UD 9.- Distribuciones binomial y normal

lunes, 1 de abril de 2024 18:12

1. Distribución binomial

$X \in B(n,p)$ < éxito $\to p$; fracaso $\to q = 1-p$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Ejemplo

$X \in B(10, 0'3)$ < cara = éxito = 0'3 ; cruz = fracaso = 0'7

$P(X=4) = \binom{10}{4} (0'3)^4 (0'7)^{10-4} = \binom{10}{4} 0'3^4 \cdot 0'7^6 = 0'2 \to 20\%$

$P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + \dots + P(X=10)$

$1 - P(X<1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{10}{0} 0'3^0 0'7^{10} = 0'97 \Rightarrow 97\%$

2. Distribución normal

$X \in N(\mu, \sigma)$

Ejemplo

$X \in N(10, 1)$

a) $P(X \geq 11) = P\left(Z \geq \frac{11-10}{1}\right) = P(Z \geq 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0'8413 = 0'1587$

b) $P(X \leq 12'5) = P\left(Z \leq \frac{12'5-10}{1}\right) = P(Z \leq 2'5) = 0'9938$

c) $P(X \leq 11'23) = P\left(Z \leq \frac{11'23-10}{1}\right) = P(Z \leq 1'23) = 0'8907$

d) $P(X \leq 9'12) = P\left(Z \leq \frac{9'12-10}{1}\right) = P(Z \leq -0'88) = P(Z \geq 0'88) = 1 - P(Z < 0'88) =$

$= 1 - 0'8106 = 0'1894$

e) $P(X \geq 9) = P\left(Z \geq \frac{9-10}{1}\right) = P(Z \geq -1) = P(Z \leq 1) = 0'8413$

f) $P(9 \leq X \leq 11) = P\left(\frac{9-10}{1} \leq Z \leq \frac{11-10}{1}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) =$

f) $P(9 \le X \le 11) = P\left(\frac{9-10}{1} \le Z \le \frac{11-10}{1}\right) = P(-1 \le Z \le 1) = P(Z \le 1) - P(Z \le -1) =$

$= P(Z \le 1) - P(Z \ge 1) = P(Z \le 1) - [1 - P(Z < 1)] = P(Z \le 1) - 1 + P(Z < 1) =$

$= 0'8413 - 1 + 0'8413 = \boxed{0'6826}$

Ejemplo

$Z \in N(0,1)$

a) $P(Z \le a) = 0'95$

$$a = \frac{1'64 + 1'65}{2} = 1'645$$

b) $P(Z \le a) = 0'975$

$\boxed{a = 1'96}$

c) $P(Z \le a) = 0'995$

$$a = \frac{2'57 + 2'58}{2} = 2'575$$

d) $P(Z \ge a) = 0'409$

$P(Z < a) = 1 - 0'409 = 0'591$

$\boxed{a = 0'23}$

e) $P(Z \ge a) = 0'591$

$P(Z \le -a) = 0'591$

$-a = 0'23$

$\boxed{a = -0'23}$