

5. INVERSA DE UNA MATRIZ

Sea A un matriz $n \times n$. Se llama inversa de A , se denota por A^{-1} , a la matriz que verifica lo siguiente:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$$

Ejemplo

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - 3F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{2F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\begin{array}{l} F_2 + 2F_3 \\ 4F_1 - 3F_3 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 8 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & 0 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\begin{array}{l} F_1/4 \\ F_2/-4 \\ F_3/4 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 & -1/4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1/4 & -1/4 & 1/2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & -1/4 & -1 \\ 1/4 & -1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$$