UNIDAD 12

(páginas 266/285)

Recursos generales de la unidad

- Programación de aula. UNIDAD 12 (D)
- Adaptación curricular. UNIDAD 12 (D)
- Mapa de recursos. UNIDAD 12 (D)
- Soluciones de las actividades. UNIDAD 12 (D)
- Diagnóstico. UNIDAD 12 (D)
- Quiz. UNIDAD 12 (D)

Solo para curiosos (página 266)

¿Sabías que los tratados del matemático y astrónomo griego Arquímedes de Siracusa (ca. 287-212 a.C.), son el origen del estudio de la física apoyada en las matemáticas?

Sugerencias didácticas

http://inicia.oupe.es/22mt0s245

Contenido WEB. Arquímedes (E y D)

En la sección Solo para curiosos se introduce un recurso TIC para complementarla página de inicio con información relativa a la unidad. En este caso se introduce la figura de Arquímedes explicando algunos datos biográficos y algunos de sus descubrimientos más importantes. Puede utilizarse para motivar a los alumnos antes de comenzar a trabajar la unidad, situando históricamente los personajes más importantes de esta ciencia, o como ampliación para aquellos alumnos que muestren un interés especial.

Actividades digitales 1-4 (E y D)

Después de leer... (página 267)

En la sección Después de leer... de la Unidad 12 se abordan temas relacionados con el ODS 7, Energía asequible y no contaminante.

1. **Según los datos que aporta el artículo, ¿cuántos aviones despegan de los aeropuertos españoles?**

   Cada día despegan una media de 3 257 vuelos.

2. **Realizad un debate sobre el impacto medioambiental de los vuelos frente a las ventajas que aportan a la economía mundial.**

   RESPUESTA ABIERTA

3. **¿Creéis que se deberían incentivar otros medios de transporte menos contaminantes para realizar viajes cortos? Aportad ideas para reemplazar el avión.**

   RESPUESTA ABIERTA

   Comprobar si los alumnos mencionan, por ejemplo que, para viajes cortos, un medio de transporte muy eficaz y rápido es el tren.

4. **Investigad sobre nuevos combustibles, más sostenibles, que usan los aviones.**

   Los nuevos combustibles que se están investigando para su uso en los aviones son los llamados *biojet*, que se obtienen a partir de residuos y biomasas.

   Estos combustibles pueden ser de dos tipos: biocombustibles de primera generación que son los que se obtienen a partir de aceites vegetales y biocombustibles avanzados que se obtienen a partir de residuos de los cultivos, de las industrias agroalimentarias y e la parte orgánica de los recursos urbanos.

1. Unidades de medida de volumen (páginas 268/269)

Actividades
(página 269)

Actividades digitales 1-8 (E y D)

1 Expresa en kilómetros cúbicos los siguientes volúmenes.

a) 23 907 dam^3 b) 4 593 m^3 c) 309 561 dm^3 d) 32 hm^3

a) 0,023907 km^3 **c)** 0,000000309561 km^3

b) 0,000004593 km^3 **d)** 0,032 km^3

2 Transforma las medidas propuestas en milímetros cúbicos.

a) 0,006 m^3 b) 0,08945 dm^3 c) 4,65 dm^3 d) 9,23 cm^3

a) 6 000 000 mm^3 **c)** 4 650 000 mm^3

b) 89 450 mm^3 **d)** 9 230 mm^3

3 ¿A cuántos metros cúbicos equivalen estas medidas?

a) 3,25 dm^3 c) 0,005 km^3

b) 0,2 dam^3 d) 43 000 cm^3

a) 0,00325 m^3 **c)** 5 000 000 m^3

b) 200 m^3 **d)** 0,043 m^3

4 Resuelve estas operaciones con medidas de volúmenes.

a) $0{,}31\ hm^3 + 422\ dam^3 + 72\,432\ m^3$

b) $0{,}0123\ dam^3 + 1256\ dm^3 - 8{,}01\ m^3$

c) $4{,}2\ m^3 - 3\,710\ dm^3 - 0{,}0012\ dm^3$

a) $310\,000\ m^3 + 422\,000\ m^3 + 72\,432\ m^3 = 804\,432\ m^3$

b) $12{,}3\ m^3 + 1{,}256\ m^3 - 8{,}01\ m^3 = 5{,}546\ m^3$

c) $4\,200\ dm^3 - 3\,710\ dm^3 - 0{,}0012\ dm^3 = 489{,}9988\ dm^3$

5 Expresa los siguientes volúmenes como medidas de capacidad.

a) 32 cm^3 c) 4 592 mm^3

b) 9,81 m^3 d) 312 dm^3

a) $0{,}032\ dm^3 = 0{,}032$ L **c)** $0{,}004592\ dm^3 = 0{,}004592$ L

b) $9\,810\ dm^3 = 9\,810$ L **d)** 312 L

6 Expresa en decímetros cúbicos las siguientes medidas de capacidad.

a) 3,5 L c) 0,04 daL

b) 1 890 cL d) 3 419 mL

a) 3,5 dm^3 **c)** 0,4 L = 0,4 dm^3

b) 18,9 L = 18,9 dm^3 **d)** 3,419 L = 3,419 dm^3

7 Calcula la masa de estas cantidades de agua destilada.

a) 32 daL c) 2,3 cm^3

b) 0,934 L d) 5 690 mm^3

a) 320 L → 320 kg de agua destilada.

b) 0,934 kg de agua destilada

c) $0{,}0023\ dm^3 = 0{,}0023$ L → 0,0023 kg de agua destilada

d) $0{,}005690\ dm^3 = 0{,}005690$ L → 0,005690 kg de agua destilada

8 A una temperatura de 16 °C, la densidad media del aceite de oliva es de 0,916 kg/L. Calcula:

a) la masa que tienen 25 L de aceite.

b) el volumen que ocupan 25 kg de aceite.

a) $\frac{m}{25} = 0{,}916 \rightarrow m = 0{,}916 \cdot 25 = 22{,}9$ kg

b) $\frac{25}{V} = 0{,}916 \rightarrow V = \frac{25}{0{,}916} = 27{,}29$ L

Ejercicio resuelto
(página 269)

9 La densidad de un sólido es de 2,3 g/cm³. ¿Qué volumen ocupan 0,046 kg de ese sólido?

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \rightarrow \text{volumen} = \frac{\text{masa}}{\text{densidad}}$$

Primero, expresamos la masa en gramos y, después, aplicamos la relación entre las tres magnitudes para determinar el volumen.

$$0{,}046 \text{ kg} = 46 \text{ g} \rightarrow \text{volumen} = \frac{46 \text{ g}}{2{,}3 \text{ g / cm}^3} = 20 \text{ cm}^3$$

Así pues, los 0,046 kg del sólido ocupan 20 cm³.

Actividades digitales 10-12 (E y D)

10 **La masa de un lingote de plata es de 100 g, y su volumen, de 23,8 cm³. ¿Cuál es la densidad de la plata?**

$$d = \frac{100}{23{,}8} = 4{,}2$$

La densidad es de 4,2 g/cm³.

11 **La densidad del mercurio es de 13,6 g/cm³.**

a) ¿Qué masa tienen 2,5 L de mercurio?

b) ¿Qué capacidad ocupan 4 kg de mercurio?

a) $2{,}5 \text{ L} = 2{,}5 \text{ dm}^3 = 2\,500 \text{ cm}^3$

Por tanto, se tiene que: $2\,500 \cdot 13{,}6 = 34\,000 \text{ g} = 34 \text{ kg}$

b) Tenemos que: $4 \text{ kg} = 4\,000 \text{ g}$

Por tanto, se tiene que: $V = \frac{4000}{13{,}6} = 294{,}12 \text{ cm}^3$

+ COMPETENTES SA (página 269)

12 Natalia está eligiendo una maleta para irse de viaje este verano. En la tienda tienen los siguientes modelos.

Indica qué volumen ocupa cada uno de los modelos de maletas que tienen en la tienda. Expresa el resultado en metros cúbicos.

Calculamos el volumen de las maletas de izquierda a derecha:

$131{,}5 \text{ L} = 131{,}5 \text{ dm}^3 = 0{,}1315 \text{ m}^3$ $117{,}5 \text{ L} = 117{,}5 \text{ dm}^3 = 0{,}1175 \text{ m}^3$ $33 \text{ L} = 33 \text{ dm}^3 = 0{,}033 \text{ m}^3$

$70 \text{ L} = 70 \text{ dm}^3 = 0{,}07 \text{ m}^3$ $88 \text{ L} = 88 \text{ dm}^3 = 0{,}\ 088 \text{ m}^3$

2. Volumen de prismas (páginas 270/271)

Actividades
(página 271)

Actividades digitales 13-18 (E y D)

13 **Halla el volumen de los siguientes cubos.**

a) Cubo de 9 m de arista

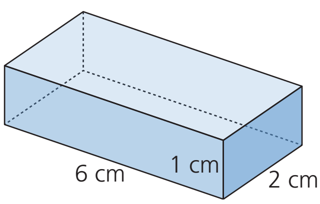
b) Cubo de 6,5 dm de arista

a) $V = 9^3 = 729 \text{ m}^3$

b) $V = 6{,}5^3 = 274{,}625 \text{ dm}^3$

14 **Calcula el volumen de este ortoedro.**

$V = 6 \cdot 1 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^3$



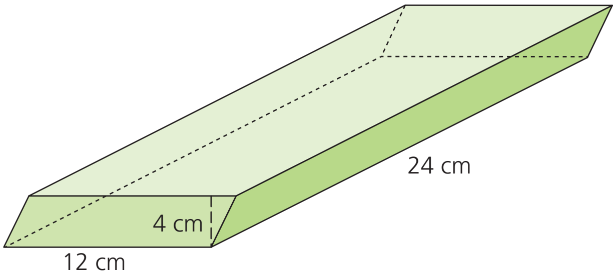
15 Halla el volumen de los prismas cuyos datos son los siguientes:

a) Base pentagonal regular de 12 cm de lado, 8,3 cm de apotema y 20 cm de altura

b) Base octogonal regular de 8 cm de lado, 9,7 cm de apotema y 15 cm de altura

a) $V = \dfrac{(5 \cdot 12) \cdot 8{,}3}{2} \cdot 20 = 4\,980 \text{ cm}^3$ **b)** $V = \dfrac{(8 \cdot 8) \cdot 9{,}7}{2} \cdot 15 = 4\,656 \text{ cm}^3$

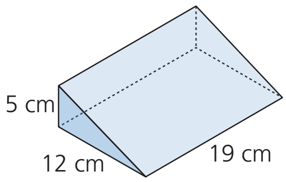
16 Calcula el volumen del siguiente prisma oblicuo.



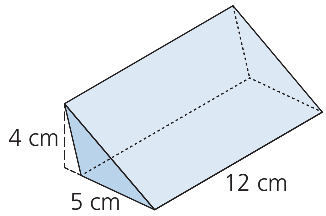
$V = 12 \cdot 4 \cdot 24 = 1152 \text{ cm}^3$

17 Halla el volumen de estos cuerpos geométricos.

a)



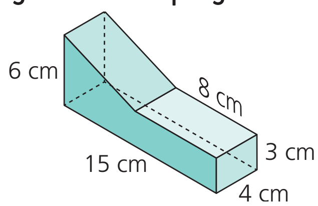
b)



a) $V = \dfrac{5 \cdot 12}{2} \cdot 19 = 570 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{5 \cdot 4}{2} \cdot 12 = 120 \text{ cm}^3$

18 Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico.

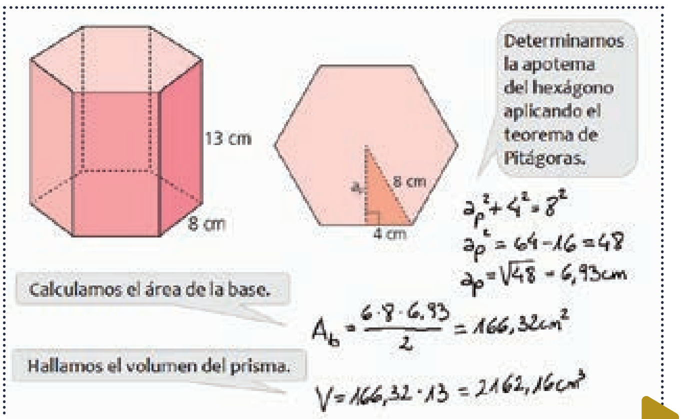


$A_B = 3 \cdot 8 + \dfrac{(6+3) \cdot (15-8)}{2} = 55{,}5 \text{ cm}^2$ $V = 55{,}5 \cdot 4 = 222 \text{ cm}^3$

Ejercicio resuelto
(página 271)

19 **Calcula el volumen de un prisma regular de 13 cm de altura y base hexagonal de 8 cm de lado.**

Antes de calcular el volumen del prisma es necesario hallar el área de la base.



Sugerencias didácticas

http://inicia.oupe.es/22mt0s246

Volumen del prisma (E y D)

En el vídeo se muestra cómo hallar el volumen de un prisma recto hexagonal regular conocidos el lado de la base y la altura del prisma, aplicando en primer lugar el teorema de Pitágoras para determinar la apotema del hexágono.

Puede reproducirse en clase como apoyo a la explicación de la página anterior o como recurso para que los alumnos repasen el procedimiento para calcular el volumen de un prisma más tarde.

Actividades digitales 20-23 (E y D)

20 **Halla el volumen de un prisma de 15 cm de altura cuyas bases son hexágonos regulares de 3 cm de lado.**

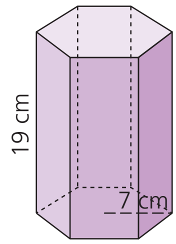
$a_p^2 + 1{,}5^2 = 3^2 \rightarrow a_p = 2{,}6$ cm

$$A_B = \frac{(6 \cdot 3) \cdot 2{,}6}{2} = 23{,}4 \text{ cm}^2$$

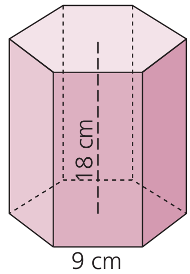
$V = 23{,}4 \cdot 15 = 351$ cm^3

21 **Calcula el volumen de estos prismas regulares.**

a)



b)



a) $a_p^2 + 3{,}5^2 = 7^2 \rightarrow a_p = 6{,}1$ cm

$$A_B = \frac{(6 \cdot 7) \cdot 6{,}1}{2} = 128{,}1 \text{ cm}^2$$

$V = 128{,}1 \cdot 19 = 2\,433{,}9$ cm^3

b) $a_p^2 + 4{,}5^2 = 9^2 \rightarrow a_p = 7{,}8$ cm

$$A_B = \frac{(6 \cdot 9) \cdot 7{,}8}{2} = 210{,}6 \text{ cm}^2$$

$V = 210{,}6 \cdot 18 = 3\,790{,}8$ cm^3

22 **Una ciudad ha decidido construir un tanque de tormentas para evitar inundaciones en caso de grandes precipitaciones. El tanque tiene forma de prisma de base rectangular con una superficie de 35 000 m^2. Si su volumen es de 0,5 hm^3, ¿qué altura va a tener el tanque?**

En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 11, Ciudades y comunidades sostenibles.

Pasamos el volumen a metros cúbicos: 0,5 hm^3 = 500 000 m^3

$$500\,000 = 35\,000 \cdot h \rightarrow h = \frac{500\,000}{35\,000} = 14{,}29 \text{ m}$$

+ COMPETENTES SA (página 271)

23 **Una compañía aérea especifica en su página web que para poder facturar una bicicleta, esta debe llevar los manillares fijados a sus costados, los pedales quitados y las ruedas desinfladas. Además, la bicicleta debe ir correctamente embalada en una caja especial de 131 cm de largo, 21 cm de ancho y 72 cm de alto. ¿Ocupa más de 1 metro cúbico la caja?**

$V = 131 \cdot 21 \cdot 72 = 198\,072$ cm^3

El volumen de la caja es de 0,198072 m^3, por tanto ocupa menos de 1 m^3.

3. Volumen de pirámides (páginas 272/273)

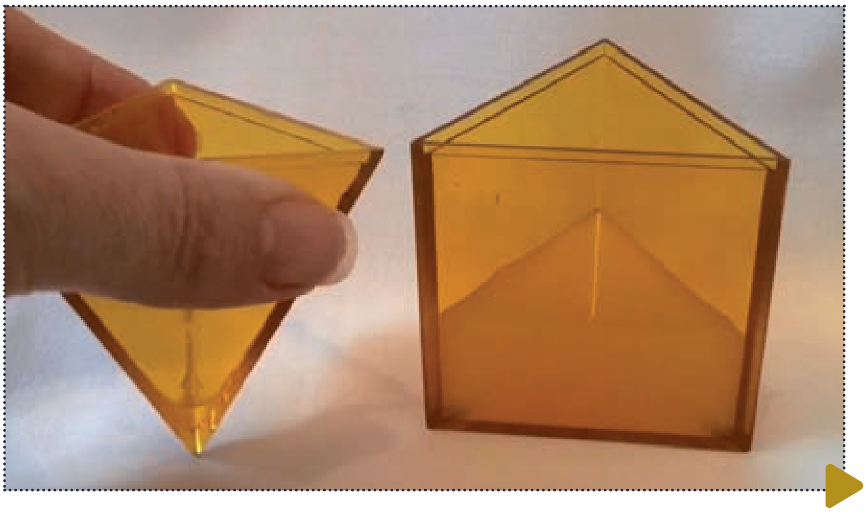
Sugerencias didácticas

http://inicia.oupe.es/22mt0s247

Volumen de la pirámide (E y D)

Con este vídeo se puede comprobar que el volumen de un prisma con la misma base y altura que una pirámide coincide con el de tres de ellas.

Puede reproducirse en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos investiguen o reflexionen sobre esta relación entre los volúmenes.

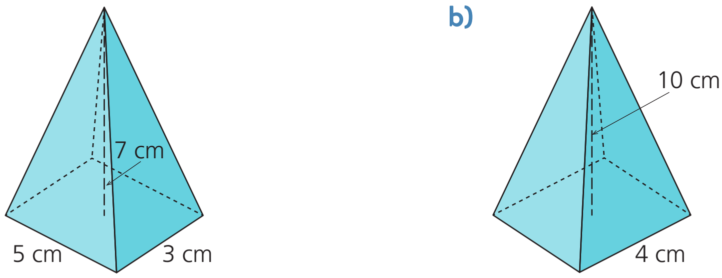


Actividades

(página 273)

Actividades digitales 24-29 (E y D)

24 **Calcula el volumen de las siguientes pirámides.**



a) $A_B = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2 \qquad V = \dfrac{15 \cdot 7}{3} = 35 \text{ cm}^3$

b) $A_B = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2 \qquad V = \dfrac{16 \cdot 10}{3} = 53{,}3 \text{ cm}^3$

25 **Halla el volumen de las pirámides cuyos datos son los siguientes.**

a) Base octogonal regular de 4 cm de lado; 4,8 cm de apotema; altura, 9 cm

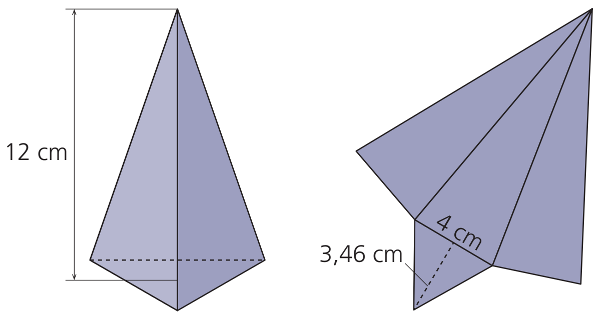
b) Base heptagonal regular de 2 cm de lado; 2,3 cm de apotema; altura, 10 cm

a) $A_B = \dfrac{(8 \cdot 4) \cdot 4{,}8}{2} = 76{,}8 \text{ cm}^2 \qquad V = \dfrac{76{,}8 \cdot 9}{3} = 230{,}4 \text{ cm}^3$

b) $A_B = \dfrac{(7 \cdot 2) \cdot 2{,}3}{2} = 16{,}1 \text{ cm}^2 \qquad V = \dfrac{16{,}1 \cdot 10}{3} = 53{,}7 \text{ cm}^3$

26 **En la siguiente figura se muestra una pirámide y su desarrollo plano. Calcula su volumen.**

$V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4 \cdot 3{,}46}{2} \cdot 12 = 27{,}68 \text{ cm}^3$



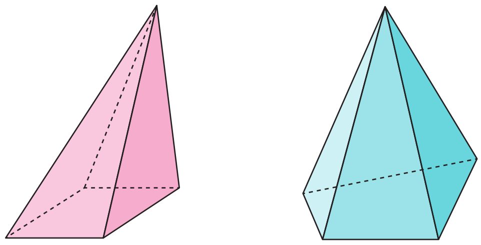
27 **En un prisma de base rectangular hemos introducido una pirámide con la misma base e igual altura.**

Si el volumen del prisma es de 32 dm³, ¿cuál es el volumen de la pirámide?

Sabemos que el volumen del prisma es: $V_{prisma} = A_B \cdot h = 32 \text{ dm}^3$

Por tanto, el volumen de la pirámide es: $V_{pirámide} = \dfrac{A_B \cdot h}{3} = \dfrac{32}{3} = 10{,}7 \text{ dm}^3$

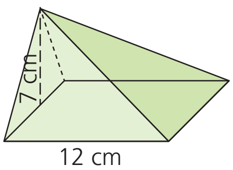
28 **Si las dos pirámides del dibujo tienen la misma altura e igual volumen, ¿cuáles son las medidas de las superficies de las bases?**



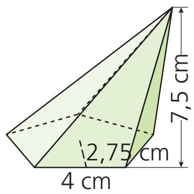
Como el volumen de una pirámide es $\dfrac{A_B \cdot h}{3}$ y las alturas son iguales, las áreas de las bases también tienen que ser iguales.

29 **Halla el volumen de estas pirámides oblicuas.**

a)



b)



a) $A_B = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$

$V = \dfrac{144 \cdot 7}{3} = 336 \text{ cm}^3$

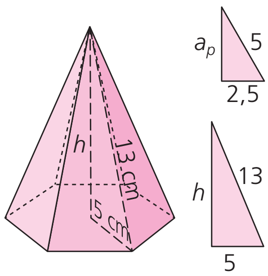
b) $A_B = \dfrac{(5 \cdot 4) \cdot 2{,}75}{2} = 27{,}5 \text{ cm}^2$

$V = \dfrac{27{,}5 \cdot 7{,}5}{3} = 68{,}75 \text{ cm}^3$

Ejercicio resuelto

(página 273)

30 **Halla el volumen de la pirámide propuesta.**



Aplicamos el teorema de Pitágoras para averiguar la altura de la pirámide y la apotema de la base.

$a_p^2 + 2{,}5^2 = 5^2 \rightarrow a_p = 4{,}3 \text{ cm}$

$h^2 + 5^2 = 13^2 \rightarrow h = 12 \text{ cm}$

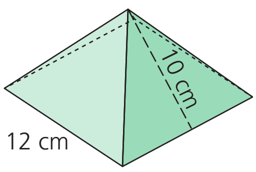
Por tanto, el área de la base de la pirámide es: $A_B = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}3}{2} = 64{,}5 \text{ cm}^2$

Y el volumen es: $V = \dfrac{A_B \cdot h}{3} = \dfrac{64{,}5 \cdot 12}{3} = 258 \text{ cm}^3$

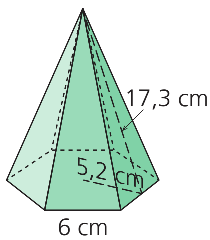
Actividades digitales 31-33 (E y D)

31 **Halla el volumen de estas pirámides.**

a)



b)



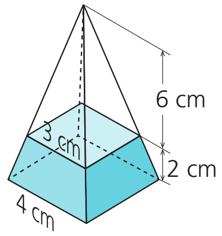
a) $h^2 + 6^2 = 10^2 \rightarrow h = 8 \text{ cm}$

$A_B = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$ $\quad V = \dfrac{144 \cdot 8}{3} = 384 \text{ cm}^3$

b) $h^2 + 5{,}2^2 = 17{,}3^2 \rightarrow h = 16{,}5 \text{ cm}$

$A_B = \dfrac{(6 \cdot 6) \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$ $\quad V = \dfrac{93{,}6 \cdot 16{,}5}{3} = 514{,}8 \text{ cm}^3$

32 **Halla el volumen de este tronco de pirámide.**



$$V_{\text{pirámide grande}} = \frac{4^2 \cdot 8}{3} = 42{,}7 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{pirámide pequeña}} = \frac{3^2 \cdot 6}{3} = 18 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{tronco de pirámide}} = 42{,}7 - 18 = 24{,}7 \text{ cm}^3$$

+ COMPETENTES SA **(página 273)**

33 **Leo está de vacaciones en Egipto y se quiere traer de recuerdo un pisapapeles con forma de pirámide cuadrangular. La etiqueta indica que tiene un volumen de 1,6 dm³ y, para que no se dañe, quiere meterlo en una caja cúbica cuya arista es de 20 cm. Mide un lado de la base del pisapapeles y comprueba que su longitud es de 18 cm. ¿Cabe el pisapapeles en la caja?**

Volumen del pisapapeles: $1{,}6 \text{ dm}^3 = 1600 \text{ cm}^3$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3} \to 1600 = \frac{18^2 \cdot h}{3} \to h = \frac{1600 \cdot 3}{324} = 14{,}8 \text{ cm}$$

El pisapapeles cabe en la caja.

4. Volumen de cilindros (páginas 274/275)

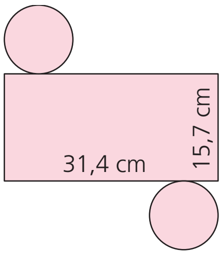
Ejercicio resuelto
(página 274)

34 **El área lateral de un cilindro es la de un rectángulo cuyas dimensiones son 31,4 cm y 15,7 cm. Calcula el volumen del cilindro que se puede construir con esta área lateral.**

Calculamos el volumen de los dos posibles cilindros.

Uno de los cilindros tiene como bases dos círculos cuya circunferencia tiene una longitud de 31,4 cm. El otro cilindro tiene como bases dos círculos con una circunferencia de 15,7 cm de longitud.

(I)

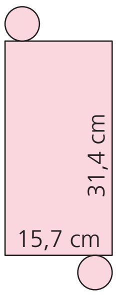


$$31{,}4 = 2 \cdot \pi \cdot r \to r = \frac{31{,}4}{2 \cdot 3{,}14} \to r = 5 \text{ cm}$$

Luego, tenemos un cilindro de 5 cm de radio y 15,7 cm de altura.

$V = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 15{,}7 = 1232{,}45 \text{ cm}^3$

(II)



$$15{,}7 = 2 \cdot \pi \cdot r \to r = \frac{15{,}7}{2 \cdot 3{,}14} \to r = 2{,}5 \text{ cm}$$

En consecuencia, tenemos un cilindro de 2,5 cm de radio y 31,4 cm de altura.

$V = 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 31{,}4 = 616{,}23 \text{ cm}^3$

Actividades
(página 275)

Actividades digitales 35-46 (E y D)

35 **Halla el volumen de los cilindros cuyos datos son:**

a) Radio de las bases de 5,4 cm y altura de 13 cm

b) Radio de las bases de 8 cm y altura de 2,5 cm

c) Radio de las bases de 6,4 cm y altura de 3,5 cm

d) Radio de las bases de 5 cm y altura de 7 cm

a) $V = \left(3{,}14 \cdot 5{,}4^2\right) \cdot 13 = 1190{,}31 \text{ cm}^3$ **c)** $V = \left(3{,}14 \cdot 6{,}4^2\right) \cdot 3{,}5 = 450{,}15 \text{ cm}^3$

b) $V = \left(3{,}14 \cdot 8^2\right) \cdot 2{,}5 = 502{,}4 \text{ cm}^3$ **d)** $V = \left(3{,}14 \cdot 5^2\right) \cdot 7 = 549{,}5 \text{ cm}^3$

36 **Calcula el volumen de los cilindros que cumplen las siguientes condiciones. Ten cuidado con las unidades de medida que se indican.**

a) Radio de las bases de 0,45 m y altura de 83 cm

b) Radio de las bases de 5,6 dam y altura de 45 dm

c) Radio de las bases de 450 m y altura de 0,3 km

d) Radio de las bases de 63 dm y altura de 0,8 dam

a) $V = \left(3{,}14 \cdot 45^2\right) \cdot 83 = 527\,755{,}5 \text{ cm}^3$

b) $V = \left(3{,}14 \cdot 56^2\right) \cdot 4{,}5 = 44\,311{,}68 \text{ m}^3$

c) $V = \left(3{,}14 \cdot 450^2\right) \cdot 300 = 190\,755\,000 \text{ m}^3$

d) $V = \left(3{,}14 \cdot 6{,}3^2\right) \cdot 8 = 997{,}01 \text{ m}^3$

37 **Determina el volumen de los cilindros cuyos datos son los siguientes.**

a) Diámetro de las bases de 10 dm y altura de 1 m

b) Diámetro de las bases de 5 m y altura de 650 cm

c) Diámetro de las bases de 100 cm y altura de 2 m

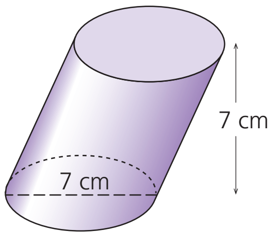
a) $V = \left(3{,}14 \cdot 5^2\right) \cdot 10 = 785 \text{ dm}^3$

b) $V = \left(3{,}14 \cdot 2{,}5^2\right) \cdot 6{,}5 = 127{,}56 \text{ m}^3$

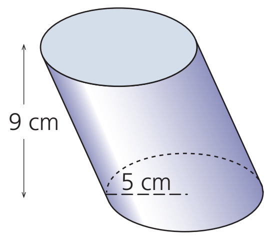
c) $V = \left(3{,}14 \cdot 0{,}5^2\right) \cdot 2 = 1{,}57 \text{ m}^3$

38 **Calcula el volumen de estos cilindros oblicuos.**

a)



b)



a) $V = \left(3{,}14 \cdot 3{,}5^2\right) \cdot 7 = 269{,}26 \text{ cm}^3$

b) $V = \left(3{,}14 \cdot 5^2\right) \cdot 9 = 706{,}5 \text{ cm}^3$

39 **Una empresa fabrica viales para contener vacunas como el que se ve en la fotografía. Si el diámetro de la base del vial es de 2,5 cm y se llenan hasta una altura de 3,5 cm, ¿cuántos mililitros de vacuna contiene cada vial?**

En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 3, Salud y bienestar.

$V = 3{,}14 \cdot 1{,}25^2 \cdot 3{,}5 = 17{,}17 \text{ cm}^3$

40 **Esta mañana el depósito estaba lleno. Más tarde, Lorena ha gastado 80 L para regar su huerto urbano. ¿Le queda más o menos de la mitad del depósito?**

En esta actividad se abordan temas relacionados con el ODS 11, Ciudades y comunidades sostenibles.

Calculamos el volumen del depósito:

$V = 3{,}14 \cdot 25^2 \cdot 120 = 235\,500 \text{ cm}^3 = 235{,}5 \text{ dm}^3 = 235{,}5 \text{ L}$

La mitad de la capacidad es de 117,75 L, luego, le queda más de la mitad.

41 ¿Cuál es la altura de un cilindro si el radio de las bases mide 5 cm y su volumen es de 549,5 cm^3?

$549{,}5 = A_B \cdot h \rightarrow 549{,}5 = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot h \rightarrow h = \dfrac{549{,}5}{3{,}14 \cdot 5^2} = 7$ cm

La altura del cilindro es de 7 cm.

42 **Determina el volumen del cilindro que está inscrito en un cubo de 10 cm de arista.**

Como la arista del cubo es 10 cm, el radio del cilindro es 5 cm y la altura 10 cm.

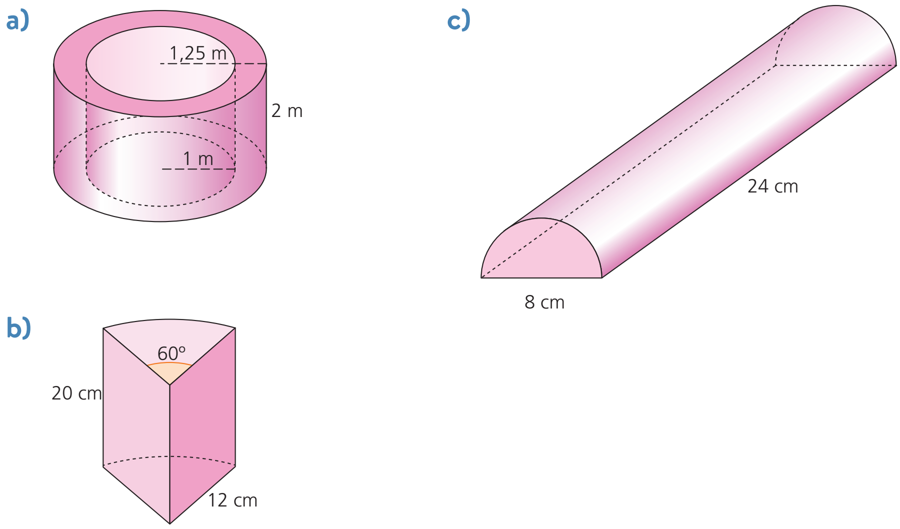
$V = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 10 = 785$ cm^3

43 **Halla las dimensiones de un cilindro cuya altura mide el doble que el radio de la base y sabiendo que su volumen es 50,24 cm^3.**

$50{,}24 = A_B \cdot h \rightarrow 50{,}24 = 3{,}14 \cdot r^2 \cdot 2r \rightarrow 50{,}24 = 6{,}28r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{8} = 2$ cm

Altura del cilindro: $h = 2r = 4$ cm

44 **Calcula el volumen de las siguientes piezas.**



a) $V = V_{\text{cilindro exterior}} - V_{\text{cilindro interior}} = 3{,}14 \cdot 1{,}25^2 \cdot 2 - 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 2 = 3{,}53$ cm^3

b) Como el ángulo es de 60°, la pieza es la sexta parte del cilindro.

$V_{\text{cilindro}} = 3{,}14 \cdot 12^2 \cdot 20 = 9\,043{,}2$ cm^3 $\quad V = 9\,043{,}2 : 6 = 1\,507{,}2$ cm^3

c) El volumen de esta pieza es la mitad del volumen del cilindro completo.

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 24}{2} = 602{,}88 \text{ cm}^3$$

45 **Sobre una circunferencia de 3 cm de radio, hemos construido polígonos regulares de 3 lados, 4 lados, 5 lados... y así sucesivamente. Sobre cada uno de ellos hemos construido prismas rectos con esas bases y 10 cm de altura. Si elegimos un polígono con muchos lados, ¿cuál será aproximadamente el volumen del prisma?**

Según vamos aumentando el número de lados, el volumen del prisma se acerca al de un cilindro de radio 3 cm y altura 10 cm, es decir se aproxima a:

$V = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 10 = 282{,}6$ cm^3

+ COMPETENTES SA (página 275)

46 **Andrea quiere llevar en su viaje unas cañas de pescar. Para facturarlas, ha comprado unos tubos de 1,5 m de largo y 5 cm de diámetro. La compañía le informa de que si cada tubo ocupa más de 3 dm^3 debe pagar un recargo. ¿Podrá llevarse las cañas sin tener que pagar más?**

Calculamos el volumen de cada tubo: $V = 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 150 = 2\,943{,}75$ cm^3 $= 2{,}94375$ dm^3

No tiene que pagar recargo porque los tubos ocupan menos de 3 dm^3.

5. Volumen de conos (páginas 276/277)

Sugerencias didácticas

http://inicia.oupe.es/22mt0s248

Volumen del cono (E y D)

Con este vídeo se puede comprobar que el volumen de un cilindro con el mismo radio y la misma altura que un cono coincide con el de tres de ellos.

Puede reproducirse en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos investiguen o reflexionen sobre esta relación entre los volúmenes.

Actividades

(página 276)

Actividades digitales 47-48 (E y D)

47 **Determina el volumen de los siguientes conos.**

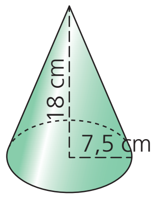
a) Cono de 3,5 cm de radio y 7 cm de altura

b) Cono de 12 cm de diámetro y 15,7 cm de altura

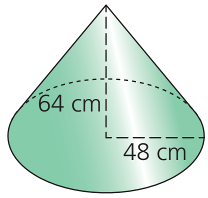
a) $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 3{,}5^2 \cdot 7}{3} = 89{,}75\ \text{cm}^3$ **b)** $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 15{,}7}{3} = 591{,}58\ \text{cm}^3$

48 **Calcula el volumen de los siguientes conos.**

a)



b)



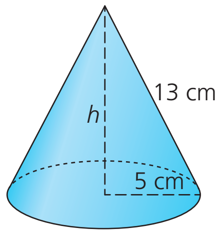
a) $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 18}{3} = 1059{,}75\ \text{cm}^3$

b) $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 48^2 \cdot 64}{3} = 154\,337{,}28\ \text{cm}^3$

Ejercicio resuelto

(página 277)

49 **Halla el volumen de un cono de 5 cm de radio y 13 cm de generatriz.**



Primero, averiguamos cuánto mide su altura.

Para ello, aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo formado por la generatriz, la altura y el radio de la base.

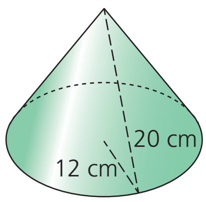
$h^2 + 5^2 = 13^2 \rightarrow h^2 = 169 - 25 \rightarrow h = \sqrt{144} = 12\ \text{cm}$

Por tanto, el volumen del cono es: $V_{\text{cono}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 12}{3} = 314\ \text{cm}^3$

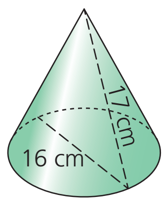
Actividades digitales 50-55 (E y D)

50 **Calcula el volumen de estos conos.**

a)



b)



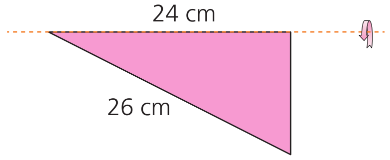
b) Altura del cono: $h^2 + 12^2 = 20^2 \rightarrow h = 16\ \text{cm}$

$V = \dfrac{3{,}14 \cdot 12^2 \cdot 16}{3} = 2\,411{,}52\ \text{cm}^3$

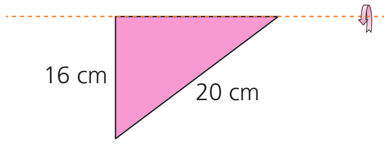
c) Altura del cono: $h^2 + 8^2 = 17^2 \rightarrow h = 15\ \text{cm}$ $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 8^2 \cdot 15}{3} = 1004{,}8\ \text{cm}^3$

51 Halla el volumen del cono generado al hacer girar los siguientes triángulos rectángulos en torno al eje indicado.

a)



b)



a) Radio de la base del cono: $r^2 + 24^2 = 26^2 \rightarrow r = 10$ cm

Volumen del cono: $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 24}{3} = 2\,512 \text{ cm}^3$

b) Altura del cono: $h^2 + 16^2 = 20^2 \rightarrow h = 12$ cm

Volumen del cono: $V = \dfrac{3{,}14 \cdot 16^2 \cdot 12}{3} = 3\,215{,}36 \text{ cm}^3$

52 **Un cono de 14 cm de diámetro tiene un área lateral de 549,5 cm². Calcula el volumen del cono.**

Hallamos la generatriz: $3{,}14 \cdot 7 \cdot g = 549{,}5 \rightarrow g = 25$ cm

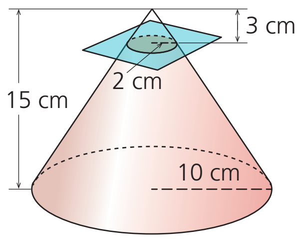
Con la generatriz y el radio hallamos la altura: $h^2 + 7^2 = 25^2 \rightarrow h = 24$ cm

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 7^2 \cdot 24}{3} = 1230{,}88 \text{ cm}^3$$

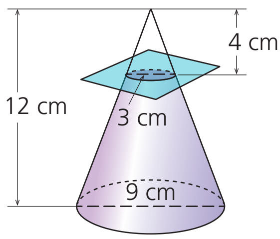
El volumen del cono es de 1 230,88 cm³.

53 **Determina el volumen de estos troncos de cono.**

a)



b)



a) $V_{\text{cono grande}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 15}{3} = 1570 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cono pequeño}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 3}{3} = 12{,}56 \text{ cm}^3$

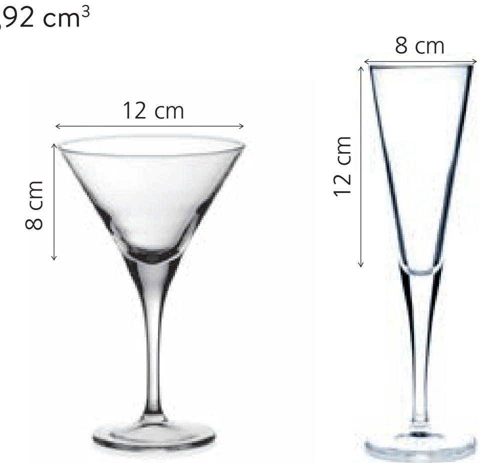
$V_{\text{tronco de cono}} = 1570 - 12{,}56 = 1557{,}44 \text{ cm}^3$

b) $V_{\text{cono grande}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 4{,}5^2 \cdot 12}{3} = 254{,}34 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cono pequeño}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2 \cdot 4}{3} = 9{,}42 \text{ cm}^3$

$V_{\text{tronco de cono}} = 254{,}34 - 9{,}42 = 244{,}92 \text{ cm}^3$

54 **Calcula el volumen de líquido que cabe en cada una de estas copas si se llenan completamente.**



Copa de la izquierda:

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 8}{3} = 301{,}44 \text{ cm}^3$$

Copa de la derecha:

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 12}{3} = 200{,}96 \text{ cm}^3$$

+ COMPETENTES SA (página 277)

55 Emilio se pregunta cuánto mediría la altura de un cono que tuviera el mismo volumen y el mismo radio que el ancho su maleta. Ayúdalo a calcularlo.

¿Crees que resultaría práctico transportar el equipaje en maletas cónicas?

Calculamos primero el volumen de la maleta: $V = 25 \cdot 40{,}5 \cdot 65 = 65\,812{,}5\ \text{cm}^3$

Y ahora a altura del cono: $V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \rightarrow 65\,812{,}5 = \dfrac{3{,}14 \cdot 25^2 \cdot h}{3} \rightarrow h = \dfrac{65\,812{,}5 \cdot 3}{3{,}14 \cdot 25^2} = 100{,}6\ \text{cm} = 1{,}006\ \text{m}$

La altura sería de 1,006 m. La forma cónica no es práctica porque para el mismo volumen es mucho más alta y además en la parte del pico es complicado guardar equipaje.

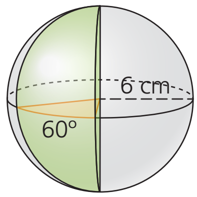
6. Volumen de esferas (páginas 278/279)

Ejercicio resuelto
(página 278)

56 Si cortamos una esfera por dos planos secantes que pasen por el centro, obtenemos una cuña esférica. Si la esfera tiene un radio de 6 cm, calcula el volumen de una cuña esférica que tiene un ángulo de 60°.

Establecemos una relación de proporcionalidad entre el ángulo y el volumen de la cuña esférica, que para 360° coincide con el volumen de la esfera.

Volumen	V	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Ángulo	60°	360°



$$\frac{V}{60} = \frac{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3}{360} \rightarrow V = \frac{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3 \cdot 60}{360} = 150{,}72$$

El volumen de la cuña esférica es de 150,72 cm³.

Actividades
(página 279)

Actividades digitales 57-67 (E y D)

57 Calcula el volumen de las esferas cuyos datos son los siguientes.

a) 4,2 cm de radio **b)** 13 cm de diámetro **c)** 21 cm de diámetro

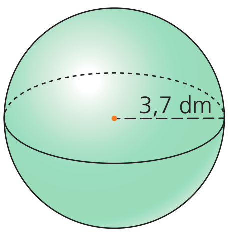
a) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}2^3 = 310{,}18\ \text{cm}^3$

b) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}5^3 = 1149{,}76\ \text{cm}^3$

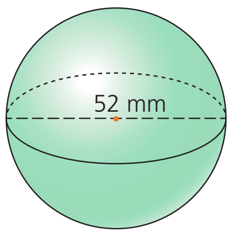
c) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}5^3 = 4\,846{,}59\ \text{cm}^3$

58 Halla el volumen de estas esferas.

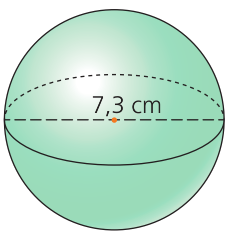
a)



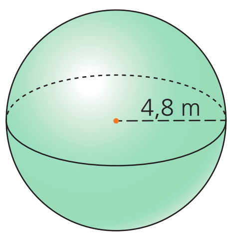
c)



b)



d)



a) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}7^3 = 212{,}07\ dm^3$

b) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}65^3 = 203{,}59\ cm^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 26^3 = 73\,584{,}85\ mm^3$

d) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}8^3 = 463{,}01\ m^3$

59 **Fíjate en los radios de los balones que se utilizan en los algunos deportes.**

Determina el volumen de cada uno.

Baloncesto:

$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 12{,}7^3 =$

$= 8\,575{,}9\ cm^3$

Balonmano:

$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}4^3 =$

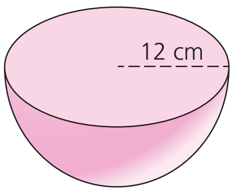
$= 3\,477{,}4\ cm^3$

Vóley: $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}5^3 = 4\,846{,}6\ cm^3$

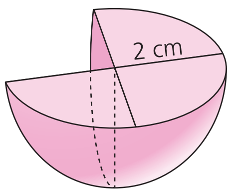
Tenis: $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3^3 = 113{,}0\ cm^3$

60 **Calcula el volumen de las siguientes secciones de esfera.**

a)



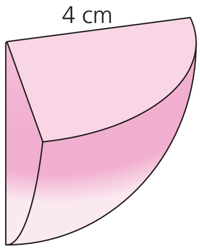
b)



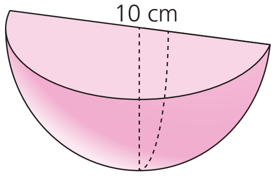
a) $V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 12^3\right) = 3\,617{,}28\ cm^3$ **b)** $V = \frac{3}{8}\left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3\right) = 12{,}56\ cm^3$

61 **Determina el volumen de estas secciones de esfera.**

a)



b)



a) $V = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3\right) = 33{,}49\ cm^3$ **b)** $V = \frac{1}{4}\left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3\right) = 130{,}83\ cm^3$

62 **La superficie de una esfera mide 50,24 cm². Calcula su volumen.**

$4 \cdot 3{,}14 \cdot r^2 = 50{,}24 \rightarrow r = 2$ cm $\qquad V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3 = 33{,}49$ cm³

63 **El volumen de una esfera es de 113,04 cm³. ¿Cuál es su radio?**

$$\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot r^3 = 113{,}04 \rightarrow r^3 = \frac{113{,}04 \cdot 3}{4 \cdot 3{,}14} = 27 \rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

64 **Un cilindro tiene por altura el diámetro de su base. En este cilindro introducimos una esfera cuyo radio es el mismo que el de la base del cilindro y que tiene un volumen de 267,95 cm³. ¿Cuál es el volumen del cilindro?**

Sabemos que: $V_{esfera} = \frac{2}{3} V_{cilindro} \rightarrow V_{cilindro} = \frac{3}{2} \cdot 267{,}95 = 401{,}925$ cm³

El volumen del cilindro es de 401,925 cm³.

65 **Partiendo de una esfera de radio 6 cm, halla el volumen de las cuñas esféricas que tienen los siguientes grados de amplitud.**

a) 50° **b)** 120° **c)** 210° **d)** 300°

Establecemos una relación de proporcionalidad entre el ángulo y el volumen de la cuña esférica.

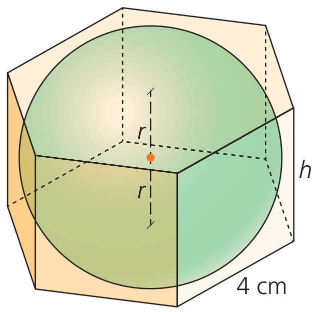
a) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3 \cdot \frac{50}{360} = 125{,}6$ cm³

b) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3 \cdot \frac{120}{360} = 301{,}44$ cm³

c) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3 \cdot \frac{210}{360} = 527{,}52$ cm³

d) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3 \cdot \frac{300}{360} = 753{,}6$ cm³

66 **Calcula el volumen la esfera del dibujo. Ten en cuenta que la altura del prisma equivale al diámetro de la esfera.**



El radio de la esfera coincide con la apotema de la base: $a_p^2 + 2^2 = 4^2 \rightarrow a_p = 3{,}5$ cm

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5^3 = 179{,}5 \text{ cm}^3$$

El volumen de la esfera es de 179,5 cm³.

+ COMPETENTES SA (página 279)

67 **Durante un viaje, Laura ha decidido comprar como souvenir 2 esferas de cristal de 20 cm de diámetro para decorar su casa. Para que no se dañen durante el viaje, le aconsejan meterlas en una caja en la que caben las 2 esferas con unas separaciones especiales. La caja tiene forma de ortoedro y mide 41 cm de largo, 21 cm de ancho y 20 cm de alto.**

Después de introducir las esferas en la caja, ¿qué volumen no está ocupado por estas?

$V_{caja} = 41 \cdot 21 \cdot 20 = 17\,220$ cm³

$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 = 4\,186{,}7$ cm³

Calculamos la diferencia de volumen: $V = 17\,220 - 2 \cdot 4\,186{,}7 = 8\,846{,}6$ cm³

Quedan 8 846,6 cm³ libres.

Actividades de síntesis (páginas 280/282)

Actividades digitales 68-106 (E y D)

Refuerzo. Unidad 12 (D)

Ampliación. Unidad 12 (D)

Unidades de volumen
(página 280)

68 **Transforma los siguientes volúmenes en metros cúbicos.**

a) 0,25 hm^3 c) 230 cm^3 e) 320 000 dm^3

b) 0,00003 km^3 d) 45 000 mm^3 f) 9,48 dam^3

a) 250 000 m^3 **c)** 0,00023 m^3 **e)** 320 m^3

b) 30 000 m^3 **d)** 0,000045 m^3 **f)** 9 480 m^3

69 **Expresa en litros las siguientes medidas de capacidad.**

a) 3,25 daL c) 4 506 cL e) 3,25 kL

b) 0,124 hL d) 3 200 mL f) 948 dL

a) 32,5 L **c)** 45,06 L **e)** 3 250 L

b) 12,4 L **d)** 3,2 L **f)** 94,8 L

70 **Transforma estas expresiones en litros.**

a) 45 dm^3 c) 2,7 cm^3 e) 570 000 mm^3

b) 4,5 m^3 d) 0,4 m^3 f) 0,00007 dam^3

a) 45 L **d)** 400 dm^3 = 400 L

b) 4 500 dm^3 = 4 500 L **e)** 0,57 dm^3 = 0,57 L

c) 0,0027 dm^3 = 0,0027 L **f)** 70 dm^3 = 70 L

71 **Ordena de menor a mayor estas medidas de capacidad y volumen.**

0,0385 m^3 3 900 cL 35 dm^3 0,373 daL

Expresamos todas las medidas en la misma unidad:

38,5 dm^3, 39 L = 39 dm^3, 35 dm^3, 3,73 L = 3,73 dm^3

0,373 daL < 35 dm^3 < 0,0385 m^3 < 3 900 cL

72 **Efectúa las siguientes operaciones y expresa el resultado en litros.**

a) 3,2 dm^3 + 4 500 cm^3 + 0,0079 m^3

b) 0,45 m^3 + 0,0005 dam^3 + 325 dm^3

Operamos en decímetros cúbicos y luego pasamos a litros.

a) 3,2 dm^3 + 4,5 dm^3 + 7,9 dm^3 = 15,6 dm^3 = 15,6 L

b) 450 dm^3 + 500 dm^3 + 325 dm^3 = 1275 dm^3 = 1275 L

73 **¿Cuántos recipientes de 50 cm^3 podemos llenar con 52 L de agua?**

Expresamos las dos cantidades en la misma unidad y dividimos.

52 L = 52 dm^3 = 52 000 cm^3

52 000 : 50 = 1040

Podemos llenar 1040 recipientes.

74 **Un pantano que tiene capacidad para 91 hm^3 está al 45 % de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua contiene el pantano?**

0,45 · 91 = 40,95 hm^3 = 40 950 000 000 dm^3 = 40 950 000 000 L

El pantano contiene 40 950 000 000 L de agua.

75 **Calcula la masa que tiene un material si su volumen es de 2 cm^3 y su densidad es igual a 2,5 g/cm^3.**

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow 2{,}5 = \frac{m}{2} \rightarrow m = 2 \cdot 2{,}5 = 5 \text{ g}$$

El material tiene 5 g de masa.

76 El oro tiene una densidad de 19,3 g/cm³. ¿Qué masa tiene un lingote que ocupa un volumen de 1 dm³?

Expresamos el volumen en cm³: $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow 19{,}3 = \frac{m}{1000} \rightarrow m = 1000 \cdot 19{,}3 = 19\,300 \text{ g}$$

El lingote tiene una masa de 19 300 g de oro.

Volumen de prismas y de pirámides
(páginas 280/281)

77 Calcula el volumen de los cubos cuyas aristas tienen las siguientes medidas.

a) 4,5 cm b) 3,2 m c) 12,8 dm d) 65 mm

a) $V = 4{,}5^3 = 91{,}13 \text{ cm}^3$

b) $V = 3{,}2^3 = 32{,}77 \text{ m}^3$

c) $V = 2\,097{,}15 \text{ dm}^3$

d) $V = 274\,625 \text{ mm}^3$

78 Calcula el volumen de los prismas cuya altura es de 7 cm, y que tienen por bases rectángulos con las siguientes dimensiones.

a) Ancho de 120 mm y largo de 2,3 dm

b) Ancho de 0,3 m y largo de 12 cm

c) Ancho de 3,2 cm y largo 43 mm

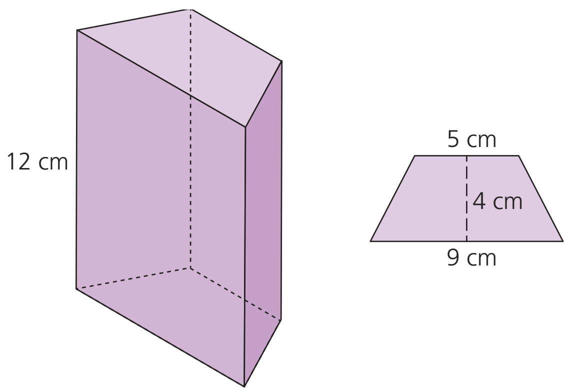
a) $V = 12 \cdot 23 \cdot 7 = 1932 \text{ cm}^3$

b) $V = 30 \cdot 12 \cdot 7 = 2\,520 \text{ cm}^3$

c) $V = 3{,}2 \cdot 4{,}3 \cdot 7 = 96{,}32 \text{ cm}^3$

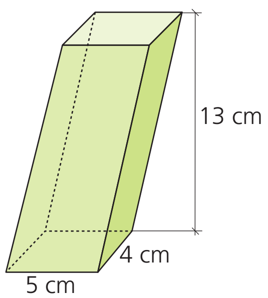
79 Estas figuras representan un prisma y su base. Observa las medidas que aparecen en cada una y calcula el volumen del prisma.

$$V = \frac{(5+9) \cdot 4}{2} \cdot 12 = 336 \text{ cm}^3$$

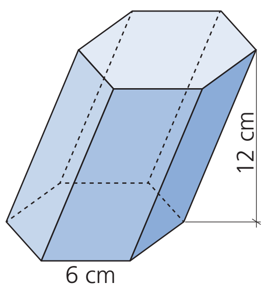


80 Determina el volumen de estos prismas oblicuos.

a)



b)

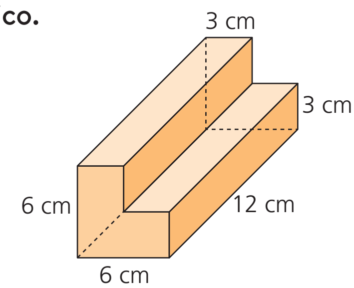


a) $V = 5 \cdot 4 \cdot 13 = 260 \text{ cm}^3$

b) Calculamos la apotema de la base: $a_p^2 + 3^2 = 6^2 \rightarrow a_p = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$

$$V = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 5{,}2}{2} \cdot 12 = 1123{,}2 \text{ cm}^3$$

81 Halla el volumen del siguiente cuerpo geométrico.



Tomamos como base el hexágono irregular:

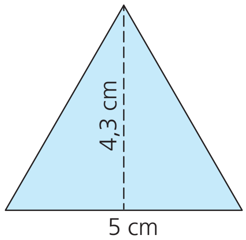
$A_B = 6^2 - 3^3 = 36 - 9 = 27 \text{ cm}^2$

Luego, el volumen del cuerpo geométrico es:

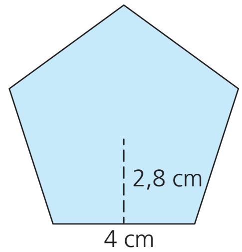
$V = 27 \cdot 12 = 324 \text{ cm}^3$

82 Calcula el volumen de las pirámides de 10 cm de altura que tienen por base cada uno de los siguientes polígonos.

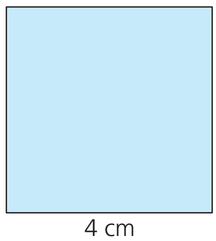
a)



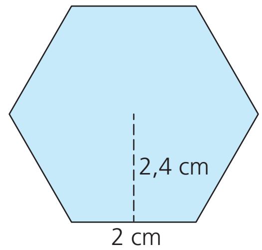
c)



b)



d)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5 \cdot 4{,}3}{2}\right) \cdot 10 = 35{,}83 \text{ cm}^3$

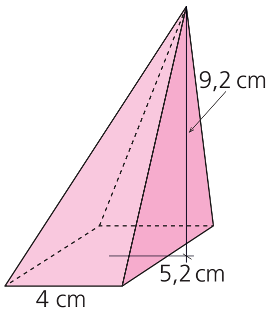
b) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 10 = 53{,}33 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5 \cdot 4 \cdot 2{,}8}{2}\right) \cdot 10 = 93{,}3 \text{ cm}^3$

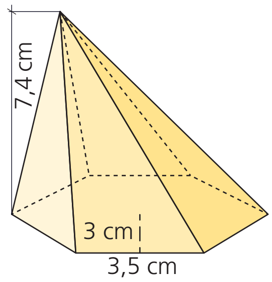
d) $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6 \cdot 2 \cdot 2{,}4}{2}\right) \cdot 10 = 48 \text{ cm}^3$

83 Determina el volumen de estas pirámides oblicuas.

a)



b)

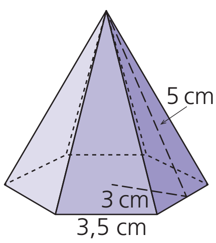


a) $V = \frac{1}{3} \cdot (4 \cdot 5{,}2) \cdot 9{,}2 = 63{,}79 \text{ cm}^3$

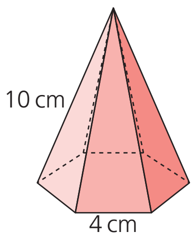
b) $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6 \cdot 3{,}5 \cdot 3}{2}\right) \cdot 7{,}4 = 77{,}7 \text{ cm}^3$

84 Halla el volumen de las siguientes pirámides hexagonales.

a)



b)



a) Calculamos la altura de la pirámide: $h^2 + 3^2 = 5^2 \rightarrow h = 4$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6 \cdot 3{,}5 \cdot 3}{2}\right) \cdot 4 = 42 \text{ cm}^3$

b) Calculamos la apotema de la base y la altura de la pirámide:

$a_p^2 + 2^2 = 4^2 \rightarrow a_p = 3{,}5$ cm $\qquad h^2 + 4^2 = 10^2 \rightarrow h = 9{,}2$ cm

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6 \cdot 4 \cdot 3{,}5}{2} \right) \cdot 9{,}2 = 128{,}8 \text{ cm}^3$$

85 **Una pirámide de 15 cm de altura y base cuadrada de 6 cm de lado ha sido seccionada por un plano paralelo a la base, con lo que se ha generado una pirámide de 5 cm de altura y una base de 2 cm de lado, además de un tronco de pirámide. Halla el volumen del tronco de pirámide.**

$$V_{\text{tronco de pirámide}} = V_{\text{pirámide grande}} - V_{\text{pirámide pequeña}} =$$

$$= \frac{6^2 \cdot 15}{3} - \frac{2^2 \cdot 5}{3} = 180 - 6{,}67 = 173{,}33 \text{ cm}^3$$

Volumen de cilindros y de conos
(página 281)

86 **La altura de varios cilindros y conos es de 12,5 cm. Calcula el volumen de cada cuerpo geométrico si sus bases son círculos con estas dimensiones.**

a) Radio: 2,5 dm

b) Diámetro: 7 cm

c) Diámetro: 6,2 cm

d) Radio: 4,2 cm

Expresamos todas las medidas en centímetros.

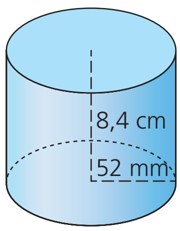
a) $V_{\text{cilindro}} = 3{,}14 \cdot 25^2 \cdot 12{,}5 = 24\,531{,}35 \text{ cm}^3 \qquad V_{\text{cono}} = \frac{24531{,}25}{3} = 8\,177{,}08 \text{ cm}^3$

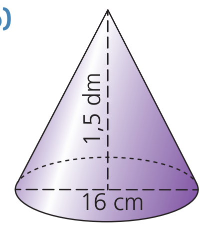
b) $V_{\text{cilindro}} = 3{,}14 \cdot 3{,}5^2 \cdot 12{,}5 = 480{,}81 \text{ cm}^3 \qquad V_{\text{cono}} = \frac{480{,}81}{3} = 160{,}27 \text{ cm}^3$

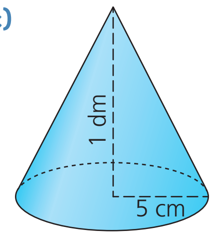
c) $V_{\text{cilindro}} = 3{,}14 \cdot 3{,}1^2 \cdot 12{,}5 = 377{,}19 \text{ cm}^3 \qquad V_{\text{cono}} = \frac{377{,}19}{3} = 125{,}73 \text{ cm}^3$

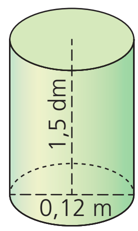
d) $V_{\text{cilindro}} = 3{,}14 \cdot 4{,}2^2 \cdot 12{,}5 = 692{,}37 \text{ cm}^3 \qquad V_{\text{cono}} = \frac{629{,}37}{3} = 230{,}79 \text{ cm}^3$

87 **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.**

a)


b)


c)


d)


Expresamos todas las dimensiones en la misma unidad y calculamos el volumen.

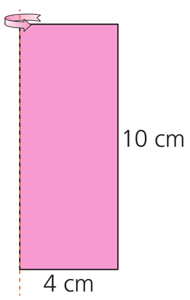
a) $V = 3{,}14 \cdot 5{,}2^2 \cdot 8{,}4 = 713{,}21 \text{ cm}^3$

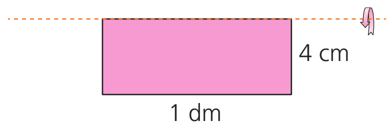
b) $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 8^2 \cdot 15 = 1004{,}8 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 10 = 261{,}67 \text{ cm}^3$

d) $V = 3{,}14 \cdot 0{,}6^2 \cdot 1{,}5 = 1{,}70 \text{ dm}^3$

88 **Halla el volumen de los cuerpos geométricos que se generan al hacer girar cada figura en torno al eje representado.**

a)


b)


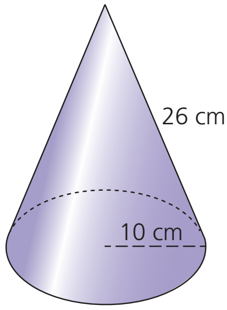
a) $V = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 10 = 502{,}4 \text{ cm}^3$

b) Se trata del mismo cuerpo que el del apartado anterior pero con distinta orientación:

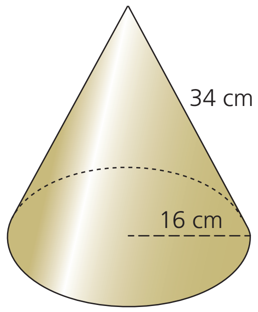
$V = 3{,}14 \square 4^2 \square 10 = 502{,}4 \text{ cm}^3$

89 **Halla el volumen de estos conos.**

a)



b)



a) Calculamos la altura del cono utilizando el teorema de Pitágoras:

$h^2 + 10^2 = 26^2 \rightarrow h = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$

$V = \dfrac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 24 = 2\,512 \text{ cm}^3$

b) Calculamos la altura del cono utilizando el teorema de Pitágoras:

$h^2 + 16^2 = 34^2 \rightarrow h = \sqrt{900} = 30 \text{ cm}$

$V = \dfrac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 16^2 \cdot 30 = 8\,038{,}4 \text{ cm}^3$

90 **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos.**

a) Un cilindro oblicuo de 18 cm de altura y 9 cm de diámetro

b) Un cono oblicuo de 7,2 cm de radio y 15 cm de altura

a) $V = 3{,}14 \cdot 4{,}5^2 \cdot 18 = 1144{,}53 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}2^2 \cdot 15 = 813{,}89 \text{ cm}^3$

Volumen de esferas

(página 281)

91 **¿Cuál es el volumen de estas esferas?**

a) Radio: 3,7 cm

b) Diámetro: 10 cm

c) Diámetro: 5,8 cm

d) Radio: 10,5 cm

a) $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}7^3 = 212{,}07 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = 523{,}33 \text{ cm}^3$

c) $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}9^3 = 102{,}11 \text{ cm}^3$

d) $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}5^3 = 4\,846{,}59 \text{ cm}^2$

92 **Halla el radio de las esferas con los siguientes volúmenes.**

a) $904{,}32 \text{ dm}^3$

b) $3\,052{,}08 \text{ m}^3$

a) $\dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot r^3 = 904{,}32 \rightarrow r^3 = 216 \rightarrow r = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ cm}$

b) $\dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot r^3 = 3052{,}08 \rightarrow r^3 = 729 \rightarrow r = \sqrt[3]{729} = 9 \text{ cm}$

93 Calcula el volumen de unas cuñas esféricas de una esfera de diámetro 8 cm con las siguientes amplitudes.

a) 45°

b) 120°

c) 135°

d) 300°

Establecemos una relación de proporcionalidad entre el ángulo y el volumen de la cuña esférica.

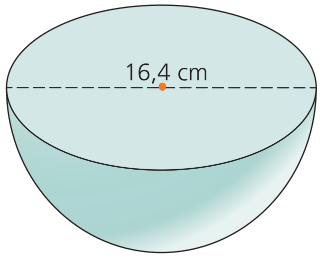
a) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 \cdot \frac{45}{360} = 33{,}49 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 \cdot \frac{120}{360} = 89{,}32 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 \cdot \frac{135}{360} = 100{,}48 \text{ cm}^3$

d) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 \cdot \frac{300}{360} = 223{,}29 \text{ cm}^3$

94 Halla el volumen del siguiente cuerpo geométrico.



Se trata de media esfera:

$$V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}2^3\right) = 1154{,}20 \text{ cm}^3$$

Problemas de volúmenes
(página 282)

95 Un rollo de papel continuo tiene las medidas que puedes ver en la imagen. Calcula el volumen que ocupa el papel de este rollo.

$V = V_{\text{cilindro grande}} - V_{\text{cilidro pequeño}} = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 22 - 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 22 =$
$= 1727 - 431{,}75 = 1295{,}25 \text{ cm}^3$

El volumen del rollo es de 1295,25 cm³.

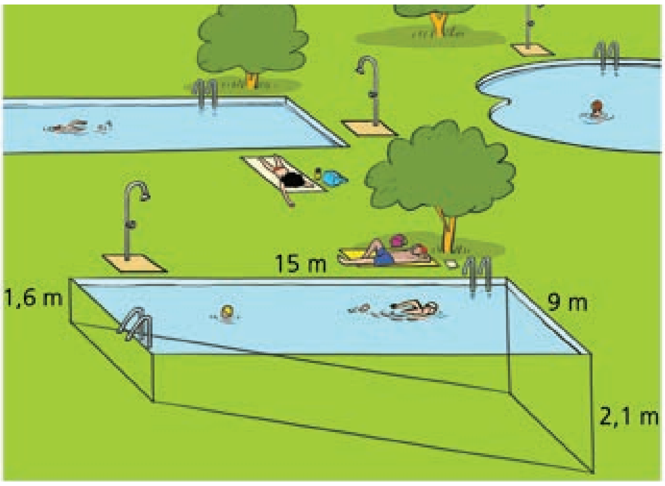
96 Una empresa de mensajería cobra según el volumen de la caja que se vaya a enviar. Si tiene una tarifa de 90 euros por cada metro cúbico, ¿cuánto cuesta enviar una caja de 50 cm de largo, 25 cm de ancho y 50 cm de alto?

$V = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}0625 \text{ m}^3$

$0{,}0625 \cdot 90 = 5{,}63$ euros

Enviar la caja cuesta 5,63 euros.

97 **Calcula la capacidad de esta piscina.**



Tomamos como base el trapecio:

$$A_B = \frac{(1{,}6 + 2{,}1) \cdot 15}{2} = $$
$$= 27{,}75 \text{ m}^2$$
$$V = 27{,}75 \cdot 9 =$$
$$= 249{,}75 \text{ m}^3 =$$
$$= 249\,750 \text{ dm}^3 =$$
$$= 249\,750 \text{ L}$$

La capacidad de la piscina es de 249 750 L.

98 **Según el servicio de información meteorológica, durante la tormenta de ayer por la tarde cayeron 60 L de agua por metro cuadrado. ¿Qué altura alcanzó el agua caída en un recipiente cilíndrico de 30 cm de diámetro?**

Pasamos el volumen a centímetros cúbicos: $60 \text{ L} = 60 \text{ dm}^3 = 60\,000 \text{ cm}^3$

$$3{,}14 \cdot 15^2 \cdot h = 60\,000 \rightarrow h = \frac{60000}{3{,}14 \cdot 225} \rightarrow h = 84{,}9 \text{ cm}$$

El agua alcanzó una altura de 84,9 cm dentro del recipiente.

99 **Un artesano fabrica velas de cera con forma de pirámide de base cuadrada de 5 cm de lado y 14,5 cm de altura. Si la densidad de la cera es de 0,9 g/cm³. ¿Cuánto pesa una vela?**

$$V = \frac{5^2 \cdot 14{,}5}{3} = 120{,}83 \text{ cm}^3$$

Utilizando la densidad de la cera: $d = \dfrac{m}{V} \rightarrow 0{,}9 = \dfrac{m}{120{,}83} \rightarrow m = 108{,}74 \text{ g}$

Una vela pesa 108,74 g.

100 **Una pelota de caucho tiene un radio de 25 cm y un grosor de 5 mm. ¿Qué volumen de caucho tiene la pelota?**

$$V = V_{\text{esfera grande}} - V_{\text{esfera pequeña}} = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 25^3 - \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 24{,}5^3 =$$
$$= 65\,416{,}7 - 61\,569{,}6 = 3\,847{,}1 \text{ cm}^3$$

La pelota tiene 3 847,1 cm³ de caucho.

101 **Se ha desprendido la etiqueta que rodeaba una lata cilíndrica de conservas. Si la etiqueta tiene unas dimensiones de 25,12 cm de ancho y 4,5 cm de alto, ¿cuál es el volumen de la lata?**

El ancho de la etiqueta es la longitud de la circunferencia de la lata. A partir de él calculamos el radio: $2 \cdot 3{,}14 \cdot r = 25{,}12 \rightarrow r = 4$

Por tanto, el volumen de la lata es: $V = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 4{,}5 = 226{,}08 \text{ cm}^3$

102 **Mario tiene una pelota con un diámetro de 25 cm. La introduce en una caja en forma de cubo cuya arista mide lo mismo que el diámetro de la pelota.**

a) ¿Qué volumen tiene la caja?

b) ¿Qué espacio del interior de la caja queda libre después de introducir la pelota?

a) $V_{\text{caja}} = 25^3 = 15\,625 \text{ cm}^3$

b) $V_{\text{esfera}} = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 12{,}5^3 = 8\,177{,}1 \text{ cm}^3$

El espacio libre en la caja es: $V_{\text{caja}} - V_{\text{esfera}} = 15\,625 - 8\,177{,}1 = 7\,447{,}9 \text{ cm}^3$

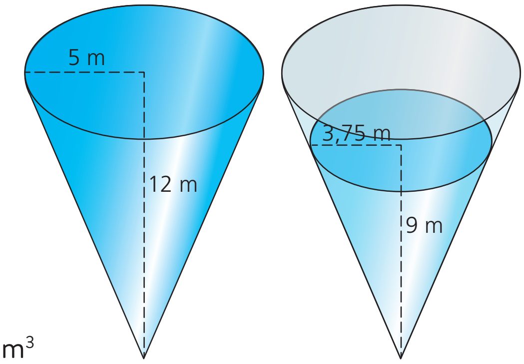
103 Unos ingenieros han desarrollado unas esferas biodegradables que permiten reforestar un terreno después de un incendio. Si cada esfera tiene un diámetro de 10 cm y contiene 25 semillas/cm³, ¿cuántas semillas hay en cada esfera?

En esta actividad se abordan temas relacionados con los ODS 9, Industria, innovación e infraestructura, y 15, Vida de ecosistemas terrestres.

Calculamos el volumen de la esfera: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = 523{,}3\ \text{cm}^3$

$523{,}3 \cdot 25 = 13\,082{,}5$ Caben unas 13 082 semillas.

104 Un depósito con forma de cono tiene una rotura y pierde agua. Se acaba de llenar y, pasados unos días, el depósito tiene la altura que indica el dibujo. ¿Cuántos litros se han perdido?



$$V_{\text{cono grande}} = \frac{3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 12}{3} = 314\ \text{m}^3$$

$$V_{\text{cono pequeño}} = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}75^2 \cdot 9}{3} = 132{,}5\ \text{m}^3$$

$V = V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}} = 314 - 132{,}5 = 181{,}5\ \text{m}^3 = 181\,500\ \text{dm}^3 = 181\,500\ \text{L}$

Por tanto, se han perdido 181 500 L de agua.

105 La pirámide de Keops, conocida también como Gran Pirámide, es la más antigua y más alta de todas, y la única de las siete maravillas del mundo antiguo que aún perdura. Tiene una altura de 146 m y una base cuadrada de 230 m de lado. Calcula el volumen de esta pirámide.

$$V = \frac{230^2 \cdot 146}{3} = 2\,574\,466{,}667\ \text{m}^3$$

La pirámide de Keops tiene un volumen de 2 574 466,667 m³.

106 Andrés tiene que llenar un depósito con un grifo que vierte 15 L de agua por minuto.

a) Si el depósito tiene forma de prisma de base hexagonal de 1 m de radio y 2 m de altura, ¿qué volumen tiene?

b) ¿Cuánto tardará en llenarse?

a) Calculamos la apotema de la base: $a_p^2 + 0{,}5^2 = 1^2 \rightarrow a_p = 0{,}87$ m

$A_B = \dfrac{(6 \cdot 1) \cdot 0{,}87}{2} = 2{,}61\ \text{m}^2$ $V = 2{,}61 \cdot 2 = 5{,}22\ \text{m}^3$

b) Calculamos la capacidad en litros: $5{,}22\ \text{m}^3 = 5\,220\ \text{dm}^3 = 5\,220$ L

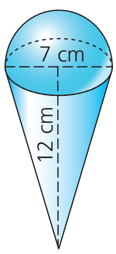
$5\,220 : 15 = 348$ Tardará en llenarse 348 minutos.

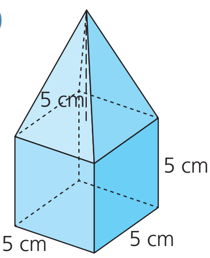
Aprende + (página 283)

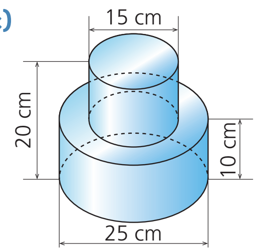
Ampliación. Unidad 12 (D)

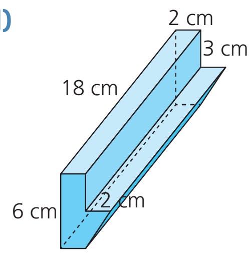
Actividades digitales 107-108 (E y D)

107 Halla el volumen de estos cuerpos geométricos.

a) 

b) 

c) 

d) 

a) Es el volumen de un cono más media esfera.

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}5^2 \cdot 12}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5^3\right) = 243{,}61 \text{ cm}^3$$

b) Es el volumen de un cubo más el de una pirámide.

$$V = 5^3 + \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 5 = 166{,}67 \text{ cm}^3$$

c) Es el volumen de dos cilindros.

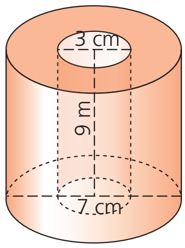
$$V = 3{,}14 \cdot 12{,}5^2 \cdot 10 + 3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 10 = 6\,672{,}5 \text{ cm}^3$$

d) Es el volumen de dos prismas uno de base rectangular y otro de base triangular.

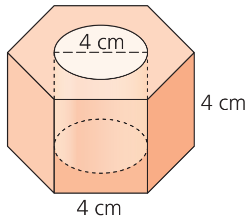
$$V = 6 \cdot 2 \cdot 18 + \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 18 = 270 \text{ cm}^3$$

108 **Halla el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.**

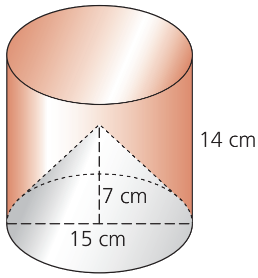
a)



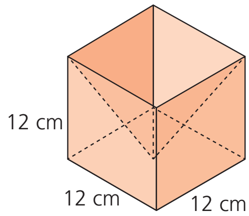
c)



b)



d)



a) Es el volumen de un cilindro menos el de otro cilindro.

$$V = 3{,}14 \cdot 3{,}5^2 \cdot 9 - 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 \cdot 9 = 346{,}19 - 63{,}59 = 282{,}6 \text{ cm}^3$$

b) Es el volumen de un cilindro menos el de un cono.

$$V = 3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 14 - \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 7 = 2\,472{,}75 - 412{,}13 = 2\,060{,}62 \text{ cm}^3$$

c) Es el volumen de un prisma de base hexagonal menos un cilindro.

Para calcular el área de la base del prisma necesitamos conocer su apotema.

$$a_p^2 + 2^2 = 4^2 \rightarrow a_p^2 = 16 - 4 \rightarrow a_p = \sqrt{12} = 3{,}46 \text{ cm}$$

$$V = \frac{(6 \cdot 4) \cdot 3{,}46}{2} \cdot 4 - 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 4 = 115{,}84 \text{ cm}^3$$

d) Es el volumen de un cubo menos una pirámide de base cuadrada.

$$V = 12^3 - \frac{12^3}{3} = 1152 \text{ cm}^3$$

Conocimientos básicos (página 284)

Prueba de evaluación. Nivel 1. Unidad 12 (D)

Prueba de evaluación. Nivel 2. Unidad 12 (D)

Test de evaluación. Unidad 12 (D)

Test *online*. Unidad 12 (D)

Evaluación de competencias. Envases (D)

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Actividades digitales 1-4 (E y D)

Rúbrica. Maletas sin facturar. Volumen de un cuerpo geométrico

Desarrollo de competencias (página 285)

1 **En primer lugar, recopila información sobre cómo puedes llevar tu equipaje en un vuelo. Para ello, investiga sobre:**

- el equipaje que puedes subir a la cabina de un avión.
- las dimensiones máximas del equipaje de mano permitido en diferentes compañías aéreas.
- lo máximo que puede pesar el equipaje de mano en diferentes compañías aéreas.
- qué significa facturar el equipaje en un avión.
- qué supone incumplir las normas de dimensiones y el máximo que puede pesar una maleta.

Respuesta abierta

2 **La mayoría de las compañías consideran equipajes especiales a aquellos bultos de características particulares que puedes llevar en el avión. Por ejemplo, si quieres llevar una bicicleta o un instrumento musical grande los debes poder meter en una caja con las siguientes medidas.**

- Bicicleta: 131 cm $\times$ 72 cm $\times$ 21 cm
- Instrumento musical: 190 cm $\times$ 75 cm $\times$ 65 cm

Calcula el volumen máximo que pueden ocupar estos objetos en la bodega del avión.

Bicicleta: $V = 131 \cdot 72 \cdot 21 = 198\,072$ cm^3

Instrumento musical: $V = 190 \cdot 75 \cdot 65 = 926\,250$ cm^3

3 **A la hora de llevar una maleta en la bodega de un avión, la mayoría de la líneas áreas ponen una limitación de 23 kilogramos y que no supere los 158 centímetros sumando el largo, el ancho y el alto. Dibuja 4 maletas, con sus dimensiones, que cumplan exactamente la restricción de tamaño.**

Respuesta abierta

4 **A partir de la información que has encontrado, realiza un póster que se podría incluir en un aeropuerto y que contenga, al menos, 5 compañías aéreas ordenadas según el volumen de la maleta permitida en la cabina de los aviones, de menor a mayor. De cada una debes incluir:**

- el nombre de la compañía.
- las dimensiones de la maleta permitida.
- la densidad de la maleta si tiene el mayor peso permitido.
- un dibujo con la información de esta maleta.
- el porcentaje de incremento en el volumen respecto a la maleta anterior en la lista que has propuesto.

Respuesta abierta