GEOMETRÍA ANALÍTICA

Definición de vector: se llama vector de origen A y extremo B a la flecha que va desde A hasta B. Se representa $\overrightarrow{AB}$

Coordenadas de un vector: $\overrightarrow{AB}(x,y)$. Indican cuantas unidades nos movemos en el sentido de las X y de las Y. Se obtienen restando las coordenadas del punto extremo menos las coordenadas del punto origen.

Módulo, dirección y sentido de un vector.

Módulo: es la distancia de A hasta B. Se calcula $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x^2+y^2}$

Dirección: es la de la recta en que se encuentra y la de todas sus paralelas.

Sentido: el que marca la punta de la flecha. Hay dos sentidos opuestos.

Vectores iguales: dos vectores son iguales cuando tienen el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido. En este caso sus coordenadas son iguales.

Operaciones con vectores:

1- **Producto de un vector $\vec{v}$ por un número k**: es otro vector k$\vec{v}$ que tiene por módulo $|k\vec{v}| = |k|.|\vec{v}|$, misma dirección que $\vec{v}$, y mismo sentido si k es positivo, sentido opuesto si k es negativo.

Las **coordenadas de k$\vec{v}$** se obtienen multiplicando las de $\vec{v}$ por k.

El producto 0.$\vec{v}$ es igual al vector cero, $\vec{0}$. Es un vector cuyo origen y extremo coinciden, por tanto su módulo es cero. Sus coordenadas son (0,0).

El vector -1$\vec{v}$ se designa por -$\vec{v}$, y se llama **vector opuesto de $\vec{v}$.** Sus coordenadas son opuestas a las de $\vec{v}$.

2- **Suma y resta de vectores**.

- Para **sumar** dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se sitúa v a continuación de u, haciendo coincidir su origen con el extremo de u. La suma $\vec{u}+\vec{v}$ es el vector cuyo origen es el origen de u, y cuyo extremo es el extremo de v. **Sus coordenadas se obtienen sumando las de u con las de v.**

- Para **restar** dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ **se suma a u el opuesto de v:** $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$ **. Las coordenadas se obtienen restándole a las de u las de v.**

Combinación lineal de vectores: dados dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y dos números a y b, **el vector a$\vec{u}$+b$\vec{v}$** se dice que es una ***combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.***

Si dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen direcciones distintas, cualquier vector se puede expresar como combinación lineal de ellos.

Vectores que representan puntos: si un vector tiene su origen en el punto O (origen de coordenadas), entonces sus coordenadas coinciden con las del punto extremo.

Coordenadas de $\overrightarrow{OA}$ = coordenadas del punto A.

Punto medio de un segmento: las coordenadas del punto medio de un segmento AB son la semisuma de las coordenadas de sus extremos.

Si A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2) entonces: **M** $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

Puntos alineados: los puntos A (x_1, y_1) , B (x_2, y_2) y C (x_3, y_3) están alineados si los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ son paralelos. ES decir, **si las coordenadas del vector $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ son proporcionales a las del vector $(x_3 - x_2, y_3 - y_2)$**

Ecuaciones de la recta: vectorial, paramétrica, continua, explícita.

Sean: $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ **vector de posición** de coordenadas (p_1, p_2)

$\vec{d}$ **vector de dirección** de la recta (es paralelo a la recta) de coordenadas (d_1, d_2)

Si t es un número real cualquiera, el vector $\vec{p}$ + t$\vec{d}$ tiene su origen en el origen de coordenadas O y su extremo sobre la recta.

1) **Ecuación Vectorial** $\overrightarrow{OX} = \vec{p} + t\vec{d}$
2) **Ecuaciones paramétricas:** se obtienen al sustituir los vectores por sus coordenadas

$$\begin{cases} x = p_1 + t\,d_1 \\ y = p_2 + t\,d_2 \end{cases}$$

3) **Ecuación de la recta en forma continua:** si en ambas ecuaciones paramétricas despejamos el parámetro t e igualamos las expresiones resultantes, obtenemos una única ecuación:

$$\frac{x-p_1}{d_1} = \frac{y-p_2}{d_2}$$

4) **Ecuación explícita de la recta:** se llega a ella si en la ecuación anterior se despeja la y

y = mx + n

La pendiente m y las coordenadas del vector de dirección $\vec{d}$ (d_1, d_2) de la recta se relacionan de la siguiente forma: **$m = d_2/d_1$**

Rectas. Paralelismo y perpendicularidad.

Una recta queda determinada por dos puntos. A partir de ellos se obtiene su pendiente y su vector director.

Vector perpendicular a otro:

los vectores de coordenadas **(a, b) y (-b, a)** son perpendiculares.

Recta perpendicular a otra:

la relación entre sus pendientes es **$m_1 \cdot m_2 = -1$** **($m_2 = -1/m_1$)**

Rectas paralelas a los ejes coordenados.

Horizontales: y = k Vector de dirección (a, 0)

Verticales: x = k Vector de dirección (0,a)

Posiciones relativas de dos rectas.

Gráficamente dos rectas pueden cortarse o ser paralelas. Si las rectas vienen dadas por ecuaciones puede darse un tercer caso: que sean la misma recta y tengan distinta expresión algebraica.

Para averiguar la posición relativa de dos rectas se resuelve el sistema formado por ellas.

Podemos también **estudiar las pendientes**: si son distintas, las rectas se cortan en un punto. Si son iguales pueden ser paralelas o ser la misma recta.

Distancia entre dos puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2)

dist (A, B) = $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Ecuación de la circunferencia.

Todos los puntos de la circunferencia equidistan del centro, y esa distancia común es igual al radio.

Si llamamos **X (x, y)** a un punto cualquiera de la circunferencia, **C (a, b)** al centro de dicha circunferencia, y **r** al radio, entonces se ha de cumplir que $\left|\overrightarrow{CX}\right|$ **= r**

Es decir, $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$

Elevando al cuadrado ambos miembros, tenemos la **ecuación de la circunferencia:**

$$\boldsymbol{(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2}$$