UD 6 - Sistemas de ecuaciones

sábado, 17 de febrero de 2024 12:10

Ejemplo

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y+z=4 \\ 5x-y-z=3 \end{cases}$$

Método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & -1 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-5F_1]{F_2-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 & -2 \end{array}\right) \rightarrow$$

$$\xrightarrow{F_3-6F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -14 & -14 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y-z=1 \\ -y+3z=2 \\ -14z=-14 \end{cases} \begin{cases} x+1-1=1 \Rightarrow x=1 \\ \rightarrow -y+3=2 \Rightarrow y=1 \\ \rightarrow z=\frac{-14}{-14}=1 \end{cases}$$

Forma matricial

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y+z=4 \\ 5x-y-z=3 \end{cases} \quad AX=B \rightarrow X=A^{-1}B$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Método de Cramer

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y+z=4 \\ 5x-y-z=3 \end{cases} \quad A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A_1=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad A_2=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A_3=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$x=\frac{|A_1|}{|A|} \qquad y=\frac{|A_2|}{|A|} \qquad z=\frac{|A_3|}{|A|} \rightarrow x=1,\ y=1,\ z=1$$