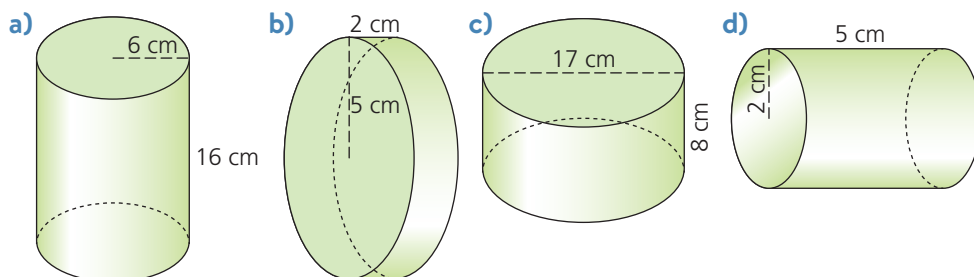
Actividades digitales  
39-48 (E y D)

- 39 Estos son los desarrollos de dos cilindros. Calcula el área de una de las bases, el área lateral y el área total de cada cilindro.



- a)  $A_B = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$        $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 4 = 125,6 \text{ cm}^2$   
 $A_T = 2 \cdot 78,5 + 125,6 = 282,6 \text{ cm}^2$
- b)  $A_B = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$        $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 8 = 150,72 \text{ cm}^2$   
 $A_T = 2 \cdot 28,26 + 150,72 = 207,24 \text{ cm}^2$

- 40 Halla el área total de cada uno de los siguientes cilindros.



- a)  $A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot (16 + 6) = 828,96 \text{ cm}^2$
- b)  $A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot (5 + 2) = 219,80 \text{ cm}^2$
- c)  $A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot 8,5 \cdot (8 + 8,5) = 880,77 \text{ cm}^2$
- d)  $A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot (5 + 2) = 87,92 \text{ cm}^2$

- 41 Halla el área total de los cilindros con los siguientes datos.


- a) Altura de 4,5 cm y radio de 12 cm
- b) Diámetro de 15 cm y altura de 8,5 cm

- a)  $A_B = 3,14 \cdot 12^2 = 452,16 \text{ cm}^2$   
 $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \cdot 4,5 = 339,12 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 339,12 + 2 \cdot 452,16 = 1\,243,44 \text{ cm}^2$
- b)  $A_B = 3,14 \cdot 7,5^2 = 176,625 \text{ cm}^2$   
 $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 7,5 \cdot 8,5 = 400,35 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 400,35 + 2 \cdot 176,625 = 753,6 \text{ cm}^2$

- 42 Calcula el área total de un cilindro cuyas dimensiones son:

- a) 3,2 m de diámetro y 43,5 cm de altura
- b) 550 mm de altura y 8,5 dm de diámetro

- a) Pasamos todas las medidas a centímetros:  
 $A_B = 3,14 \cdot 160^2 = 80\,384 \text{ cm}^2$   
 $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 160 \cdot 43,5 = 43\,708,8 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 43\,708,8 + 2 \cdot 80\,384 = 204\,476,8 \text{ cm}^2$
- b) Pasamos todas las medidas a decímetros:  
 $A_B = 3,14 \cdot 4,25^2 = 56,72 \text{ cm}^2$   
 $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 4,25 \cdot 5,5 = 146,80 \text{ dm}^2$   
 $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 146,80 + 2 \cdot 56,72 = 260,24 \text{ dm}^2$

- 43  Calcula la altura de un cilindro sabiendo que la superficie de la base mide  $314 \text{ cm}^2$  y que su área lateral es de  $1\,256 \text{ cm}^2$ .


Para calcular la altura del cilindro podemos partir del área lateral, pero primero necesitamos tener el dato del radio.

Como conocemos el área de la base, podemos calcular el radio:

$$A_b = 3,14 \cdot r^2 \rightarrow 314 = 3,14 \cdot r^2 \rightarrow r^2 = 100 \rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

Como ahora conocemos el radio y el área lateral, podemos calcular la altura:

$$A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot r \cdot h \rightarrow 1\,256 = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot h \rightarrow 1\,256 = 62,8 \cdot h \rightarrow h = 20 \text{ cm}$$


- 44  La altura de un cilindro mide  $8 \text{ m}$  y su área lateral es de  $10\,048 \text{ cm}^2$ . ¿Cuánto mide el radio de la base de este cilindro?

Pasamos la altura del cilindro a centímetros:  $8 \text{ m} = 800 \text{ cm}$

Conocida el área lateral y la altura, podemos calcular el radio de la base.

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \rightarrow 10\,048 = 2 \cdot 3,14 \cdot r \cdot 800 \rightarrow r = 2 \text{ cm}$$

El radio de la base mide  $2 \text{ cm}$ .

- 45  Carlos y Berta están construyendo dos cilindros sin tapa diferentes utilizando dos cartones reciclados de colores de las mismas dimensiones. ¿Cuánto cartón necesitan para construir la tapa?



En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.


Cilindro amarillo y más ancho:  $2 \cdot 3,14 \cdot r = 40,82 \rightarrow r = 6,5 \text{ cm}$

$$A_b = 3,14 \cdot r^2 = 3,14 \cdot 6,5^2 = 132,7 \text{ cm}^2$$

Cilindro verde y más estrecho:  $2 \cdot 3,14 \cdot r = 15,7 \rightarrow r = 2,5 \text{ cm}$

$$A_b = 3,14 \cdot r^2 = 3,14 \cdot 2,5^2 = 19,6 \text{ cm}^2$$

Necesitan  $132,7 \text{ cm}^2$  para una tapa del cilindro más ancho y  $19,6 \text{ cm}^2$  para una tapa del cilindro más estrecho.


- 46  Paolo tiene que pintar con aislante un depósito cilíndrico de  $75 \text{ cm}$  de radio y  $2,5 \text{ m}$  de altura. ¿Cuántos metros cuadrados tiene que pintar?

Expresamos el radio del cilindro en metros:  $75 \text{ cm} = 0,75 \text{ m}$

$$A_b = 3,14 \cdot 0,75^2 = 1,77 \text{ m}^2 \quad A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,75 \cdot 2,5 = 11,78 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_b = 11,78 + 2 \cdot 1,77 = 15,32 \text{ m}^2$$

Tiene que pintar  $15,32 \text{ m}^2$ .

- 47  María está restaurando 15 latas viejas para hacer con ellas unos maceteros, cubriendo con vinilo solo la superficie lateral. Si cada lata tiene un diámetro de  $35 \text{ cm}$  y una altura de  $40 \text{ cm}$ , ¿cuántos metros cuadrados de vinilo empleará en total?



En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.

Calculamos el área lateral de un cilindro y la multiplicamos por 15.

$$A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 17,5 \cdot 40 = 4\,396 \text{ cm}^2$$

$$15 \cdot 4\,396 = 65\,940 \text{ cm}^2 = 6,594 \text{ m}^2$$

+ COMPETENTES SA (página 251) .....

48 Una empresa de conservas de tomate utiliza estos envases. Calcula la cantidad de material necesaria para construir cada uno de ellos.



$$A_B = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$A_L = 226,08 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 326,56 \text{ cm}^2$$



$$A_B = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$A_L = 314 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 471 \text{ cm}^2$$



$$A_B = 153,86 \text{ cm}^2$$

$$A_L = 329,7 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 637,42 \text{ cm}^2$$

## 7. Conos. Áreas (páginas 252/253)

Ejercicio resuelto  
(página 252)

Sugerencias didácticas

<http://inicia.oupe.es/22mt0s244>

49 Calcula el área de un cono de 12 cm de altura y 10 cm de diámetro.

▶ Área de un cono (E y D)

En el vídeo se muestra el cálculo del área total de un cono recto del que se conocen la altura y el diámetro, por lo que en primer lugar se aplica el teorema de Pitágoras, para determinar su generatriz, y después se hallan el área lateral, el de la base y la total.

Puede reproducirse en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos repasen el cálculo de áreas de conos más tarde.

Para calcular el área lateral tenemos que averiguar la medida de la generatriz. Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$g^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow g^2 = 169 \rightarrow g = 13 \text{ cm}$$

Calculamos el área lateral, ...  $A_L = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 204,1 \text{ cm}^2$

... el área de la base, ...  $A_B = \pi \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$

... y el área total del cono.

$$A_T = A_L + A_B = 204,1 + 78,5 = 282,6 \text{ cm}^2$$

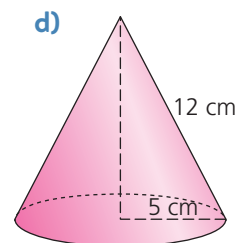
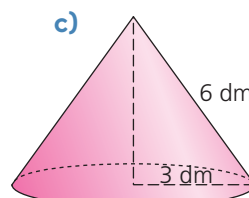
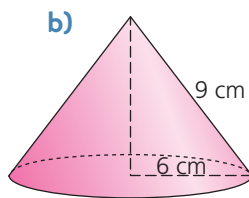
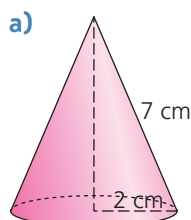
El diámetro mide 10 cm, así que el radio mide 5 cm.

## Actividades

(página 253)

Actividades digitales  
50-60 (E y D)

50 Calcula el área de los siguientes conos.



a)  $A_L = 3,14 \cdot 2 \cdot 7 = 43,96 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + A_B = 56,52 \text{ cm}^2$

$A_B = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ cm}^2$

b)  $A_L = 3,14 \cdot 6 \cdot 9 = 169,56 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + A_B = 282,6 \text{ cm}^2$

$A_B = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$

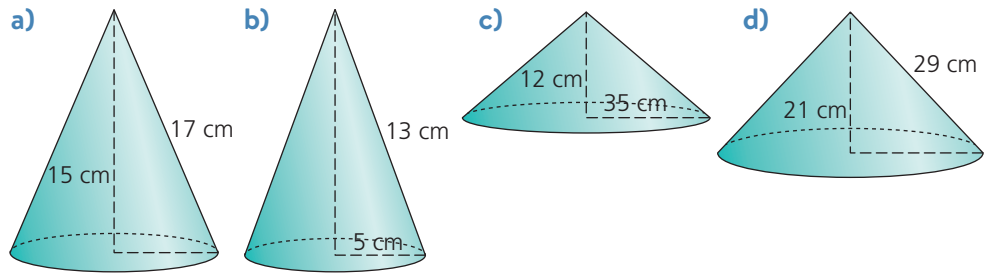
c)  $A_L = 3,14 \cdot 3 \cdot 6 = 56,52 \text{ dm}^2$   
 $A_T = A_L + A_B = 84,78 \text{ dm}^2$

$A_B = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ dm}^2$

d)  $A_L = 3,14 \cdot 5 \cdot 12 = 188,4 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + A_B = 266,9 \text{ cm}^2$

$A_B = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$

51  Halla el área lateral y el área total de estos conos.



- a) Calculamos el radio:  $r^2 + 15^2 = 17^2 \rightarrow r^2 = 64 \rightarrow r = 8$  cm  
 $A_L = 3,14 \cdot 8 \cdot 17 = 427,04$  cm<sup>2</sup>       $A_B = 3,14 \cdot 8^2 = 200,96$  cm<sup>2</sup>  
 $A_T = A_L + A_B = 628$  cm<sup>2</sup>
- b)  $A_L = 3,14 \cdot 5 \cdot 13 = 204,1$  cm<sup>2</sup>       $A_B = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5$  cm<sup>2</sup>  
 $A_T = A_L + A_B = 282,6$  cm<sup>2</sup>
- c) Calculamos la generatriz:  $g^2 = 12^2 + 35^2 \rightarrow g^2 = 1369 \rightarrow g = 37$  cm  
 $A_L = 3,14 \cdot 35 \cdot 37 = 4066,3$  cm<sup>2</sup>       $A_B = 3,14 \cdot 35^2 = 3846,5$  cm<sup>2</sup>  
 $A_T = 4066,3 + 3846,5 = 7912,8$  cm<sup>2</sup>
- d) Calculamos el radio:  $r^2 + 21^2 = 29^2 \rightarrow r^2 = 400 \rightarrow r = 20$  cm  
 $A_L = 3,14 \cdot 20 \cdot 29 = 1821,2$  cm<sup>2</sup>       $A_B = 3,14 \cdot 20^2 = 1256$  cm<sup>2</sup>  
 $A_T = 1821,2 + 1256 = 3077,2$  cm<sup>2</sup>

52  Calcula el área de los conos que tienen las siguientes dimensiones.

- a) Generatriz de 26 m y altura de 24 m  
b) Radio de la base de 11 cm y altura de 61 cm
- a) Calculamos el radio:  $r^2 + 24^2 = 26^2 \rightarrow r^2 = 100 \rightarrow r = 10$  m  
 $A_L = 3,14 \cdot 10 \cdot 26 = 816,4$  m<sup>2</sup>  
 $A_B = 3,14 \cdot 10^2 = 314$  m<sup>2</sup>  
 $A_T = A_L + A_B = 816,4 + 314 = 1130,4$  m<sup>2</sup>
- b) Calculamos la generatriz:  $g^2 = 61^2 + 11^2 \rightarrow g^2 = 3842 \rightarrow g = 61,98$  cm  
 $A_L = 3,14 \cdot 11 \cdot 61,98 = 2140,79$  cm<sup>2</sup>  
 $A_B = 3,14 \cdot 11^2 = 379,94$  cm<sup>2</sup>  
 $A_T = 2140,79 + 379,94 = 2520,73$  cm<sup>2</sup>


53  Halla el área de los conos con los siguientes datos.

- a) Generatriz de 4,5 dm y altura de 320 mm  
b) Radio de la base de 15 m y altura de 72 cm
- a) Expresamos las medidas en decímetros:  $g = 4,5$  dm,  $h = 3,2$  dm  
Calculamos el radio:  $r^2 + 3,2^2 = 4,5^2 \rightarrow r^2 = 10,01 \rightarrow r = 3,2$  dm  
 $A_L = 3,14 \cdot 3,2 \cdot 4,5 = 45,22$  dm<sup>2</sup>  
 $A_B = 3,14 \cdot 3,2^2 = 32,15$  dm<sup>2</sup>  
 $A_T = A_L + A_B = 45,22 + 32,15 = 77,37$  dm<sup>2</sup>
- b) Expresamos las medidas en metros:  $b = 15$  m,  $h = 0,72$  m  
Calculamos la generatriz:  $g^2 = 15^2 + 0,72^2 \rightarrow g^2 = 225,52 \rightarrow g = 15,02$  m  
 $A_L = 3,14 \cdot 15 \cdot 15,02 = 707,44$  cm<sup>2</sup>  
 $A_B = 3,14 \cdot 15^2 = 706,5$  cm<sup>2</sup>  
 $A_T = 707,44 + 706,5 = 1413,94$  cm<sup>2</sup>

54  ¿Cuánto mide el radio de un cono cuya área lateral es de 339,2 cm<sup>2</sup> si su generatriz es tres veces su radio?

Si llamamos  $r$  al radio y  $3r$  a la generatriz, se tiene que:

$$A_L = 3,14 \cdot r \cdot g \rightarrow 339,2 = 3,14 \cdot r \cdot 3r \rightarrow 339,2 = 9,42 \cdot r^2 \rightarrow r^2 = 36 \rightarrow r = 6$$
 cm

- 55**  Unimos dos conos de 12 cm de radio por sus bases. Uno de los conos mide 5 cm de altura, y el otro, 35 cm. Si queremos pintar la superficie así formada, ¿cuántos centímetros cuadrados pintaremos?

Calculamos el área lateral de los dos conos. Para ello, se necesita la generatriz de ambos conos.


$$g_1^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow g_1^2 = 144 + 25 = 169 \rightarrow g_1 = 13 \text{ cm}$$

$$g_2^2 = 12^2 + 35^2 \rightarrow g_2^2 = 144 + 1225 = 1369 \rightarrow g_2 = 37 \text{ cm}$$

$$A_{L1} = 3,14 \cdot 12 \cdot 13 = 489,84 \text{ cm}^2$$

$$A_{L2} = 3,14 \cdot 12 \cdot 37 = 1394,16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Tienen que pintar: } A_{L1} + A_{L2} = 489,84 + 1394,16 = 1884 \text{ cm}^2$$

- 56**  Calcula el área total de los conos que puede generar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 28 cm y 96 cm, respectivamente.


Calculamos la hipotenusa del triángulo rectángulo.

$$h^2 = 28^2 + 96^2 \rightarrow h^2 = 10000 \rightarrow h = 100 \text{ cm}$$

Se pueden generar dos conos según el cateto que se utilice como eje.

$$\text{Cateto de 28 cm: } A_T = 3,14 \cdot 96 \cdot 100 + 3,14 \cdot 96^2 = 59082,24 \text{ cm}^2$$


$$\text{Cateto de 96 cm: } A_T = 3,14 \cdot 28 \cdot 100 + 3,14 \cdot 28^2 = 11253,76 \text{ cm}^2$$

- 57**  Calcula el área de un cono generado por un triángulo rectángulo isósceles cuyos lados iguales miden 8 cm.

Calculamos la generatriz del cono:

$$g^2 = 8^2 + 8^2 \rightarrow g^2 = 64 + 64 = 128 \rightarrow g = 11,31$$

$$A_T = 3,14 \cdot 8 \cdot 11,31 + 3,14 \cdot 8^2 = 200,96 = 485,07 \text{ cm}^2$$

- 58**  A un cono se le ha quitado una cuarta parte, quedando el siguiente cuerpo geométrico.

Calcula su área total.

El área de la base de esta figura es un cuarto del área del círculo y el área lateral un cuarto del área lateral del cono más dos triángulos rectángulos.

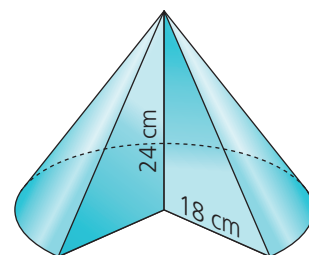
Primero calculamos la generatriz del cono:


$$g^2 = 18^2 + 30^2 \rightarrow g^2 = 900 \rightarrow g = 30 \text{ cm}$$

$$A_B = \frac{3}{4} (3,14 \cdot 18^2) = 763,02 \text{ cm}^2$$

$$A_L = \frac{3}{4} (3,14 \cdot 18 \cdot 30) + 2 \cdot \frac{18 \cdot 24}{2} = 1271,7 + 432 = 1703,7 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L = 763,02 \text{ cm}^2 + 1703,7 \text{ cm}^2 = 2466,72 \text{ cm}^2$$



- 59**  Marina está fabricando velas naturales con forma de cono utilizando cera de soja para no contaminar ni generar hollín. Una vez acabadas, quiere cubrir cada una con un cono de cartón reciclado para protegerlas.

Calcula los centímetros cuadrados de cartón que necesitará para elaborar cada envoltorio con forma de cono si cada uno tiene un radio de 16 cm y una altura de 30 cm.



En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.

Calculamos la generatriz del cono.

$$g^2 = 16^2 + 30^2 \rightarrow g^2 = 1156 \rightarrow g = 34 \text{ cm}$$

$$A_T = A_L + A_B = 3,14 \cdot 16 \cdot 34 + 3,14 \cdot 16^2 = 1708,16 + 803,84 = 2512 \text{ cm}^2$$

Se necesitan 2512 cm<sup>2</sup> de cartón.

**60** Una empresa alimenticia comercializa conos de galleta para helados. Cada cono tiene una base con un diámetro de 3 cm, así como una altura de 10 cm. Para envasar los conos utiliza un papel de color dorado que cuesta 12 euros el metro cuadrado. ¿Cuánto dinero cuesta el papel que se necesita para envolver los 1 200 conos que se fabrican en un día?

Primero calculamos la generatriz de estos conos.

$$g^2 = 1,5^2 + 10^2 \rightarrow g^2 = 2,25 + 100 = 102,25 \rightarrow g = 10,1 \text{ cm}$$

Calculamos el área lateral de uno de estos conos, expresada en metros cuadrados.

$$A_l = 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10,1 = 47,571 \text{ cm}^2 = 0,0047571 \text{ m}^2$$

Multiplicamos el área lateral por el número de conos y por el precio del metro cuadrado de papel.

$$0,0047571 \cdot 12 \cdot 1\,200 = 68,50224$$

El papel que necesitan para envolver los conos cuesta 68,50 euros.

## 8. Esferas. Áreas (páginas 254/255)

### Actividades

(página 255)

 **Actividades digitales**  
61-68 (E y D)

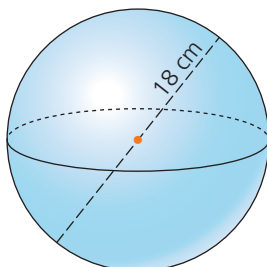
**61**  Calcula el área de las superficies esféricas que tienen estos radios.

- |          |            |             |
|----------|------------|-------------|
| a) 3 cm  | c) 2,8 dam | e) 3,2 m    |
| b) 10 dm | d) 0,25 km | f) 0,125 hm |

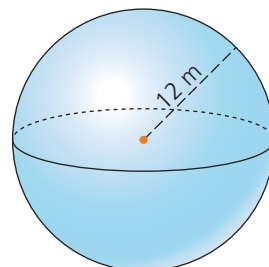
- a)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 113,04 \text{ cm}^2$   
 b)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 1\,256 \text{ dm}^2$   
 c)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 2,8^2 = 98,4704 \text{ dam}^2$   
 d)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,25^2 = 0,785 \text{ km}^2$   
 e)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 3,2^2 = 128,6144 \text{ m}^2$   
 f)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,125^2 = 0,19625 \text{ hm}^2$

**62**  Halla el área de cada una de las siguientes superficies esféricas.

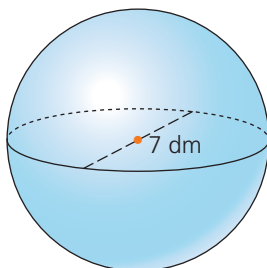
a)



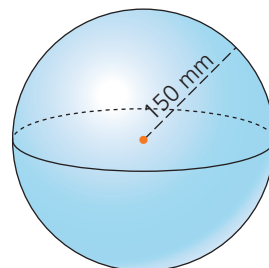
c)




b)



d)




- |  |   |
|--|---|
| a) $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 9^2 = 1\,017,36 \text{ cm}^2$ | c) $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 12^2 = 1\,808,64 \text{ m}^2$  |
| b) $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 3,5^2 = 153,86 \text{ dm}^2$  | d) $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 150^2 = 282\,600 \text{ mm}^2$ |

**63**  Una cuadrilla de pintores tiene que pintar un depósito esférico de 12 m de diámetro. Para calcular cuánta pintura necesitan, determina cuánto mide la superficie del depósito esférico en metros cuadrados.

$$A = 4 \cdot 3,14 \cdot 6^2 = 452,16 \text{ m}^2 \quad \text{La superficie mide } 452,16 \text{ m}^2.$$

**64**  La superficie de una esfera mide 803,84 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto mide su radio?

$$803,84 = 4 \cdot 3,14 \cdot r^2 \rightarrow r^2 = 64 \rightarrow r = 8 \text{ cm} \quad \text{Su radio mide } 8 \text{ cm.}$$

- 65**  **Calcula el área de las figuras esféricas con las siguientes características**
- Un casquete esférico de 2 cm de altura en una esfera de 6 cm de radio.
  - Una zona esférica de 1 cm de altura en una esfera de 8 cm de radio.
  - Un huso esférico de  $15^\circ$  en una esfera de 10 cm de radio.

a)  $A_{\text{casquete esférico}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 2 = 75,36 \text{ cm}^2$

b)  $A_{\text{zona esférica}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 1 = 50,24 \text{ cm}^2$

c)  $A_{\text{huso esférico}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 \cdot 15}{360} = 52,33 \text{ cm}^2$

- 66**  **Calcula el área de semiesfera cuyo radio es de 16 cm.**

El área de una semiesfera es la mitad del área de la esfera más el área del círculo máximo de la esfera:

$$A_{\text{semiesfera}} = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 3,14 \cdot 16^2) + 3,14 \cdot 16^2 = 2\,411,52 \text{ cm}^2$$

- 67**  **Calcula el área de los siguientes husos esféricos en una esfera de radio 8 cm.**

a) Huso esférico de  $45^\circ$  c) Huso esférico de  $240^\circ$

b) Huso esférico de  $60^\circ$  d) Huso esférico de  $315^\circ$

a)  $A_{\text{huso esférico}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = 100,48 \text{ cm}^2$

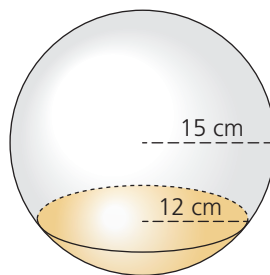
b)  $A_{\text{huso esférico}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 133,97 \text{ cm}^2$

c)  $A_{\text{huso esférico}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8^2 \cdot 240^\circ}{360^\circ} = 535,89 \text{ cm}^2$

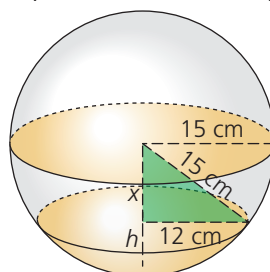
d)  $A_{\text{huso esférico}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8^2 \cdot 315^\circ}{360^\circ} = 703,36 \text{ cm}^2$

**Ejercicio resuelto**  
(página 255)

- 68** **Calcula el área de este casquete esférico.**



Sabemos que la altura del casquete esférico cumple que:  $x + h = 15 \text{ cm}$



Aplicando el teorema de Pitágoras, calculamos:

$$x + 12^2 = 15^2 \rightarrow x^2 = 15^2 - 12^2$$

$$\rightarrow x^2 = 225 - 144$$

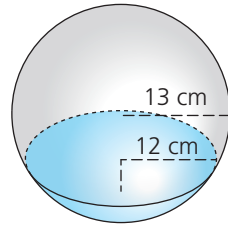
$$\rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = 9 \text{ cm}$$

La altura del casquete es:  $h = 15 - 9 = 6 \text{ cm}$

$$A_{\text{casquete esférico}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot 3,14 \cdot 15 \cdot 6 = 565,2 \text{ cm}^2$$

69 Calcula el área de estos casquetes esféricos.

a)



$$a) A_{\text{casquete esférico}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 13 \cdot h$$

Para calcular la altura hallamos primero el valor de  $x$  utilizando el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + 12^2 = 13^2 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

$$h + x = 13 \rightarrow h + 5 = 13 \rightarrow h = 8 \text{ cm};$$

$$A_{\text{casquete esférico}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 13 \cdot 8 = 653,12 \text{ cm}^2$$

$$b) A_{\text{casquete esférico}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot h$$

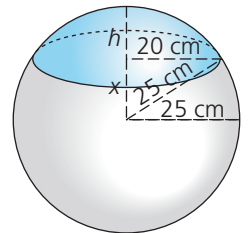
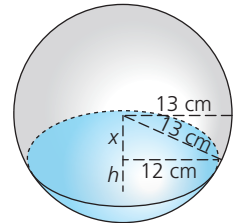
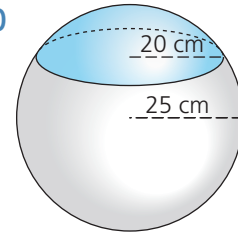
Para calcular la altura hallamos primero el valor de  $x$  utilizando el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + 20^2 = 25^2 \rightarrow x^2 = 225 \rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

$$h + x = 25 \rightarrow h + 15 = 25 \rightarrow h = 10 \text{ cm}$$

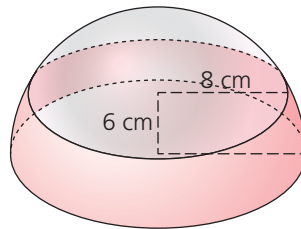
$$A_{\text{casquete esférico}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10 = 1570 \text{ cm}^2$$

b)



70 Calcula el área de las siguientes zonas esféricas.

a)



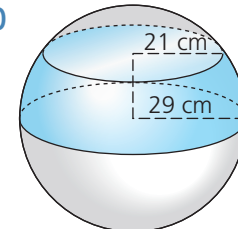
$$a) A_{\text{zona esférica}} = 2 \cdot 3,14 \cdot r \cdot h$$

Para calcular el radio de la zona esférica utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow r^2 = 100 \rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

$$A_{\text{zona esférica}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 6 = 376,80 \text{ cm}^2$$

b)

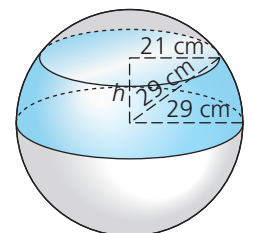
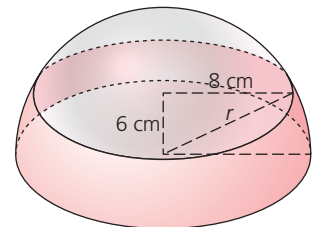


$$b) A_{\text{zona esférica}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 29 \cdot h$$

Para calcular la altura de la zona esférica utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2 + 21^2 = 29^2 \rightarrow h^2 = 400 \rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

$$A_{\text{zona esférica}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 29 \cdot 20 = 3768,4 \text{ cm}^2$$



+ COMPETENTES (página 255) .....

71 Una empresa de artículos deportivos planea producir envases con forma esférica para sus balones.

- a) Analiza las ventajas y las desventajas a la hora de elegir este tipo de envase.
- b) ¿Un envase con forma de casquete esférico tendría más ventajas que uno con forma de esfera?
- a) RESPUESTA ABIERTA. Por ejemplo, una ventaja sería que no se perdería espacio dentro del embalaje y una desventaja el almacenamiento.
- b) RESPUESTA ABIERTA. Por ejemplo, sería una desventaja el espacio que estaría inutilizado al meter un balón dentro de un casquete, pero sería una ventaja el almacenamiento.

## 9. Troncos de pirámides y conos. Áreas (páginas 256/257)

### Actividades

(página 257)

Actividades digitales  
72-79 (E y D)

72 Calcula el área de los troncos de cono con las siguientes características.

a)  $R = 7 \text{ cm}$ ,  $r = 4 \text{ cm}$ ,  $g = 5 \text{ cm}$

b)  $R = 10 \text{ cm}$ ,  $r = 6 \text{ cm}$ ,  $g = 10 \text{ cm}$

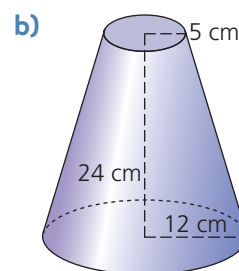
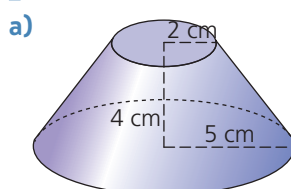
a)  $A_{\text{bases}} = 3,14 \cdot 7^2 + 3,14 \cdot 4^2 = 204,1 \text{ cm}^2$

$A_L = 3,14 \cdot (7 + 4) \cdot 5 = 172,7 \text{ cm}^2$        $A_T = 204,1 + 172,7 = 376,8 \text{ cm}^2$

b)  $A_{\text{bases}} = 3,14 \cdot 10^2 + 3,14 \cdot 6^2 = 427,04 \text{ cm}^2$

$A_L = 3,14 \cdot (10 + 6) \cdot 10 = 502,4 \text{ cm}^2$        $A_T = 427,04 + 502,4 = 929,44 \text{ cm}^2$

73 Halla el área lateral de estos troncos de cono.



a)  $g^2 = 4^2 + (5 - 2)^2 = 25 \rightarrow g = 5 \text{ cm}$

$A_L = 3,14 \cdot (2 + 5) \cdot 5 = 109,9 \text{ cm}^2$

b)  $g^2 = 24^2 + (12 - 5)^2 = 625 \rightarrow g = 25 \text{ cm}$

$A_L = 3,14 \cdot (12 + 5) \cdot 25 = 1\,334,5 \text{ cm}^2$

74 Un cono de radio 6 cm y altura 8 cm se ha cortado por un plano paralelo a su base, quedando un tronco de cono y un cono más pequeño de radio 3 cm y altura 4 cm. ¿Cuál es el área del tronco de cono?

Altura del tronco de cono:  $h = 8 - 4 = 4 \text{ cm}$

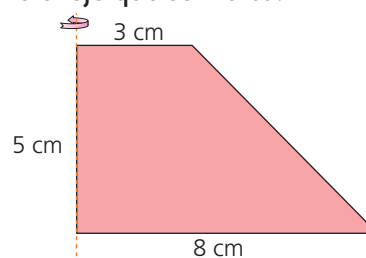
Calculamos la generatriz:  $g^2 = 4^2 + (6 - 3)^2 = 25 \rightarrow g = 5 \text{ cm}$

$A_L = 3,14 \cdot (6 + 3) \cdot 5 = 141,3 \text{ cm}^2$

$A_{\text{bases}} = 3,14 \cdot 6^2 + 3,14 \cdot 3^2 = 141,3 \text{ cm}^2$

$A_T = 141,3 + 141,3 = 282,6 \text{ cm}^2$

75 Calcula el área del cuerpo geométrico que se genera al hacer girar este trapecio rectángulo sobre el eje que se indica.



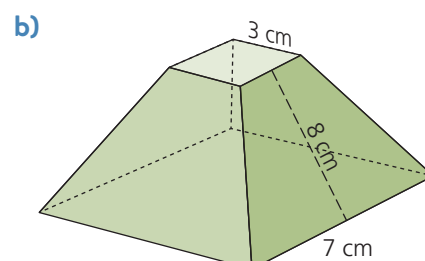
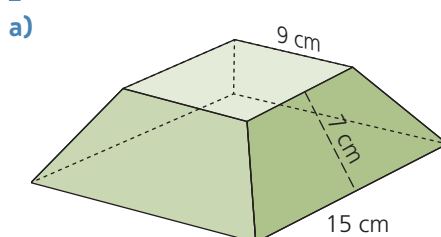
El cuerpo geométrico que se genera es un tronco de cono. Para calcular el área necesitamos la generatriz:  $g^2 = 5^2 + (8 - 3)^2 = 50 \rightarrow g = 7,07 \text{ cm}$

$A_L = 3,14 \cdot (8 + 3) \cdot 7,07 = 244,2 \text{ cm}^2$


$A_{\text{bases}} = 3,14 \cdot 8^2 + 3,14 \cdot 3^2 = 229,22 \text{ cm}^2$

$A_T = 244,2 + 229,22 = 473,42 \text{ cm}^2$

76 Calcula el área de los siguientes troncos de pirámide.



$$\begin{aligned} \text{a) } A_{\text{bases}} &= 9^2 + 15^2 = 306 \text{ cm}^2 & A_L &= 4 \cdot \frac{(15 + 9) \cdot 7}{2} = 336 \text{ cm}^2 \\ A_T &= 306 + 336 = 642 \text{ cm}^2 \\ \text{b) } A_{\text{bases}} &= 3^2 + 7^2 = 58 \text{ cm}^2 & A_L &= 4 \cdot \frac{(7 + 3) \cdot 8}{2} = 160 \text{ cm}^2 \\ A_T &= 58 + 160 = 218 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- 77**  Una pirámide de base cuadrada de lado 12 cm y altura 8 cm se ha cortado por un plano paralelo a su base, quedando un tronco de pirámide y una pirámide más pequeña de lado 6 cm y altura 4 cm. ¿Cuánto mide la superficie del tronco de pirámide?

Sabemos que la altura del tronco de pirámide es:  $8 - 4 = 4$  cm

Podemos calcular la altura de los trapezios de las caras utilizando el teorema de Pitágoras:  $h^2 = 4^2 + (6 - 3)^2 \rightarrow h^2 = 25 \rightarrow h = 5$  cm

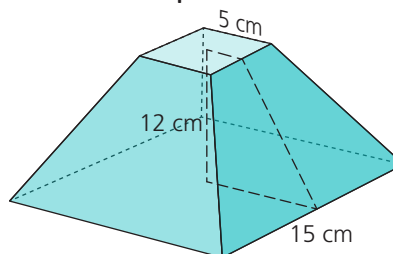
$$A_{\text{bases}} = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180 \text{ cm}^2$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{(12 + 6) \cdot 5}{2} = 144 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_{\text{bases}} + A_L = 180 + 144 = 324 \text{ cm}^2$$

La superficie mide  $324 \text{ cm}^2$ .

- 78**  ¿Cuál es el área de este tronco de pirámide?



Calculamos la altura de los trapezios laterales:

$$h^2 = 12^2 + (7,5 - 2,5)^2 \rightarrow h = 13 \text{ cm}$$

$$A_{\text{bases}} = 15^2 + 5^2 = 225 + 25 = 250 \text{ cm}^2$$

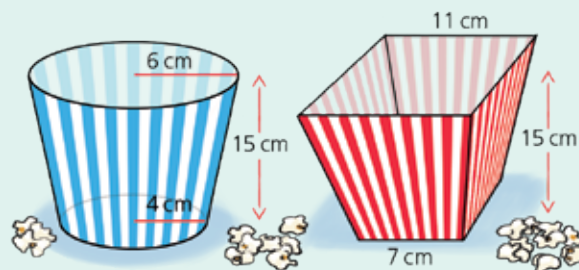
$$A_L = 4 \cdot \frac{(15 + 5) \cdot 13}{2} = 520 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_{\text{bases}} + A_L = 250 + 520 = 770 \text{ cm}^2$$

El área es de  $770 \text{ cm}^2$ .

## + COMPETENTES (página 257) .....

- 79** Una empresa fabrica dos tipos de envases para palomitas, uno para palomitas saladas y otro para las dulces. ¿Cuál de estos dos envases tiene menor área?



Generatriz del tronco de cono:  $g^2 = 15^2 + 2^2 \rightarrow g^2 = 229 \rightarrow g = 15,1$  cm

$$A_{TC} = A_{\text{base pequeña}} + A_L = 3,14 \cdot 4^2 + 3,14 \cdot (6 + 4) \cdot 15,1 = 524,38 \text{ cm}^2$$

Altura del trapecio de las caras del tronco de pirámide:  $h^2 = 15^2 + 2^2 \rightarrow h^2 = 229 \rightarrow h = 15,1$  cm

$$A_{TP} = A_{\text{base pequeña}} + A_L = 7^2 + 4 \cdot \frac{(11 + 7) \cdot 15,1}{2} = 592,6 \text{ cm}^2$$

El tronco de cono tiene menor área que el tronco de pirámide.

 **Actividades digitales**  
80-82 (E y D)

**80**  Lee el texto 1 y responde.

- a) ¿Qué forma tiene la caja de PC de la que se habla en el artículo?  
 b) ¿Cuánto mide su superficie?
- a) La caja de PC tiene forma de prisma de base rectangular.  
 b)  $A_T = 2 \cdot 38,7 \cdot 20,8 + 2 \cdot 38,7 \cdot 44,8 + 2 \cdot 20,8 \cdot 44,8 = 6\,941,04 \text{ cm}^2$   
 Su superficie mide  $6\,941,04 \text{ cm}^2$ .

**81**  Lee el texto 2 y responde.

¿Cuántos metros cuadrados de chapa se necesitan para construir la caja de galletas?

$$A_T = 2 \cdot 23 \cdot 16 + 2 \cdot 23 \cdot 7 + 2 \cdot 16 \cdot 7 = 736 + 322 + 224 = 1282 \text{ cm}^2$$

**82**  Lee el texto 3 y responde.

- a) Suponiendo que la base de la pirámide de Cholula es un cuadrado, calcula su superficie lateral.  
 b) La pirámide de Keops tiene aproximadamente una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 139 metros. ¿En cuántos metros cuadrados de superficie lateral supera Cholula a Keops?

a) Calculamos la apotema de la pirámide mediante el teorema de Pitágoras:

$$a_p^2 = 225^2 + 66^2 \rightarrow a_p = \sqrt{54\,981} = 234,50 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{450 \cdot 234,50}{2} = 211\,050 \text{ m}^2$$

La superficie lateral de la pirámide mide  $211\,050 \text{ m}^2$ .

b)  $a_p^2 = 115^2 + 139^2 \rightarrow a_p = \sqrt{32\,546} = 180,41 \text{ m}$

$$A_L = 4 \cdot \frac{230 \cdot 180,41}{2} = 82\,988,6 \text{ m}^2$$

La superficie lateral de la pirámide mide  $82\,988,6 \text{ m}^2$ .

La diferencia entre las superficies laterales es de:

$$211\,050 - 82\,988,6 = 128\,061,4 \text{ m}^2$$

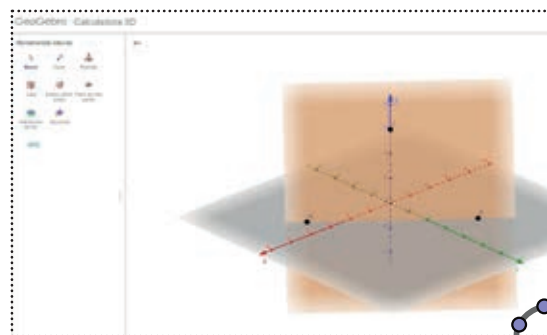
 **Actividades digitales**  
83-87 (E y D)

**83** Realiza la siguiente construcción utilizando la herramienta *Punto* y la herramienta *Plano por tres puntos*.

- Dibuja tres puntos.
- Representa el plano que contiene a los tres puntos.
- Selecciona uno de los puntos y utiliza la herramienta *Mueve* para desplazarlo y observar cómo se modifica.

Comprobar que los alumnos siguen correctamente los pasos indicados utilizando las herramientas *Punto* y *Plano por tres puntos*.

Observar si mueven los puntos del plano para desplazarlo.



**84** Realiza la siguiente construcción utilizando la herramienta *Plano por tres puntos*.

- Dibuja tres puntos y representa el plano que los contiene.
- Repite el paso anterior para dibujar otro plano diferente.
- Utiliza la herramienta *Intersección de dos* para trazar la intersección entre los dos planos.

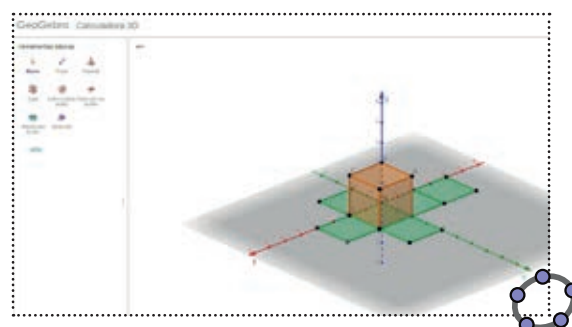
Comprobar que los alumnos siguen correctamente los pasos indicados utilizando las herramientas *Plano por tres puntos* e *Intersección de dos*.

**85** Realiza la siguiente construcción utilizando la herramienta *Cubo* y la herramienta *Desarrollo*.

- Dibuja un cubo.
- Utiliza la herramienta *Mueve* para mover los diferentes vértices del cubo.
- Utiliza la herramienta *Desarrollo* para dibujar el desarrollo del cubo.
- Utiliza de nuevo la herramienta *Mueve* para mover los diferentes vértices del desarrollo del cubo.

Comprobar que los alumnos siguen correctamente los pasos indicados utilizando las herramientas *Cubo* y *Desarrollo*.

Observar si mueven los vértices del desarrollo del cubo.

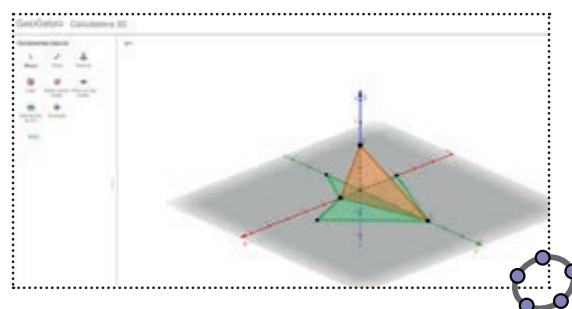


**86** Realiza la siguiente construcción utilizando la herramienta *Pirámide* y la herramienta *Desarrollo*.

- Dibuja una pirámide.
- Utiliza la herramienta *Mueve* para mover los diferentes vértices de la pirámide.
- Utiliza la herramienta *Desarrollo* para dibujar el desarrollo de la pirámide.
- Utiliza de nuevo la herramienta *Mueve* para mover los diferentes vértices del desarrollo de la pirámide.

Comprobar que los alumnos siguen correctamente los pasos indicados utilizando las herramientas *Pirámide* y *Desarrollo*.

Observar si mueven los vértices de la pirámide.

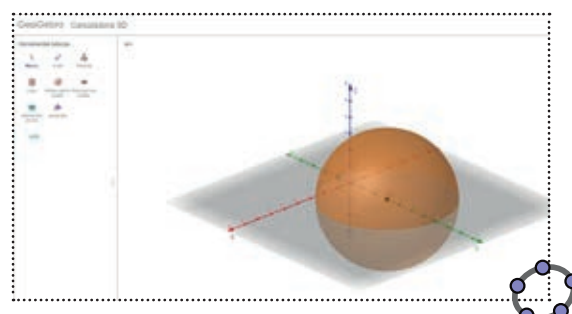


**87** Realiza la siguiente construcción utilizando la herramienta *Esfera*.

- Dibuja una esfera.
- Utiliza la herramienta *Mueve* para mover los diferentes puntos con los que has construido la esfera.

Comprobar que los alumnos siguen correctamente los pasos indicados utilizando la herramienta *Esfera*.

Observar si mueven los puntos de la esfera.




**Geometría del espacio**  
(página 260)

 **Actividades digitales 88-115 (E y D)**

 **Refuerzo. UNIDAD 11 (D)**

 **Ampliación. UNIDAD 11 (D)**

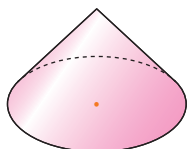
**88**  Imagina que varios folios y varillas se encuentran sobre las caras de un dado de 6 caras. Indica sus posiciones relativas teniendo en cuenta que, en un dado, la suma de los puntos de las caras opuestas siempre es 7.

- a) Dos varillas que están sobre sendas caras que suman 7
- b) Un folio y una varilla sobre dos caras que no suman 7
- c) Dos folios sobre dos caras que suman 7
- d) Un folio y una varilla sobre dos caras que suman 7

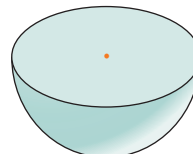
- a) Paralelas
- b) Secantes en un punto
- c) Paralelos
- d) Paralelos

**89**  Señala cuáles de estos cuerpos geométricos son poliedros.

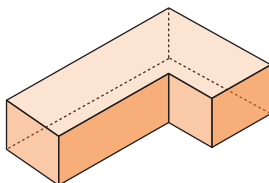
 a)



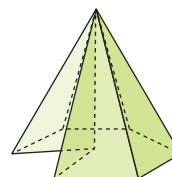
c)




b)



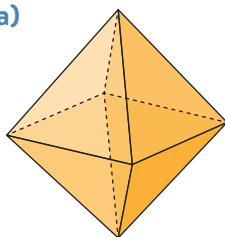
d)



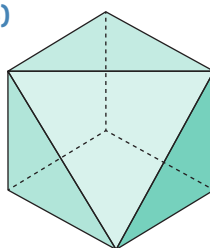
Son poliedros las figuras de los apartados b) y d), ya que son cuerpos geométricos limitados por polígonos.

**90**  Clasifica estos poliedros según sean regulares o no. Indica el nombre de los que sí lo son.

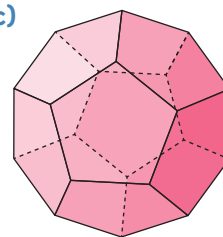
a)



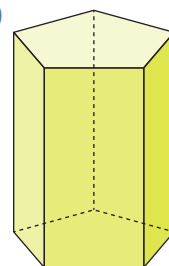
b)



c)



d)



Poliedros regulares: apartados a) (octaedro) y c) (dodecaedro)

Poliedros no regulares: apartados b) y d).

**91**  Dibuja en tu cuaderno un poliedro y señala los siguientes elementos.


- a) Cara
- b) Arista
- c) Vértice
- d) Diagonal
- e) Ángulo diedro
- f) Ángulo poliedro

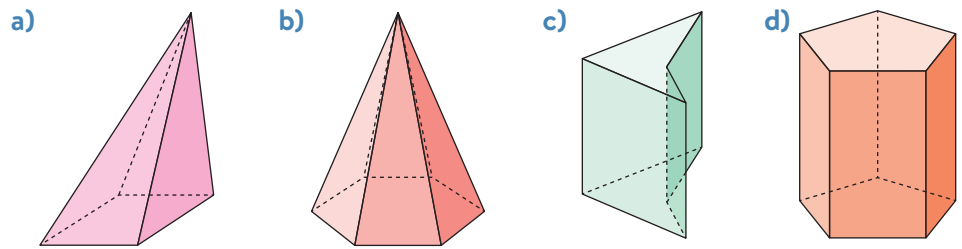
RESPUESTA ABIERTA. Comprobar que los alumnos dibujan un poliedro y sus elementos correctamente.

# Prismas y pirámides.

## Áreas

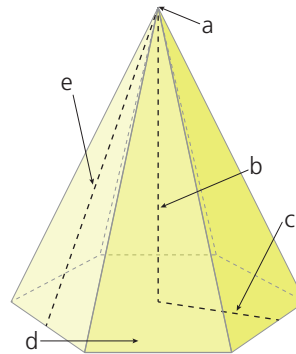
(páginas 260/261)

- 92  Clasifica estos poliedros según sean prismas o pirámides. Indica su nombre en cada caso.




- a) Pirámide oblicua de base rectangular  
 b) Pirámide regular recta de base hexagonal  
 c) Prisma irregular recto de base un cuadrilátero  
 d) Prisma regular recto de base pentagonal

- 93  ¿Cómo se llaman los elementos señalados en esta pirámide?




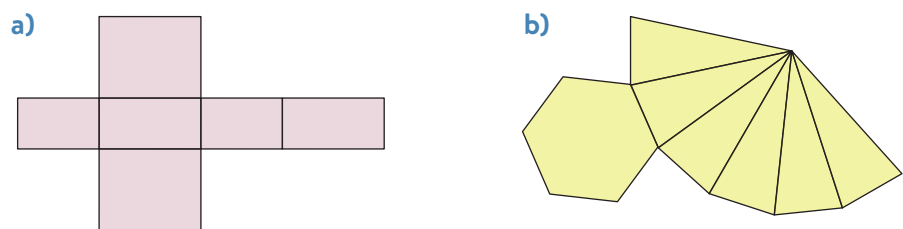
a: Vértice, b: Altura, c: Apotema de la base, d: Base, e: Apotema de la pirámide

- 94  Dibuja en tu cuaderno el desarrollo plano de los siguientes cuerpos geométricos.

- a) Un prisma de base cuadrada de lado 3 cm y altura 5 cm.  
 b) Una pirámide de base cuadrada de lado 3 cm y apotema 5 cm.


Comprobar que los alumnos realizan correctamente los desarrollos.

- 95  Estos son los desarrollos planos de dos cuerpos geométricos. Dibújalos e indica sus nombres.



Comprobar que los alumnos dibujan las figuras correctamente.

- a) Prisma recto de base rectangular  
 b) Pirámide regular recta de base hexagonal

- 96  Identifica el poliedro al que corresponde el siguiente desarrollo. Calcula su área total.

Es un prisma recto de base hexagonal.

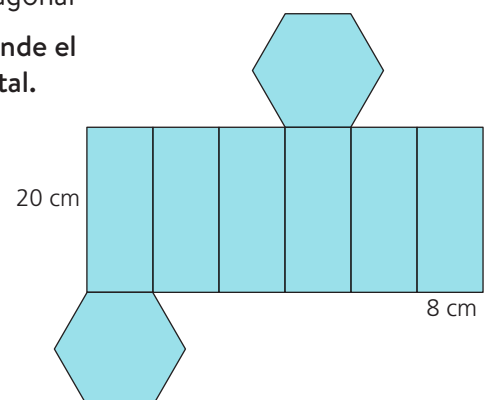
Calculamos la apotema de la base:

$$a_b^2 + 4^2 = 8^2 = 48 \rightarrow a_b^2 = 6,9 \text{ cm}$$

$$A_b = \frac{(6 \cdot 8) \cdot 6,9}{2} = 165,6 \text{ cm}^2$$

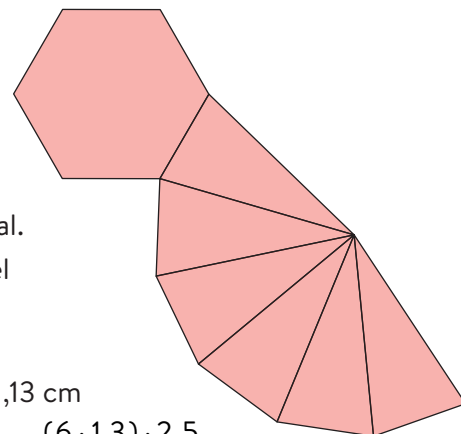
$$A_L = (8 \cdot 6) \cdot 20 = 960 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 960 + 2 \cdot 165,6 = 1291,2 \text{ cm}^2$$



97 Observa el siguiente desarrollo plano.

- a) ¿De qué cuerpo geométrico se trata?  
 b) Utiliza instrumentos de medida para calcular su área total.



- a) Es una pirámide regular recta hexagonal.  
 b) Medimos la apotema de la pirámide y el lado de la base:  $a_p = 2,5 \text{ cm}$ ,  $l = 1,3 \text{ cm}$

Hallamos la apotema del hexágono:

$$a_b^2 + 0,65^2 = 1,3^2 \rightarrow a_b^2 = 1,2675 \rightarrow a_b = 1,13 \text{ cm}$$

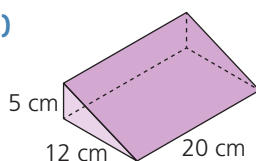
$$A_B = \frac{(6 \cdot 1,3) \cdot 1,13}{2} = 4,41 \text{ cm}^2$$

$$A_L = \frac{(6 \cdot 1,3) \cdot 2,5}{2} = 9,75 \text{ cm}^2$$

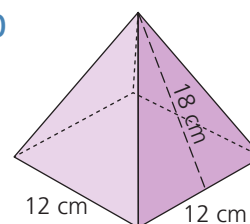
$$A_T = 9,75 + 4,41 = 14,16 \text{ cm}^2$$

98 Halla el área total de estos cuerpos.

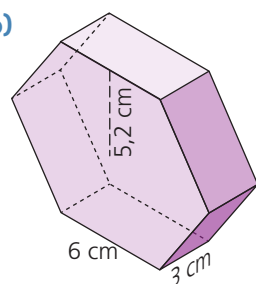
a)



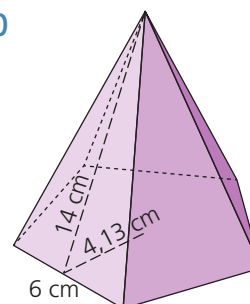
c)



b)



d)



a)  $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = (20 \cdot 12 + 20 \cdot 5 + 20 \cdot 13) + 2 \cdot \frac{12 \cdot 5}{2} = 660 \text{ cm}^2$

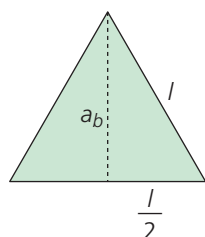
b)  $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = (3 \cdot 6 \cdot 6) + 2 \cdot \frac{(6 \cdot 6) \cdot 5,2}{2} = 295,2 \text{ cm}^2$

c)  $A_T = A_L + A_B = \frac{(12 \cdot 4) \cdot 18}{2} + (12 \cdot 12) = 576 \text{ cm}^2$

d)  $A_T = A_L + A_B = \frac{(6 \cdot 5) \cdot 14}{2} + \frac{(6 \cdot 5) \cdot 4,13}{2} = 271,95 \text{ cm}^2$

99 Calcula el área total de una pirámide hexagonal recta, sabiendo que la apotema de la pirámide mide 5,2 cm y su altura; 4,8 cm.

Calculamos la apotema de la base:



$$4,8^2 + a_b^2 = 5,2^2 \rightarrow a_b^2 = 4 \rightarrow a_b = 2$$

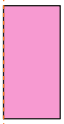


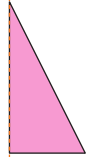
Con la apotema de la base calculamos el lado del

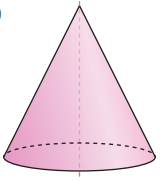
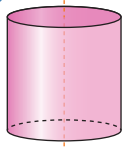
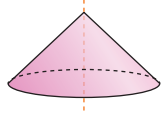

hexágono que forma la base:  $2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2$

$$\rightarrow 4 + \frac{l^2}{4} = l^2 \rightarrow 4 = \frac{3}{4}l^2 \rightarrow l^2 = \frac{16}{3} \rightarrow l = 2,3 \text{ cm}$$


$$A_T = A_B + A_L = \frac{(6 \cdot 2,3) \cdot 2}{2} + \frac{(6 \cdot 2,3) \cdot 5,2}{2} = 13,8 + 35,88 = 49,68 \text{ cm}^2$$

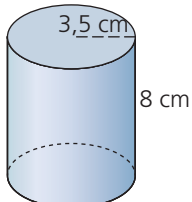
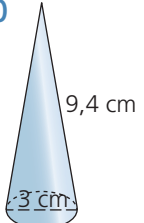
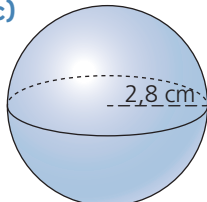
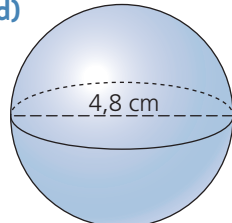
**100**  Empareja cada figura con el cuerpo de revolución que genera.

a)  b)  c)  d) 

I  II  III  IV 

a) → II      b) → III      c) → IV      d) → I

**101**  Calcula el área total de los siguientes cuerpos de revolución.

a)  b)  c)  d) 

- a)  $A_B = 3,14 \cdot 3,5^2 = 38,465 \text{ cm}^2$   
 $A_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,5 \cdot 8 = 175,84 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 175,84 + 2 \cdot 38,465 = 225,77 \text{ cm}^2$
- b)  $A_B = 3,14 \cdot 1,5^2 = 7,065 \text{ cm}^2$   
 $A_L = 3,14 \cdot 1,5 \cdot 9,4 = 44,274 \text{ cm}^2$   
 $A_T = A_L + A_B = 44,274 + 7,065 = 51,339 \text{ cm}^2$
- c)  $A_T = 4 \cdot 3,14 \cdot 2,8^2 = 98,4704 \text{ cm}^2$
- d)  $A_T = 4 \cdot 3,14 \cdot 2,4^2 = 72,3456 \text{ cm}^2$

**102**  Calcula el área total de los conos que cumplen estas condiciones.

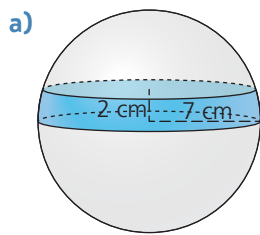
- a) Diámetro de 36 cm y altura de 24 cm  
b) Altura de 24 cm y generatriz de 74 cm  
c) Radio de 54 cm y altura de 72 cm
- a) Calculamos la generatriz del cono y luego el área total.  
 $g^2 = 18^2 + 24^2 \rightarrow g^2 = 900 \rightarrow g = 30 \text{ cm}$   
 $A_T = A_L + A_B = 3,14 \cdot 18 \cdot 30 + 3,14 \cdot 18^2 = 2\ 712,96 \text{ cm}^2$
- b) Calculamos el radio de la base del cono y luego el área total.  
 $r^2 + 24^2 = 74^2 \rightarrow r^2 = 4\ 900 \rightarrow r = 70 \text{ cm}$   
 $A_T = A_L + A_B = 3,14 \cdot 70 \cdot 74 + 3,14 \cdot 70^2 = 31\ 651,2 \text{ cm}^2$
- c) Calculamos la generatriz del cono y luego el área total.  
 $g^2 = 54^2 + 72^2 \rightarrow g^2 = 8\ 100 \rightarrow g = 90 \text{ cm}$   
 $A_T = A_L + A_B = 3,14 \cdot 54 \cdot 90 + 3,14 \cdot 54^2 = 24\ 4166,64 \text{ cm}^2$

**103**  Halla el radio de estos cuerpos de revolución.

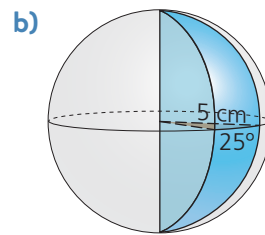
- a) Un cilindro de  $207,24 \text{ cm}^2$  de área lateral y cuya altura mide 11 cm  
b) Un cono de  $113,04 \text{ cm}^2$  de área lateral y cuya generatriz mide 9 cm  
c) Una esfera de  $452,16 \text{ cm}^2$  de área
- a)  $(2 \cdot 3,14 \cdot r) \cdot 11 = 207,24 \rightarrow 69,08r = 207,24 \rightarrow r = 3 \text{ cm}$   
b)  $3,14 \cdot r \cdot 9 = 113,04 \rightarrow 28,26r = 113,04 \rightarrow r = 4 \text{ cm}$   
c)  $4 \cdot 3,14 \cdot r^2 = 452,16 \rightarrow 12,56r^2 = 452,16 \rightarrow r^2 = 36 \rightarrow r = 6 \text{ cm}$

**Troncos de pirámides y de conos. Áreas**  
(página 262)

104 Calcula el área de estas figuras esféricas.

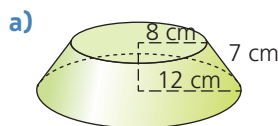


a)  $A = 3,14 \cdot 7 \cdot 2 = 43,96 \text{ cm}^2$

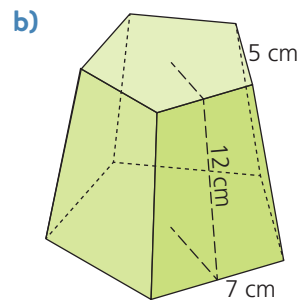


b)  $A = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 5^2 \cdot 25}{360} = 21,8 \text{ cm}^2$

105 Halla el área lateral de estos troncos de cono y de pirámide.

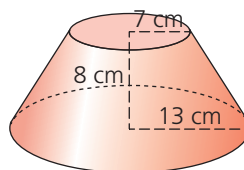


a)  $A_L = 3,14 \cdot (8 + 12) \cdot 7 = 439,6 \text{ cm}^2$



b)  $A_L = 5 \cdot \frac{(7 + 5) \cdot 12}{2} = 360 \text{ cm}^2$

106 ¿Cuál es el área total de este cuerpo geométrico?



$$g^2 = 8^2 + (13 - 7)^2 \rightarrow g^2 = 64 + 36 = 100 \rightarrow g = 10 \text{ cm}$$

$$A_{\text{bases}} = 3,14 \cdot 7^2 + 3,14 \cdot 13^2 = 684,52 \quad A_L = 3,14 \cdot (7 + 13) \cdot 10 = 628 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + A_{\text{bases}} = 628 + 684,52 = 1\,312,52 \text{ cm}^2$$

**Problemas de áreas de cuerpos geométricos**  
(página 262)

107 Lisa ha comprado un chocolate que viene guardado en una caja con forma de prisma, cuyas bases son triángulos equiláteros de base 5 cm y altura 4,3 cm. La altura de la caja es de 20 cm. ¿Cuánto papel, como mínimo, necesita para envolver la caja de chocolate?

Calculamos el área total de un prisma de base triangular:  $A_T = A_L + 2 \cdot A_B$

$$A_T = (3 \cdot 5) \cdot 20 + 2 \cdot \frac{5 \cdot 4,3}{2} = 321,5 \text{ cm}^2$$

Necesita 321,5 cm<sup>2</sup> de papel.

108 Juan quiere envasar 6 latas cilíndricas de radio 9 cm y altura 15 cm en una caja de cartón con forma de prisma de base rectangular, sin apilar las latas unas encima de otras.

a) ¿Es única la forma de la caja?

b) Calcula cuánto mide la superficie total de cartón que se necesita para cada una de las cajas.


a) Hay dos posibilidades, empaquetar las 6 latas en fila (caja 1) o formar un rectángulo de 3 latas de largo y 2 latas de ancho (caja 2).

b) Dimensiones caja 1:  $9 \cdot 2 = 18 \text{ cm}$ ,  $9 \cdot 2 \cdot 6 = 108 \text{ cm}$  y 15 cm

$$A_T = A_L + 2 A_B = (2 \cdot 15 \cdot 18 + 2 \cdot 15 \cdot 108) + 2 \cdot (108 \cdot 18) = 7\,668 \text{ cm}^2$$

Dimensiones caja 2:  $9 \cdot 2 \cdot 3 = 54 \text{ cm}$ ,  $9 \cdot 2 \cdot 2 = 36 \text{ cm}$  y 15 cm

$$A_T = A_L + 2 A_B = (2 \cdot 15 \cdot 54 + 2 \cdot 15 \cdot 36) + 2 \cdot (36 \cdot 54) = 6\,588 \text{ cm}^2$$



- 109  En la terraza de una cafetería tienen 6 sombrillas con forma de pirámide de 50 cm de altura y una base cuadrada de 2,40 m de lado. Si tienen que renovar la tela de todas las sombrillas, ¿cuántos metros cuadrados de tela tendrán que reponer?

Pasamos todas las medidas a metros y calculamos la apotema de la pirámide.

$$a_p^2 = 0,5^2 + 1,2^2 \rightarrow a_p^2 = 0,25 + 1,44 = 1,69 \rightarrow a_p = 1,3 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{2,4 \cdot 1,3}{2} = 6,24 \text{ m}^2 \quad \text{Se necesitan } 6,24 \text{ m}^2 \text{ de tela para cada sombrilla.}$$

Como son 6 sombrillas, tiene que reponer:  $6 \cdot 6,24 = 37,44 \text{ m}^2$

- 110   Se quiere pintar un depósito para recoger agua de lluvia cilíndrico de 3,2 m de diámetro y 3 m de altura. Un litro de pintura da para pintar una superficie de  $4,5 \text{ m}^2$ . ¿Cuántos litros se necesitan para pintar el depósito completo?




En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 6, Agua limpia y saneamiento.

Calculamos el área total del cilindro.

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B = (3,14 \cdot 3,2) \cdot 3 + 2 \cdot (3,14 \cdot 1,6^2) = 30,14 + 16,08 = 46,22 \text{ m}^2$$

Un depósito supone  $46,22 \text{ m}^2$ .  $46,22 : 4,5 = 10,27 \text{ L}$

Se necesitan 10,27 L para pintar el depósito completo.

- 111  El tejado de una torre cilíndrica que tiene forma de cono está en muy mal estado y necesita una reparación urgente. La empresa encargada del arreglo elabora un presupuesto para una superficie que mide  $75 \text{ m}^2$ .


Si la altura del cono es 2,8 m y el radio mide 4,5 m, ¿está bien elaborado el presupuesto?

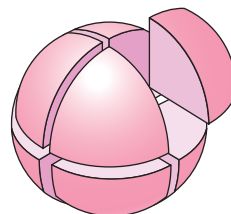


Calculamos el área lateral del cono que forma el tejado. Para ello, necesitamos su generatriz:  $g^2 = 2,8^2 + 4,5^2 \rightarrow g^2 = 7,84 + 20,25 = 28,09 \rightarrow g = 5,3 \text{ m}$

Luego el área lateral es:  $A_L = 3,14 \cdot 4,5 \cdot 5,3 = 74,89 \text{ m}^2$

El presupuesto está bien elaborado porque han redondeado el resultado.

- 112  Esta esfera está cortada en ocho partes iguales. Si el radio de la esfera mide 1 dm, ¿cuál es el área de cada pieza?



La superficie de la pieza es equivalente a la superficie de una octava parte de la esfera (parte exterior), más tres sectores circulares con ángulo de  $90^\circ$  y radio 1 dm (dos sectores laterales y el otro como base de la figura). El área de estos tres sectores equivale a tres cuartos del círculo de radio 1 dm.

$$A = \frac{1}{8} 4\pi r^2 + \frac{3}{4} \pi r^2 = \frac{5}{4} \pi r^2 = \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 1^2}{4} = 3,925 \text{ dm}^2$$

Cada pieza tiene un área de  $3,925 \text{ dm}^2$ .

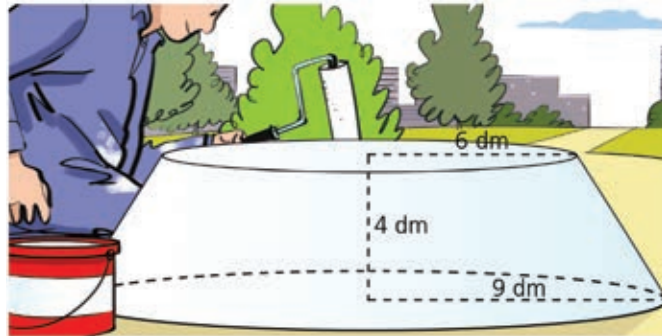
113 Pablo pinta una esfera cuyo diámetro mide 28 cm. Calcula:

- a) el área de la superficie que pinta Pablo.
- b) el área de un huso esférico de  $45^\circ$  de amplitud.

a)  $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 14^2 = 2\,461,76 \text{ cm}^2$

b)  $A_{\text{huso esférico}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 14^2 \cdot 45}{360} = 307,72 \text{ cm}^2$

114 En la plaza del pueblo han construido un pedestal para colocar encima una estatua. A Juan le han encargado que lo pinte, ¿cuánto mide la superficie que tiene que pintar?



Calculamos la generatriz del tronco de cono:

$$g^2 = 4^2 + (9 - 6)^2 = 25 \rightarrow g = 5 \text{ dm}$$

Como se trata de un pedestal solo tiene que pintar el lateral y la base superior que es la más pequeña.

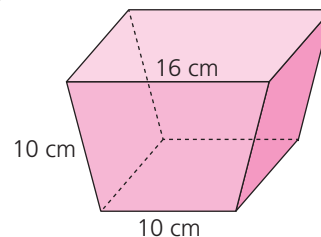
$$A_b = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ dm}^2$$

$$A_l = 3,14 \cdot (9 + 6) \cdot 5 = 235,5 \text{ dm}^2$$

$$A_r = 367,38 + 235,5 = 602,88 \text{ dm}^2$$

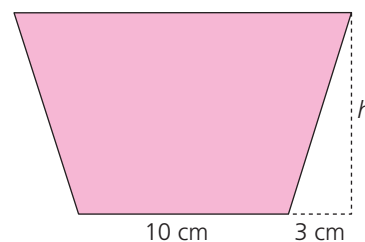
Tiene que pintar una superficie que mide  $602,88 \text{ dm}^2$ .

115 Aitor trabaja para una empresa de envasado de alimentos. Ha diseñado un cuenco para ensaladas en forma de tronco de pirámide de base cuadrada hecho con un material totalmente biodegradable. Calcula cuánto material necesita para construirlo.



En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.

Necesitamos saber la altura del trapecio que forma la cara.



$$h^2 + 6^2 = 10^2 \rightarrow h^2 = 64 \rightarrow h = 8 \text{ cm}$$

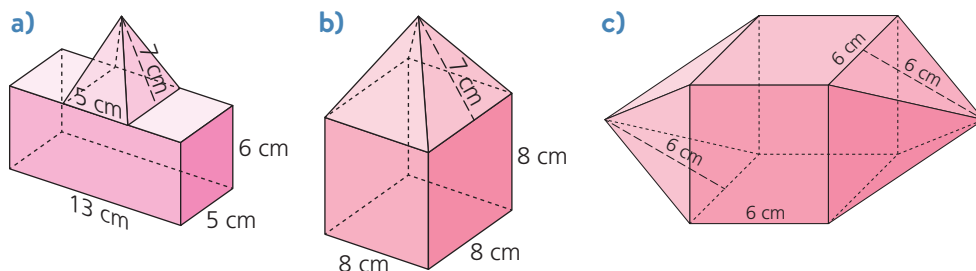
Como se trata de un cuenco solo tenemos en cuenta el área de la base pequeña.

$$A = A_b + A_l = 10^2 + 4 \cdot \frac{(16 + 10) \cdot 8}{2} = 516 \text{ cm}^2$$

**Actividades digitales**  
116-118 (E y D)

**Ampliación. UNIDAD 11 (D)**

**116** Halla el área de estos cuerpos geométricos.

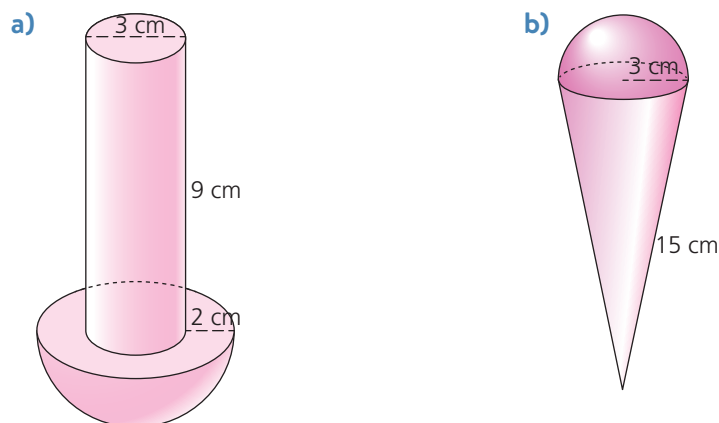


a)  $A = A_{L \text{ pirámide}} + A_{T \text{ prisma}} - A_{B \text{ pirámide}} = 70 + 346 - 25 = 391 \text{ cm}^2$

b)  $A = A_{L \text{ cubo}} + A_{B \text{ cubo}} + A_{L \text{ pirámide}} = 256 + 64 + 112 = 432 \text{ cm}^2$

c)  $A = 2 \cdot A_{L \text{ pirámide}} + A_{L \text{ cubo}} = 2 \cdot 72 + 144 = 288 \text{ cm}^2$

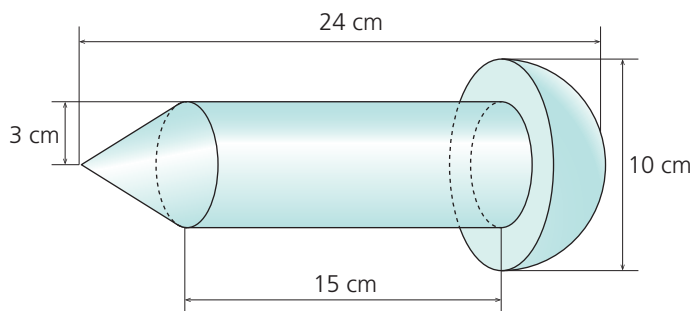
**117** ¿Cuál es el área de los siguientes cuerpos geométricos?



a)  $A = A_{L \text{ cilindro}} + A_{\text{semiesfera}} + A_{\text{círculo}} =$   
 $= 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 3,5^2 + 3,14 \cdot 3,5^2 = 200,175 \text{ cm}^2$

b)  $A = A_{L \text{ cono}} + A_{\text{semiesfera}} = 3,14 \cdot 3 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 197,82 \text{ cm}^2$

**118** Calcula el área de la siguiente figura.



$$A = A_{L \text{ cono}} + A_{L \text{ cilindro}} + A_{\text{semiesfera}} + (A_{\text{círculo máximo esfera}} - A_{B \text{ cilindro}})$$










Calculamos la altura y la generatriz del cono:



$$h = 24 - 15 - 5 = 4 \text{ cm}$$

$$g^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \rightarrow g = 5 \text{ cm}$$


$$A = 3,14 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 5^2 + (3,14 \cdot 5^2 - 3,14 \cdot 3^2) =$$

$$= 47,1 + 282,6 + 157 + 50,24 = 536,94 \text{ cm}^2$$

-   **Prueba de evaluación. Nivel 1. UNIDAD 11 (D)**
-   **Prueba de evaluación. Nivel 2. UNIDAD 11 (D)**
-   **Test de evaluación. UNIDAD 11 (D)**
-  **Test online. UNIDAD 11 (D)**
-   **Evaluación de competencias. Mantenimiento de edificios (D)**

-  **Actividades digitales 1-4 (E y D)**
-  **Rúbrica. Envases óptimos. Área lateral y total**

## Desarrollo de competencias (página 265)

 En la sección Desarrollo de competencias de la Unidad 11 se abordan temas relacionados con el ODS 12, Producción y consumo responsables.

- 1** Antes de comenzar, investiga sobre la forma y los materiales que se utilizan en los envases. Para ello:
  - busca información sobre la construcción de envases, los diferentes tipos que se fabrican y sobre la forma que mejor se puede empaquetar para el transporte de productos.
  - haz fotografías de diferentes envases con forma de distintos cuerpos geométricos.
  - fíjate en los materiales con los que están hechos los envases que has fotografiado. ¿Cuáles son? ¿Predomina algún material?
  - documéntate sobre los diferentes símbolos de reciclaje que aparecen en los envases.

RESPUESTA ABIERTA

Recordar a los alumnos que un envase es el recipiente que contiene al producto. Según el material en el que están contruidos pueden ser de vidrio, de cartón o de plásticos.

- 2** El tetrabrik es un envase muy utilizado en la actualidad, es posible que entre tus fotografías se encuentre alguno. Busca información sobre el origen de este envase.
  - ¿De qué materiales se compone?
  - ¿Cómo ha ido evolucionando?
  - Construye un modelo del tetrabrik original.

El tetrabrik actual se compone de cuatro materiales en seis láminas distribuidas de dentro hacia fuera del siguiente modo:

dos láminas de polietileno, una de aluminio, una lámina de polietileno, una de cartón y una final de polietileno.

Comprobar que los alumnos investigan sobre cómo ha ido evolucionando el diseño del tetrabrik y animarlos a construir un modelo.

- 3** Utiliza las fotografías que has realizado para analizar los cuerpos geométricos que reconoces en cada envase e incluye toda la información en una presentación. Cada diapositiva debe incluir:
  - una fotografía del envase correspondiente.
  - el material con el que se ha fabricado.
  - el nombre del cuerpo geométrico que identificas.
  - el desarrollo plano de dicho cuerpo geométrico.
  - la fórmula para calcular su área.

RESPUESTA ABIERTA

- 4 Ahora que eres un experto en envases, imagina que te encargan diseñar y construir uno. Elige un producto que te gustaría empaquetar y crea un envase que cumpla las siguientes condiciones.
- Debe fabricarse utilizando un material reciclado.
  - La forma del envase será un cuerpo geométrico que tenga un desarrollo plano. Para poder realizar un prototipo, este debe caber en una hoja de tamaño A4.
  - El logotipo adecuado para su reciclaje tiene que estar presente.
  - Debe ser lo suficientemente novedoso para que destaque en la estantería de un supermercado.

RESPUESTA ABIERTA