SOLUCIONES GEOMETRÍA ANALÍTICA.

1) $\vec{AB} = (-5, 5)$ $\quad |\vec{AB}| = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

2) $\left.\begin{matrix}\vec{u}(4,2)\\ \vec{v}(1,-2)\end{matrix}\right\}$ $\quad \vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v} = \frac{1}{2}(4,2) + 3(1,-2) = (2,1) + (3,-6) = (5,-5)$

3) a) $\vec{\alpha} = -3\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} + 2\vec{w} = -3(3,-1) - \frac{1}{2}(-2,4) + 2(7,-4) = (-9,3) - (-1,2) + (14,-8) =$

$= (-8,1) + (14,-8) = (6,-7)$

b) $(7,-4) = x(3,-1) + y(-2,4)$

$(7,-4) = (3x,-x) + (-2y,4y) = (3x-2y, -x+4y) \rightarrow \begin{matrix}3x-2y=7\\ -x+4y=-4\end{matrix}\left\{\begin{matrix}6x-4y=14\\ -x+4y=-4\end{matrix}\right.$

$5x = 10$

$\boxed{x=2}$

$\boxed{y=-1/2}$

4) $\left.\begin{matrix}\vec{a}(-1,2)\\ \vec{b}(2,4)\\ \vec{c}(2,1)\end{matrix}\right\}$

$\frac{-1}{2} \neq \frac{2}{4}$ $\quad \vec{a} \nparallel \vec{b}$

$\frac{-1}{2} \neq \frac{2}{1}$ $\quad \vec{a} \nparallel \vec{c}$

$\frac{2}{2} \neq \frac{4}{1}$ $\quad \vec{b} \nparallel \vec{c}$

Ninguno tiene la misma dirección que otro

$\vec{a} \perp \vec{c}$

5) a) $\left.\begin{matrix}\vec{u}(3,x)\\ \vec{v}(-6,2)\\ \vec{w}(y,-4)\end{matrix}\right\}$ $\vec{u}$ ha de ser paralelo a $\vec{v}$ y $\vec{v}$ paralelo a $\vec{w}$, así $\vec{u} \parallel \vec{w}$

$\frac{3}{-6} = \frac{x}{2} \rightarrow x = -1$

$\frac{-6}{y} = \frac{2}{-4} \rightarrow y = 12$

b) $\vec{v}(-6,2)$ $\quad \vec{a}(2,6)$, $\vec{b}(1,3)$, $\vec{c}(-1,-3)$ Son $\perp$ a $\vec{v}$

6) $\vec{u}(-6,2)$ $\quad \vec{a}(3,-1)$, $\vec{b}\left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

7) $M\left(\frac{2+6}{2}, \frac{5-2}{2}\right) = \left(4, \frac{3}{2}\right)$

8) $\left(\frac{8+x}{2}, \frac{-2+y}{2}\right) = (-1, 0)$ $\quad \frac{8+x}{2} = -1 \Rightarrow x = -10$ $\quad A_2(-10, 2)$

$\frac{-2+y}{2} = 0 \Rightarrow y = 2$

9)
a) $d(A,B) = |\vec{AB}| = |(-10, -24)| = \sqrt{100+576} = 26$

b) $d(P,Q) = |\vec{PQ}| = |(6, -8)| = \sqrt{6^2+8^2} = 10$

10)
a) $\vec{AB}(1, -4)$, $\vec{BC}(1, -3)$ } tienen que ser paralelos $\frac{1}{1} \neq \frac{-4}{-3}$ Los puntos no están alineados

b) $\vec{PQ}(-2-x, -2)$, $\vec{QR}(-2, -1)$ } tienen que ser $\parallel$ $\frac{-2+x}{-2} = \frac{2}{1} \rightarrow 2+x = 4 \rightarrow \boxed{x=2}$

11)
a) $P(0, -2)$, $Q(-1, -5)$ } $\vec{d} = \vec{PQ} = (-1, -3) \parallel (1, 3)$

$\vec{d}(1, 3) \rightarrow m = \frac{3}{1} = 3$

$y = -2 + 3(x-0)$

$\boxed{y = 3x - 2}$ Explícita

$\boxed{(x, y) = (0, -2) + t(1, 3)}$ Vectorial

$\boxed{\begin{cases} x = t \\ y = -2 + 3t \end{cases}}$ Paramétricas

Continua $\quad \frac{x-0}{1} = \frac{y+2}{3}$

$\boxed{x = \frac{y+2}{3}}$

b) $P(4, 0)$, $m = -2$ } $y = 0 - 2(x-4)$

$y = -2x + 8$

c) $y = 3x - 2$, $y = -2x + 8$ } $3x - 2 = -2x + 8 \rightarrow 5x = 10$

$\boxed{x=2}$ $\boxed{y=4}$ $\quad P(2, 4)$

12) $A(2,-1)$, $B(3,4)$

$t: 5x - y + 3 = 0 \rightarrow y = 5x + 3 \rightarrow m_t = 5 \rightarrow \vec{d}_t(1,5)$

a) $A(2,-1)$, $m = 5$ $\quad y = -1 + 5(x-2) \rightarrow y = 5x - 11$

b) $B(3,4)$

$m_s \cdot m_t = -1 \rightarrow m_s \cdot 5 = -1 \rightarrow m_s = -\frac{1}{5}$

$\vec{d}_s(5,-1)$

$y = 4 - \frac{1}{5}(x-3)$

$\boxed{y = -\frac{1}{5}x + \frac{23}{5}}$

14) a) $P(2,1)$, $m = \frac{1}{2}$, $\vec{d}(1,\frac{1}{2}) \parallel (2,1)$

$y = 1 + \frac{1}{2}(x-2) \rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x}$

b) $P(0,-2)$

La $y = -2x - 3$ $\quad m = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

$y = -2 + \frac{1}{2}(x-0)$

$\boxed{y = \frac{1}{2}x - 2}$

13) $S: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ $\quad P(-1,1)$, $\vec{d}(1,-3)$

Ec continua

$\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-3} \rightarrow -3x - 3 = y - 1$

$\boxed{y = -3x - 2}$

$r \begin{cases} A(-2,4) \\ B(-3,2) \end{cases}$

$\vec{d}_r = \vec{AB}(-1,-2) \parallel (1,2) \Rightarrow m = \frac{2}{1} = 2$

$y = 4 + 2(x+2) \rightarrow \boxed{y = 2x + 8}$

Analíticamente

$\begin{cases} y = -3x - 2 \\ y = 2x + 8 \end{cases}$

$-3x - 2 = 2x + 8$

$5x = -10$

$\boxed{x = -2}$ $\quad \boxed{y = 4}$

Punto de intersección $(-2,4)$

Gráficamente representar las rectas

15) $r:\begin{cases} A(2,5) \\ B(-1,-4) \end{cases}$ $\vec{d_r} = \vec{AB}(-3,-9) \parallel (1,3) \Rightarrow m=3$

$y = 5+3(x-2) \rightarrow \boxed{y=3x-1}$

$s:\begin{cases} P(1,2) \\ m=1 \end{cases}$ $y = 2+1(x-1) \rightarrow \boxed{y=x+1}$

Analíticamente

$\begin{cases} y=3x-1 \\ y=x+1 \end{cases}$ $3x-1 = x+1$

$2x=2 \rightarrow \boxed{x=1}$

$\boxed{y=2}$

$P(1,2)$

16) a) $r \parallel 2x-3y+4=0$ por $(-1,2)$

$3y = 2x+4$

$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \rightarrow (m=\frac{2}{3})$

$y = 2+\frac{2}{3}(x+1)$

$\boxed{y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}}$

b) $\perp$ a $y=1$ (es horizontal) Para por $(3,2)$

Tiene que ser una recta vertical

$x=k$

$\boxed{x=3}$

17) $r:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3+t \end{cases}$ $P(1,-3)$

$\vec{d_r}(2,1) \rightarrow m_r = \frac{1}{2}$

$y = -3+\frac{1}{2}(x-1)$

$\boxed{y=\frac{1}{2}x-\frac{7}{2}}$

$s: x+y-5=0$

$\boxed{y=-x+5}$

Analíticamente

$\begin{cases} y=-x+5 \\ y=\frac{1}{2}x-\frac{7}{2} \end{cases}$ $-x+5 = \frac{1}{2}x-\frac{7}{2}$

$-2x+10 = x-7$

$3x=17 \Rightarrow \boxed{x=\frac{17}{3}}$

$y = -\frac{17}{3}+5 = -\frac{2}{3}$

$(\frac{17}{3}, -\frac{2}{3})$

18) a) $r:\begin{cases} P(3,-1) \\ \parallel \text{ a } y=2x+5 \rightarrow m=2 \end{cases}$

$y = -1+2(x-3) \rightarrow \boxed{y=2x-7}$

b) $\perp$ a $y=-3x+1$ Para por $(0,0)$ $\rightarrow m = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

$y = 0+\frac{1}{3}(x-0) \rightarrow (y=\frac{1}{3}x)$

19) $r \begin{cases} P(2,-1) \\ m=-3 \end{cases}$ $y=-1-3(x-2) \rightarrow \boxed{y=-3x+5}$

Son la misma recta

S: $6x+2y-10=0 \rightarrow y=\frac{-6x+10}{2}=-3x+5$ $\boxed{y=-3x+5}$

20) a) Paralela al eje X $\rightarrow$ $m=0$, $\vec{d}(1,0)$ $\begin{cases} \\ \\ \text{Pasa por } (5,-1) \end{cases}$ $y=-1+0(x-5)$

$y=-1$

b) $\perp$ a $3x-y=1$ $\begin{cases} \\ \text{Pasa por } (0,1) \end{cases}$ $y=3x-1 \rightarrow m=3 \rightarrow \vec{d}(1,3)$

Ec. Continua $\frac{x-0}{1}=\frac{y-1}{3} \Rightarrow \boxed{x=\frac{y-1}{3}}$

21) Centro $C(-2,5)$ $\begin{cases} \\ \text{Pasa por } P(-6,2) \end{cases}$ $r=|\vec{CP}|=|(-4,-3)|=|(4,3)|=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$(x+2)^2+(y-5)^2=5^2$

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

Centro

22) a) $(x-2)^2+(y+2)^2=5^2$

b) $C(0,2)$, $r=5$

23) a) $(x-1)^2+(y+5)^2=3^2$

b) $C(-1,0)$

$r=16$