

Un cuerpo geométrico es un elemento que dispone de tres dimensiones (alto, ancho y largo). Los cuerpos geométricos son figuras geométricas que delimitan o describen volúmenes.

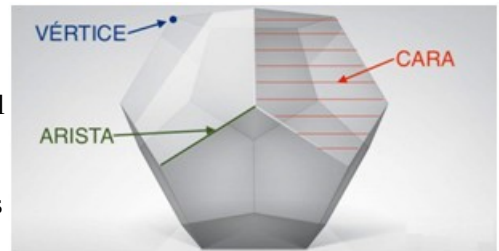
Existen dos tipos de cuerpos geométricos, los **poliedros** y las **superficies de revolución** (o cuerpos redondos), pero como comparten muchas propiedades los estudiaremos simultáneamente.

1 - Poliedros

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico de **tres dimensiones cuyas caras son polígonos**.

1.1) Elementos de un poliedro

Los poliedros están constituidos por los siguientes elementos:



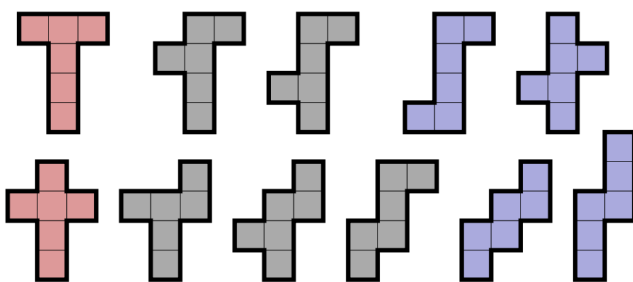
- **Caras:** son los polígonos que lo constituyen y que delimitan el espacio interno del poliedro. Por comodidad se le llama base a la cara sobre la cual descansa el poliedro.
- **Aristas:** Son los lados de cada cara/polígono. Cada arista es el lado de dos caras diferentes. En la intersección de las aristas se encuentran los vértices.
- **Vértices:** Los puntos de encuentro entre tres o más aristas en el cuerpo de un poliedro.
- **Alturas:** segmento que une un vértice con una cara opuesta, si existe.

Teorema de Euler: $C - A + V = 2$, donde C es el número de caras, V es el número de vértices y A el número de aristas

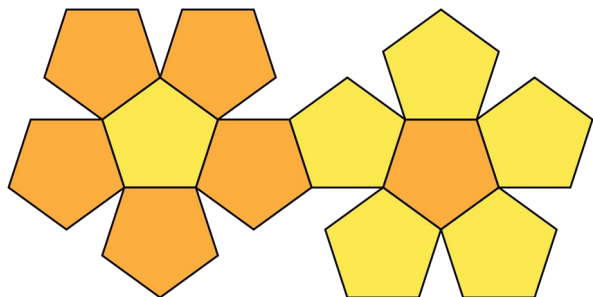
1.2) Desarrollo plano de un poliedro

El desarrollo de un poliedro es la sucesión ordenada en un plano de polígonos unidos por sus lados, de forma que se puedan doblar (por los bordes) para formar las caras del poliedro. Usaremos el desarrollo plano (y esquemas parecidos) para facilitar el entendimiento y algunos cálculos con cuerpos geométricos, como el cálculo de áreas.

Todos los desarrollos planos del cubo que existen:



Desarrollo plano de un dodecaedro (12 pentágonos regulares):

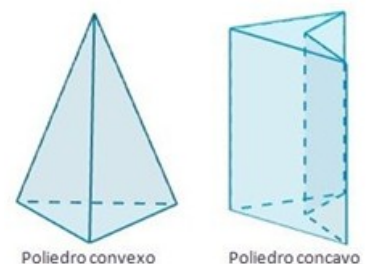


1.3) Tipos de poliedros:

Los poliedros se pueden clasificar mediante dos criterios:

Según si son poliedros convexos o cóncavos:

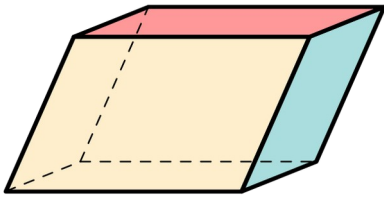
- **Poliedro convexo:** si todo par de puntos de su superficie puede ser unido por una línea recta que no sale en ningún momento del interior de éste.
- **Poliedro cóncavo:** si existe al menos un par de puntos de la superficie de la figura que para unirlos mediante una línea recta, necesariamente dicha recta tiene que salir del interior de éste.



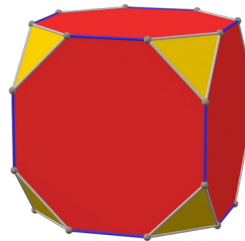
Según su regularidad:

- **Regulares:** un poliedro regular es aquel que sus caras son polígonos regulares y son todos iguales. Todos los ángulos y aristas también son iguales.
- **Irregulares:** Poliedro con alguna irregularidad:

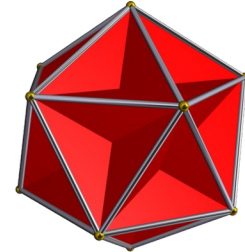
Sus polígonos no son regulares (paralelepípedo = caras paralelas)



Sus polígonos no son iguales, aunque sean regulares: (cubo truncado)



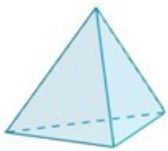
Sus ángulos no son iguales: (gran dodecaedro)



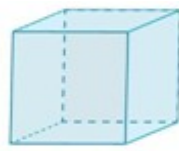
1.4) Poliedros regulares:

Existen sólo cinco tipos de poliedros regulares convexos:

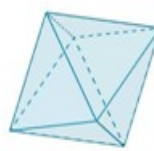
Tetraedro: 4 caras que son triángulos equiláteros.



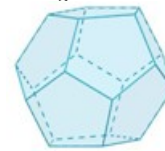
Cubo ó hexaedro: 6 caras que son cuadrados.



Octaedro: 8 caras que son triángulos equiláteros iguales.



Dodecaedro: 12 caras que son pentágonos regulares iguales.



Icosaedro: 20 caras que son triángulos equiláteros iguales.

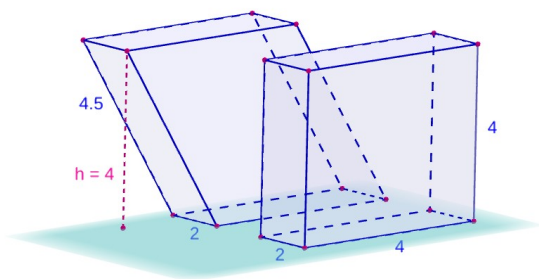


1.5) Prismas y cilindros:

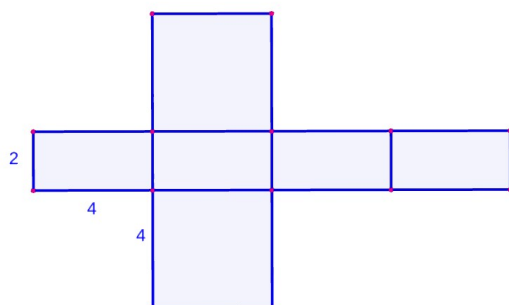
Los **prismas** son poliedros cuya superficie está formada por **dos caras iguales y paralelas** llamadas bases (que son polígonos) y cuyas **caras laterales son paralelogramos**. Si las caras son rectángulos se llama prisma recto (AKA caja).

Los **cilindros** son similares a los prismas pero con base circular

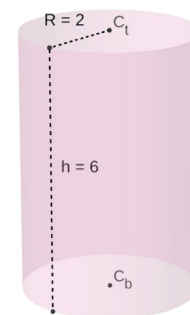
Prisma recto y oblicuo. En este caso, la base y la altura es la misma.



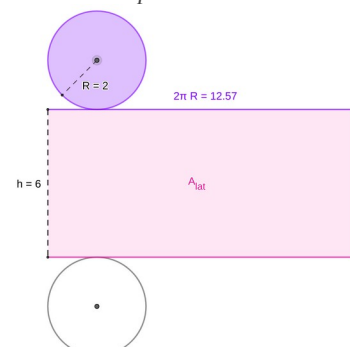
Desarrollo plano del prisma recto



Cilindro



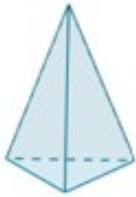
Desarrollo plano del cilindro recto



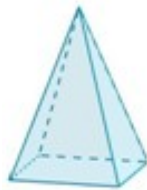
1.6) Pirámide

Una **pirámide** es un **poliedro** formado por una **base** poligonal y las **caras laterales son triángulos** que tienen en común un punto que será el **vértice** de la pirámide. Si la base tiene n lados, la pirámide tendrá n caras laterales triangulares. El tetraedro es, además de poliedro regular, una pirámide. El cono se puede definir como una pirámide cuya base es un círculo. Comparte con las pirámides muchas propiedades.

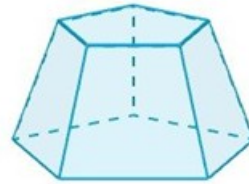
Pirámide triangular



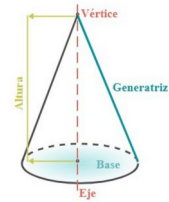
Pirámide cuadrangular



Tronco de pirámide pentagonal



Cono



Elementos de una pirámide:

Base: polígono cualquiera. Es la única cara que no toca al vértice de la pirámide.

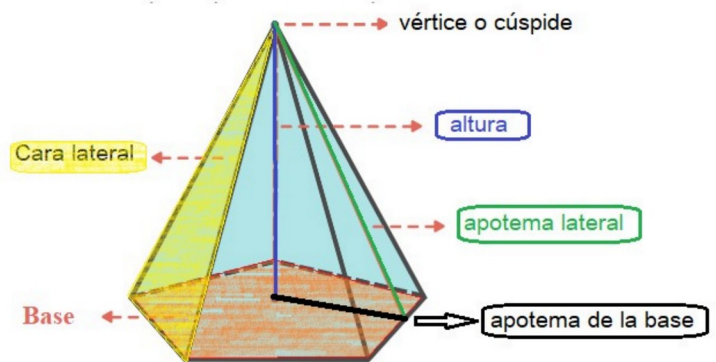
Altura (h): distancia del plano de la base al vértice de la pirámide.

Vértice de la pirámide: punto donde confluyen las caras laterales triangulares.

Apotema de la pirámide (ap): distancia del vértice a la mitad de un lado de la base (solo existe en las pirámides regulares). Puesto que en este caso las caras laterales son isósceles, la apotema de la pirámide es también la altura de las caras laterales.

Apotema de la base (ap_b): distancia del centro de la base a la mitad de uno de sus lados.

Cortando una pirámide por un plano paralelo a la base obtenemos el **tronco de pirámide**, cuyas caras laterales son trapecios.



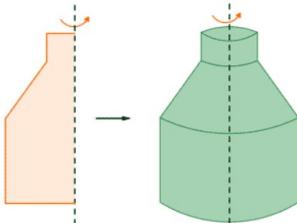
2 - Superficies de revolución ó cuerpos redondos

Las **superficies de revolución** (o **cuerpos redondos**) son las figuras geométricas generadas por el **giro de una figura** del plano alrededor de un **eje (revolución)**. Estudiaremos los más sencillos.

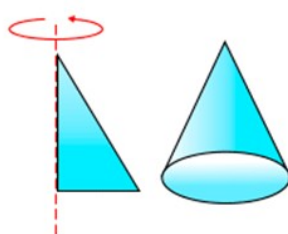
2.1) Elementos de las superficies de revolución:

En todos los cuerpos de revolución destacan el eje de rotación (recta alrededor de la cual gira la figura plana para generar el cuerpo de revolución) y la generatriz (curva que genera la superficie de revolución)

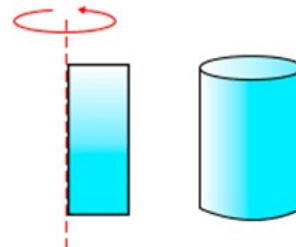
Cuerpo de revolución general



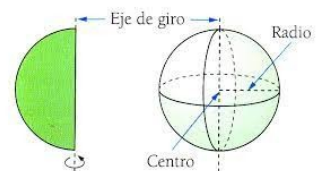
Cono



Cilindro



Esfera

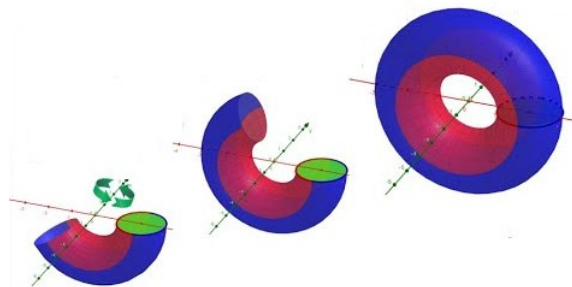


Esfera: es el conjunto de puntos del espacio tridimensional que equidistan de un punto definido como el **centro** de la esfera. O lo que es lo mismo, es la figura geométrica descrita por un semicírculo al girar sobre su diámetro.

Cilindro: es la figura tridimensional que se forma cuando una recta, llamada generatriz, gira alrededor de otra recta que queda fija, llamada eje.

Cono: es la superficie de revolución generada por hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Llamamos base al círculo inferior del cono y g a las generatrices que se unen en el vértice del mismo.

Toro: es una superficie de revolución generada por el giro de un círculo cuyo centro recorre otro círculo de dimensiones mayores, estando ambos contenidos en dos planos ortogonales.



3 - Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

<p>Prismas y cilindro</p>	<p> $A_{prisma} = A_{lateral} + A_{bases}$ y $V_{prisma} = A_{base} \cdot h$ $A_{cilindro} = A_{lateral} + A_{base}$ donde $A_{lateral} = A_{rectángulo} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ y $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$ </p>
<p>Piramides y cono</p>	<p> $A_{piramide} = A_{lateral} + A_{base}$ y $V_{piramide} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$ $A_{cono} = A_{lateral} + A_{base}$ donde $A_{lateral} = A_{fraccióncirculo} = \pi \cdot r \cdot g$ y $V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$ </p>
<p>Esfera</p>	<p> $A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ y $V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ </p>