

UD 2 Derivadas - Vídeo 1 - Concepto de derivadas y recta tangente

domingo, 5 de noviembre de 2023 13:16

1. CONCEPTO DE DERIVADA

La derivada de una función $f(x)$ en un pto $x=a$ se define como el siguiente límite:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

La derivada de $f(x)$ en el pto x_0 es la pendiente de la recta tg a $f(x)$ en el pto x_0 .

La ecuación de la recta tg a $f(x)$ en el pto x_0 será la siguiente:

$$y - f(x_0) = f'(x_0) (x - x_0)$$

Ejemplos

a) $y = x^2 - 3x + 2$ calcular la recta tg en el pto $x_0 = 2$

$$f(x_0) = f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$f'(x) = 2x - 3 \Rightarrow f'(x_0) = f'(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

$$y - 0 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 2$$

b) $f(x) = x^2 + 2x + 5$ calcular la recta tg que tiene pendiente 3

$$f'(x_0) = 3 \Rightarrow f'(x) = 2x + 2 = 3 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2}$$

$$f(x_0) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 5 = \frac{1}{4} + 1 + 5 = \frac{25}{4}$$

$$y - \frac{25}{4} = 3 \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

c) $f(x) = x^2 - x + 2$ calcular la recta tg que cumple que $f(x_0) = 2$

$$x^2 - x + 2 = 2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \begin{cases} x=0 \rightarrow x_0=0 \\ x=1 \rightarrow x_0=1 \end{cases}$$

$$x^2 - x + 2 = 2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \left\langle \begin{array}{l} \boxed{x=1} \rightarrow \boxed{x_0=1} \\ \boxed{x=0} \end{array} \right.$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$\underline{x_0 = 0}$$

$$f(x_0) = 2$$

$$f'(x_0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$\boxed{y - 2 = -1(x - 0)}$$

$$\underline{x_0 = 1}$$

$$f(x_0) = 2$$

$$f'(x_0) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$\boxed{y - 2 = 1(x - 1)}$$