

UD 10 - Inferencia estadística - Vídeo 3 - Intervalo de confianza para la media

domingo, 28 de abril de 2024 0:23

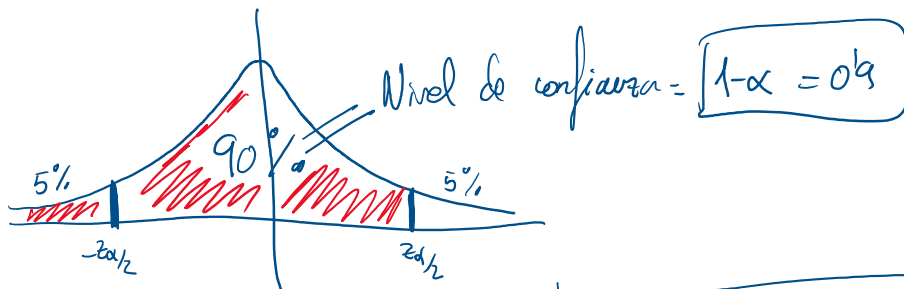
μ = media poblacional (desconocida)

\bar{x} = media muestral

σ = desviación típica poblacional (conocida)

$\mu \in \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ Intervalo de confianza para la media μ

Nivel de confianza $(1-\alpha)$ del 90%

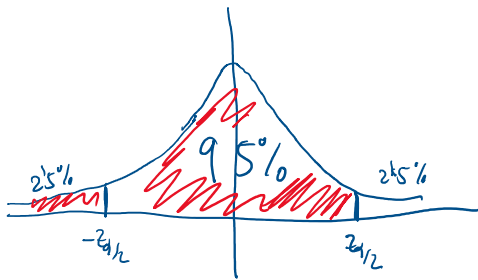


$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 0.95$

0.9495 \rightarrow 1.64
0.9505 \rightarrow 1.65

$z_{\alpha/2} = \frac{1.64 + 1.65}{2} = 1.645$

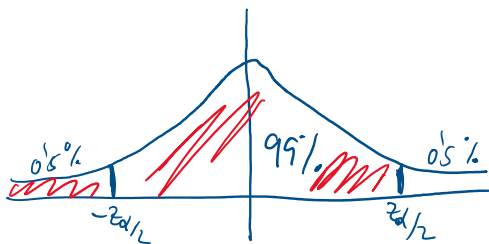
Nivel de confianza $(1-\alpha)$ es del 95%



$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 0.975$

$z_{\alpha/2} = 1.96$

Nivel de confianza del 99% $(1-\alpha) = 0.99$



$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 0.995$

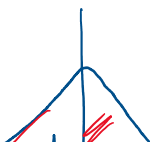
0.9949 \rightarrow 2.57
0.9957 \rightarrow 2.58

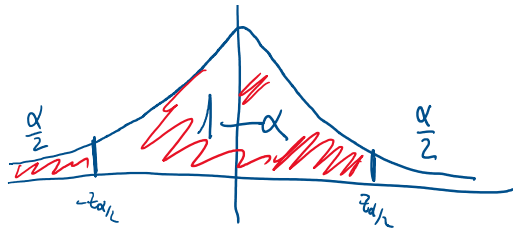
$z_{\alpha/2} = \frac{2.57 + 2.58}{2} = 2.575$

$z_{\alpha/2} = 2.1 \rightarrow P(Z \leq z_{\alpha/2}) = P(Z \leq 2.1) = 0.9821$

$1-\alpha + \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$0.9821 = 1 - \frac{\alpha}{2}$





$$1 - \alpha + \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$0.9821 = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - \alpha = 1 - 0.0358$$

$$\frac{1.9642}{2} = \frac{2 - \alpha}{2}$$

$$= 0.9642 \text{ Nivel de confianza}$$

$$1.9642 - 2 = -\alpha$$

$$-0.0358 = -\alpha$$

$$96.42\%$$

$$\alpha = 0.0358$$

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \text{Error}$$

Este es el error que cometeos en el intervalo de confianza para la media.

Ejemplo

a) El tiempo de renovación de un teléfono móvil se puede aproximar mediante una normal con desv. típica 0.4 años. Se toma una muestra de 100 usuarios y se obtiene una media muestral de 1.5 años. Calcular el intervalo de confianza al 95% para el tiempo medio de renovación de un teléfono.

$$n = 100$$

$$\sigma = 0.4$$

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(1.5 - 1.96 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{100}}, 1.5 + 1.96 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{100}} \right) = (1.4216, 1.5784)$$

b) ¿Cuál es el nº mínimo de estudiantes que debemos elegir para una población de $\sigma = 2$ si el error mínimo admisible es de 0.1 con un nivel de confianza del 95%?

$$z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\sigma = 2$$

$$\text{Error} > z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0.1 > 1.96 \frac{2}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{0.1}{1.96} > \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.051 > \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} > \frac{2}{0.051} \Rightarrow \sqrt{n} > 39.22 \Rightarrow n > (39.22)^2$$

$$\Rightarrow n > 1538^{1/2} \Rightarrow \boxed{n = 1539}$$