

UD 2 Derivadas - Vídeo 3 - Representación gráfica de funciones

domingo, 5 de noviembre de 2023 14:37

3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1(1-x^2) - x(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} = f'(x)$$

$$f''(x) = \frac{2x(1-x^2)^2 - (x^2+1)2(1-x^2)(-2x)}{(1-x^2)^4} = \frac{2x(1-x^2) + 4x(x^2+1)}{(1-x^2)^3} = \frac{2x-2x^3+4x^3+4x}{(1-x^2)^3} = \frac{2x^3+6x}{(1-x^2)^3} = f''(x)$$

1) Dominio

$$1-x^2=0 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

2) Puntos de corte

Eje x $\rightarrow (0,0)$

$$y=0 \Rightarrow 0 = \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow x=0$$

Eje y $\rightarrow (0,0)$

$$x=0 \quad y = \frac{0}{1-0} = 0$$

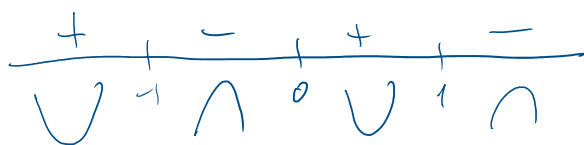
3) Monotonía

$$f'(x) = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} = 0 \Rightarrow 1+x^2=0 \rightarrow \text{No tiene solución} \Rightarrow \text{No hay max. ni min.}$$



4) Concavidad y convexidad

$$f''(x) = \frac{2x^3+6x}{(1-x^2)^3} = 0 \Rightarrow 2x^3+6x=0 \Rightarrow x(2x^2+6)=0 \begin{cases} x=0 \\ 2x^2+6=0 \Rightarrow \text{No tiene sol.} \end{cases}$$



5) Asíntotas

Verticales

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1-x^2} = \frac{1}{0} = \infty \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \end{cases}$$

$x=1$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{1-x^2} = \frac{-1}{0} = \infty \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \end{cases}$$

$x=-1$

Horizontales

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1-x^2} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ Asíntota horizontal}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1-x^2} = 0 \Rightarrow \boxed{y=0} \text{ As. horizontal}$$

