

XEOMETRÍA NO ESPACIO

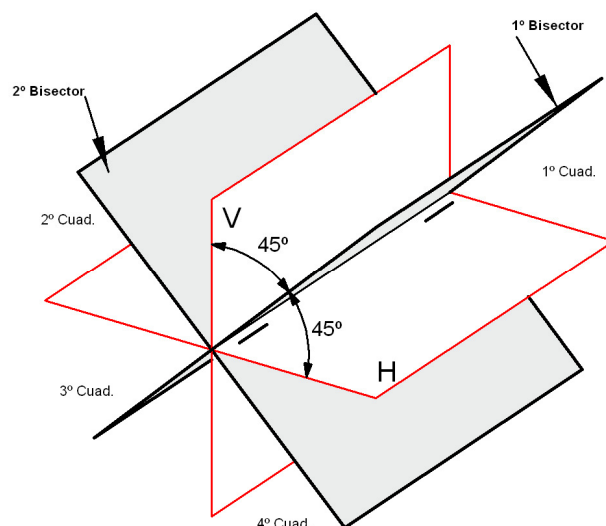
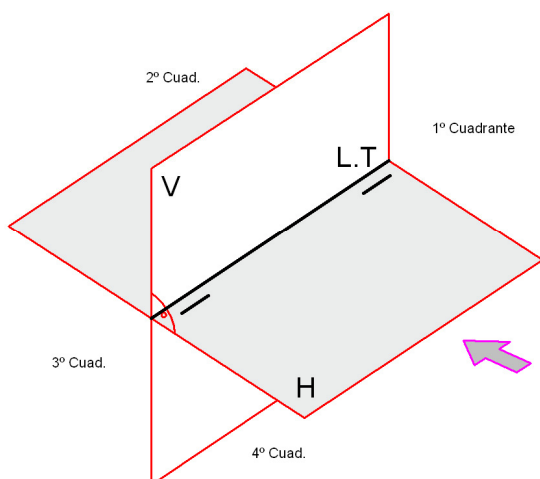
DIÉDRICO

Definición:

É un procedemento de representación baseado na proxección cilíndrica ortogonal sobre dous planos perpendiculares, denominados **horizontal** e **vertical de proxección** (simplificando, H e V), que dividen o espazo en **cuadrantes** ou diedros.

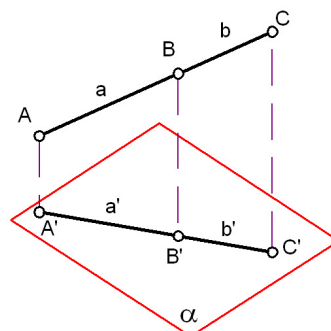
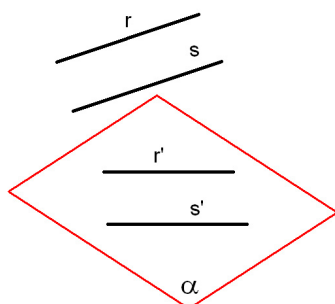
A liña de intersección dos dous planos H e V chámase liña de terra (simplificando, $L.T.$) simbolizada por dous trazos curtos situados no plano H , diante do V e nos extremos da $L.T.$

Ademais dos planos H e V , están os chamados planos bisectores que forman 45° con H e V , que conteñen a $L.T.$ pasando o 1º biselector polo 1º e 3º cuadrantes e o 2º biselector polo 2º e 4º cuadrantes.



Invariantes do sistema:

- O paralelismo.
- A aliñación e ordenación.
- A proporcionalidade entre segmentos.



Proxeccións de dúas rectas paralelas

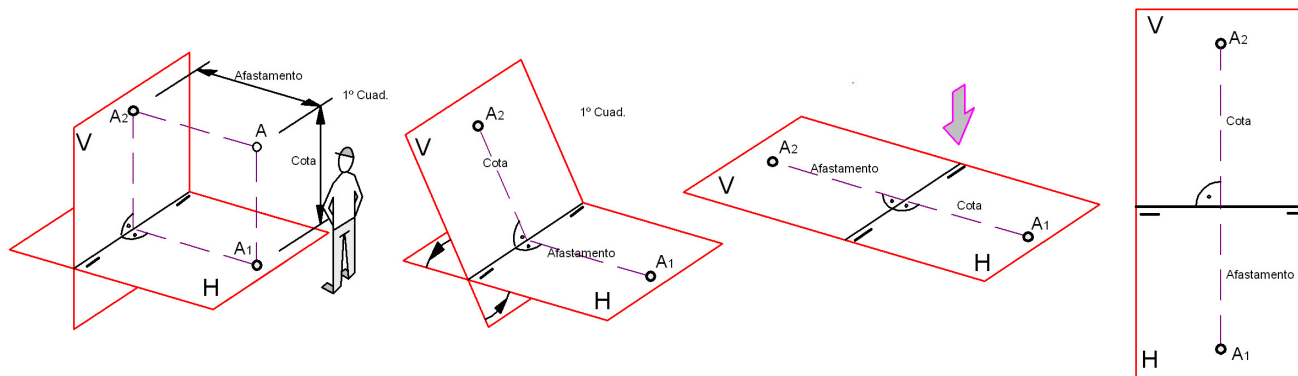
Proxeccións de tres puntos aliñados

O PUNTO

Os puntos proxéctanse **ortogonalmente** sobre os planos H e V de proxección.

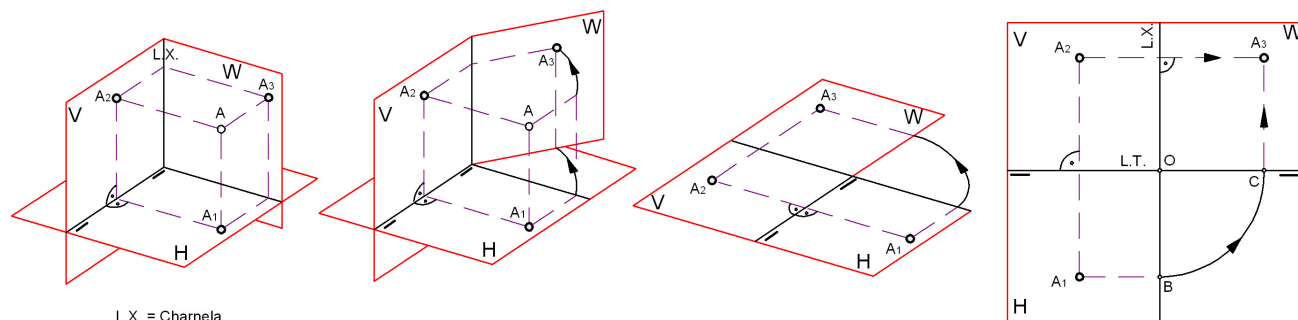
A distancia de un punto ao plano H , é a **cota** e a distancia ao plano V , é o **afastamento**.

As liñas de proxección son perpendiculares aos planos de proxección H e V polas que as situadas nos propios planos tamén son perpendiculares a $L.T.$



Plano proxección de perfil:

Cando non é suficiente coas proxeccións horizontais e verticais, precisaremos unha terceira proxección que se fará nun plano de perfil (simplificado, W), que é perpendicular aos planos H e V .



Diversas posicións do punto:

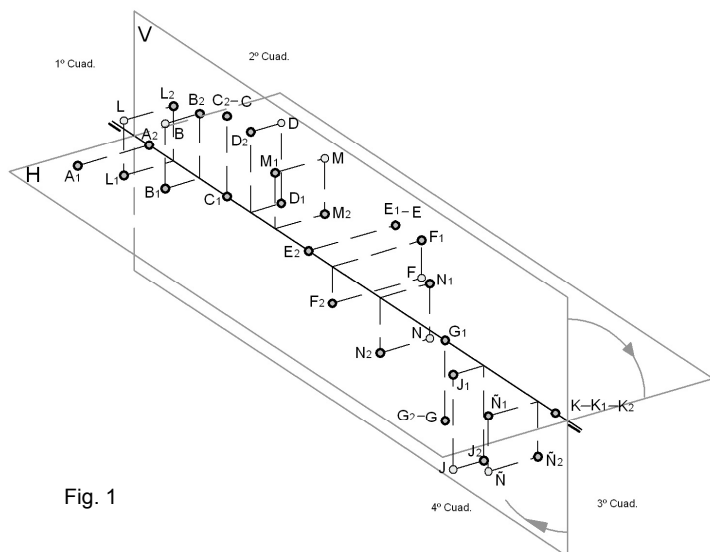


Fig. 1

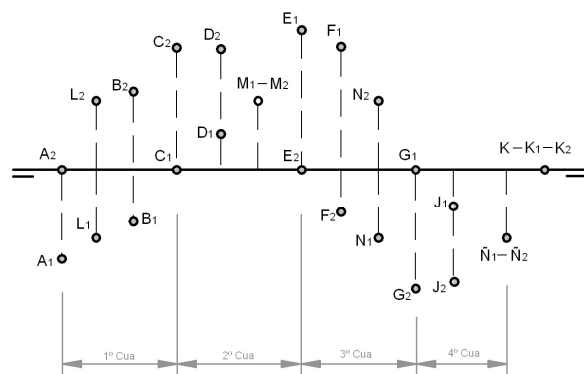


Fig. 2

Os puntos que teñen as proxeccións a un lado e a outro de $L.T.$, están no 1º ou 3º cuadrante (B e L están no 1º cuadrante pola contra, F e N están no 3º), si están por encima, localízanse no 2º (D e M), e se están por debaixo, no 4º (J e máis o $\tilde{N}$). Se unha das proxeccións está situada na $L.T.$ e a outra nun dos semiplanos (metade dos planos de proxección), H ou V , son puntos coincidentes con H ou co V (A , C , E e o G). Se todas as proxeccións estiveran en $L.T.$, o punto estaría coincidente coa liña de terra (punto K). Ver figuras 1, 2 e 3.

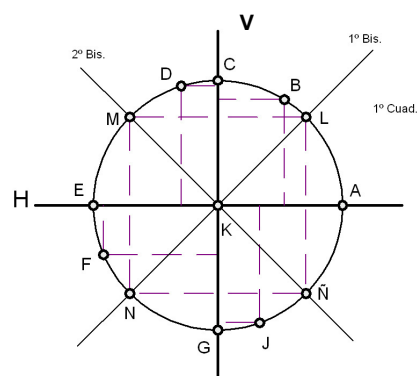


Fig. 3

Coordenadas do punto no Sistema Diédrico:

Convenio para situar os puntos. A (Perfil, Afastamento, Cota) = $A(X, Y, Z)$. Figura 4.

Exemplos: Figura 5.

A (14, 15, 20)

B (-6, 15, -10)

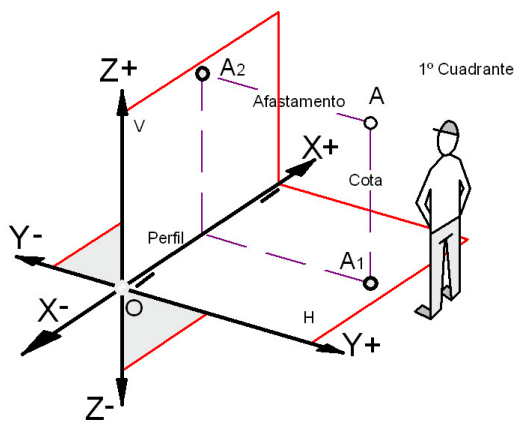


Fig. 4

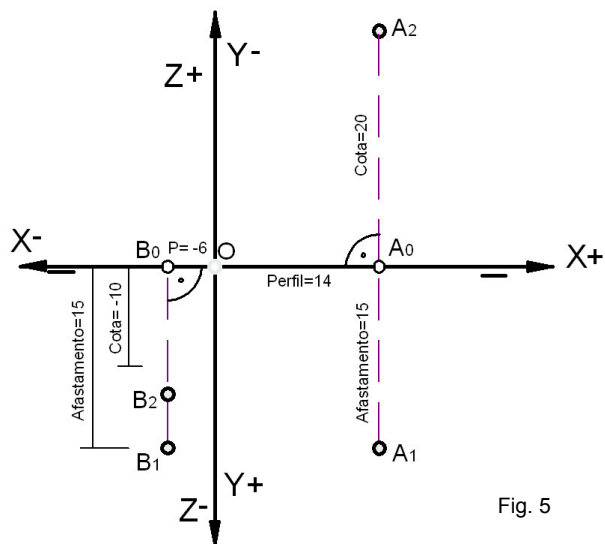
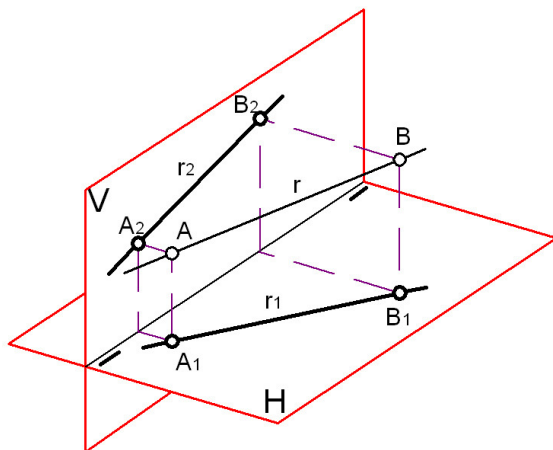


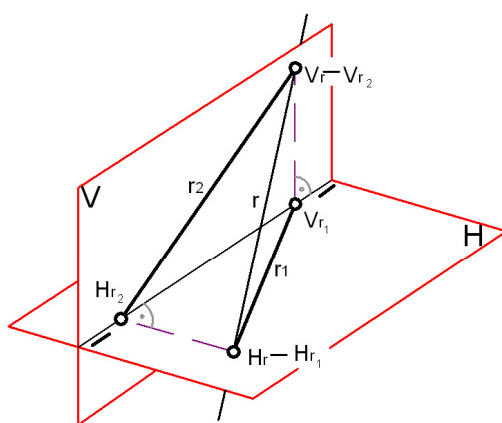
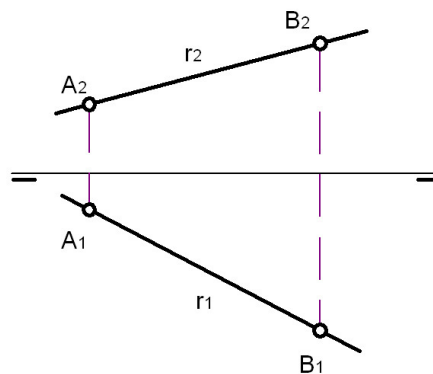
Fig. 5

A RECTA

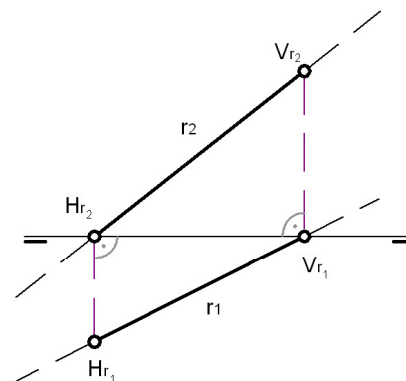
A recta queda definida por dous puntos. Un punto pertence a unha recta si as proxeccións pertencen as homónimas da recta.



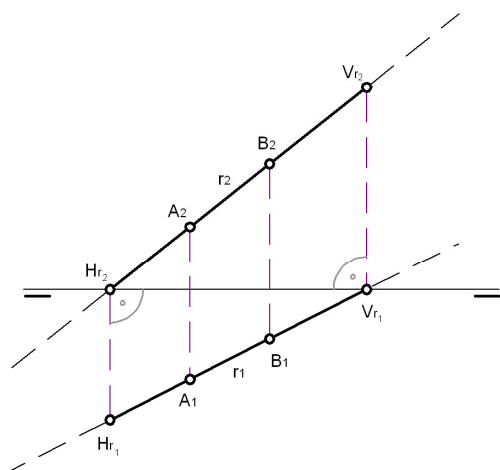
Representación dunha recta.



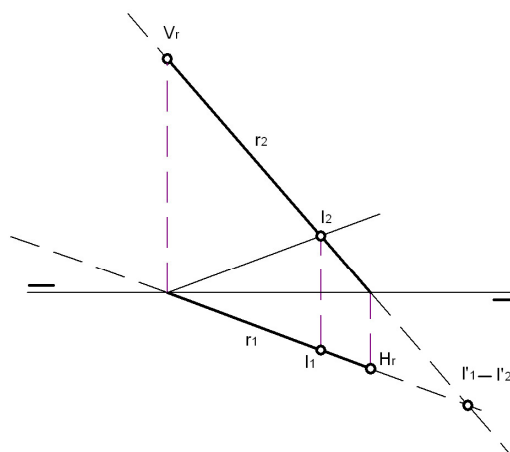
Proxeccións das trazas dunha recta.



Determinación das trazas dunha recta: Onde corten as proxeccións da recta na liña de terra, unimos coa contraria perpendicularmente a $L.T.$

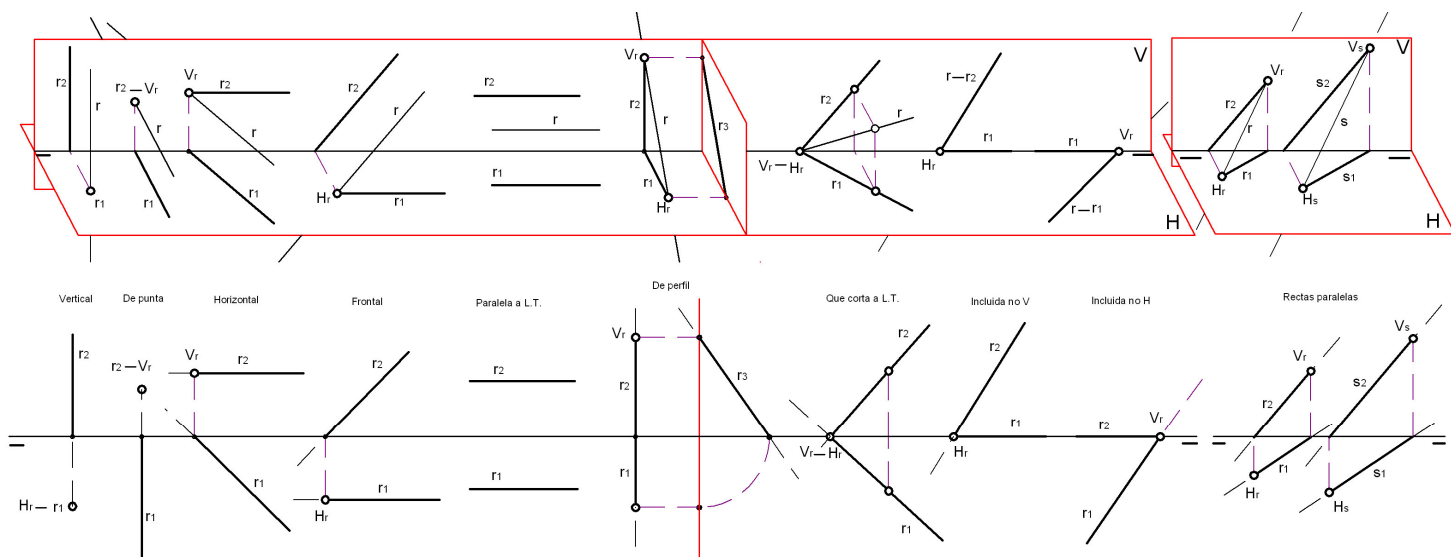


Determinación das trazas dunha recta.



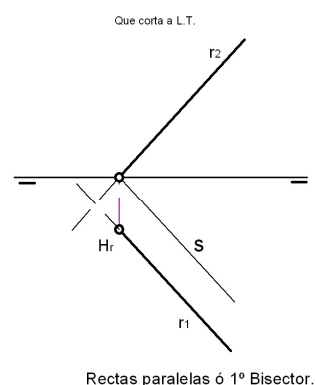
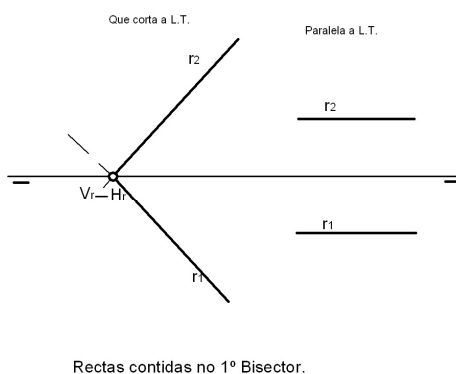
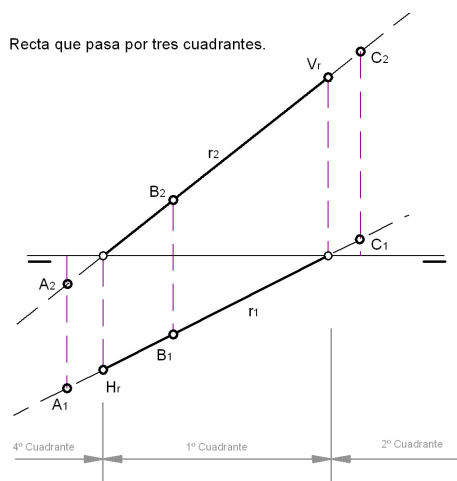
Puntos de intersección dunha recta cos bisectores.

Posicións particulares das rectas.

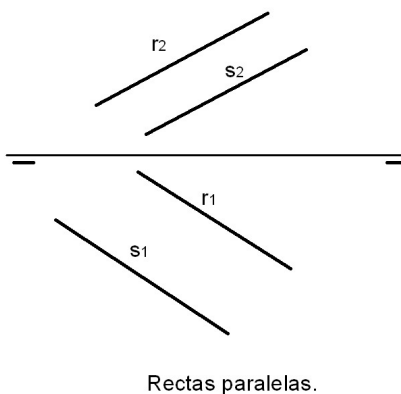
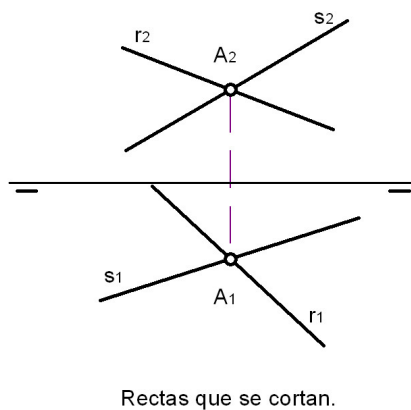


Paralelismo entre rectas: Dúas rectas son paralelas cando as proxeccións homónimas o son.

Os cuadrantes e os bisectores:

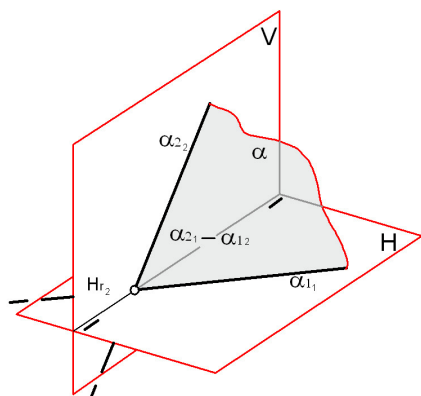


Xeitos de definir un plano: Dúas rectas córtanse cando teñen un punto en común. Dúas rectas son paralelas cando as proxeccións homónimas o son.

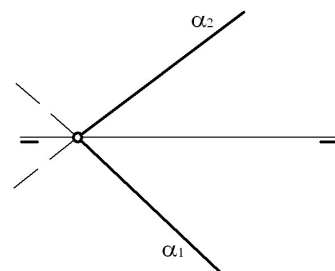
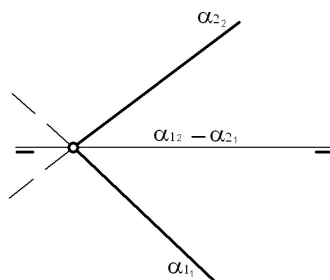


O PLANO

Un plano queda definido por dúas rectas que se cortan, en diédrico empréganse as rectas interseccións dun plano calquera (por exemplo α) cos de proxección, H e V , chamadas trazas do plano (por exemplo, α_1 e α_2).



Trazas dun plano.

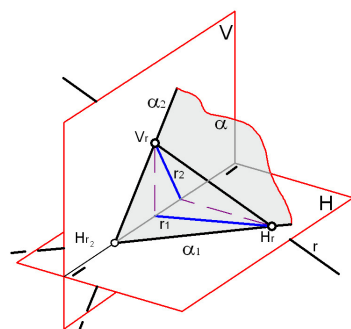


Trazas e vértice dun plano.

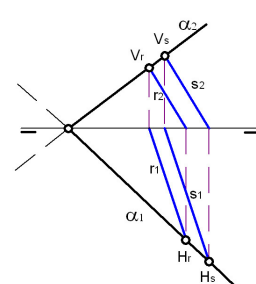
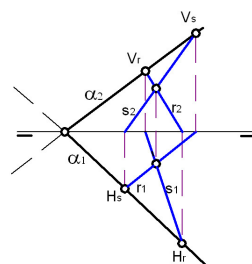
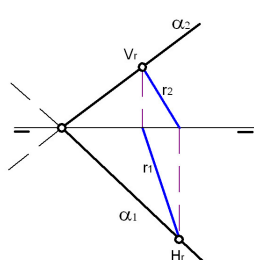
Recta contida nun plano e xeitos de definir un plano:

Unha recta pertence a un plano cando as trazas da recta están nas trazas do plano.

Para definir un plano podemos empregar dúas rectas que se cortan ou dúas paralelas.

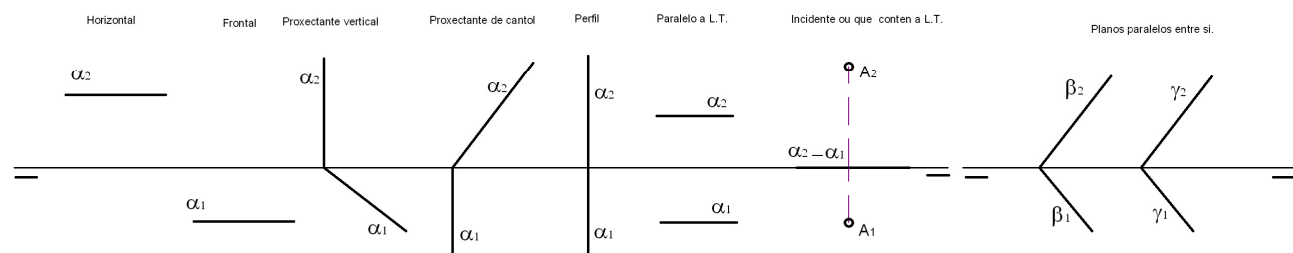
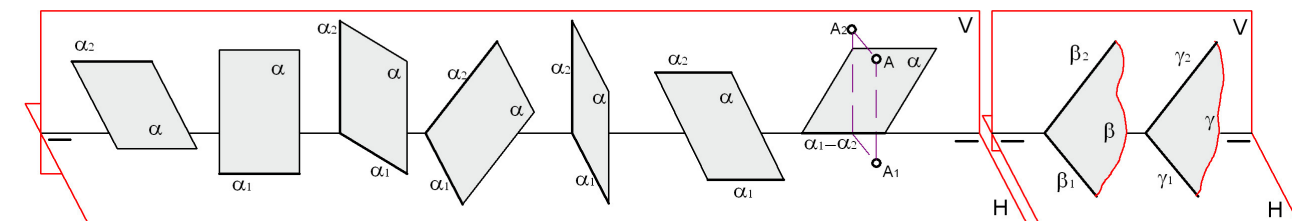


Recta contida nun plano.



Xeitos de definir un plano: Dúas rectas que se cortan e dúas paralelas.

Posicións particulares dos planos:

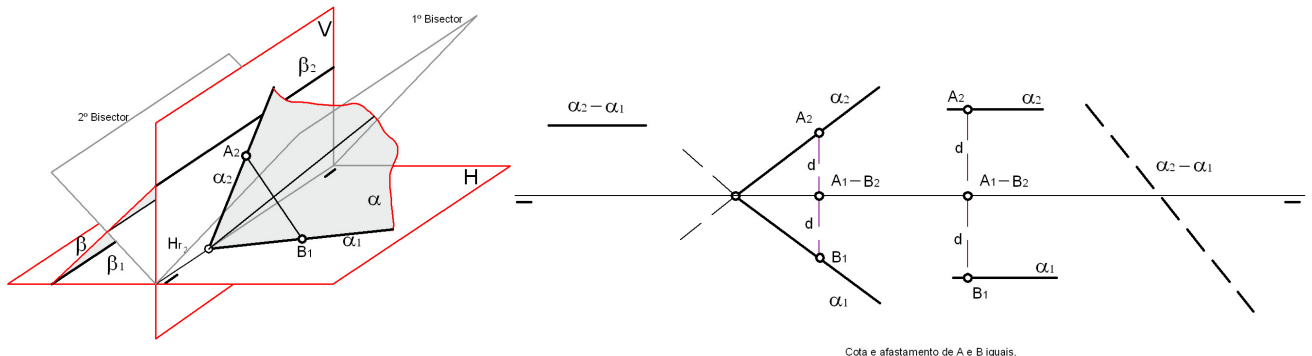


Paralelismo entre planos:

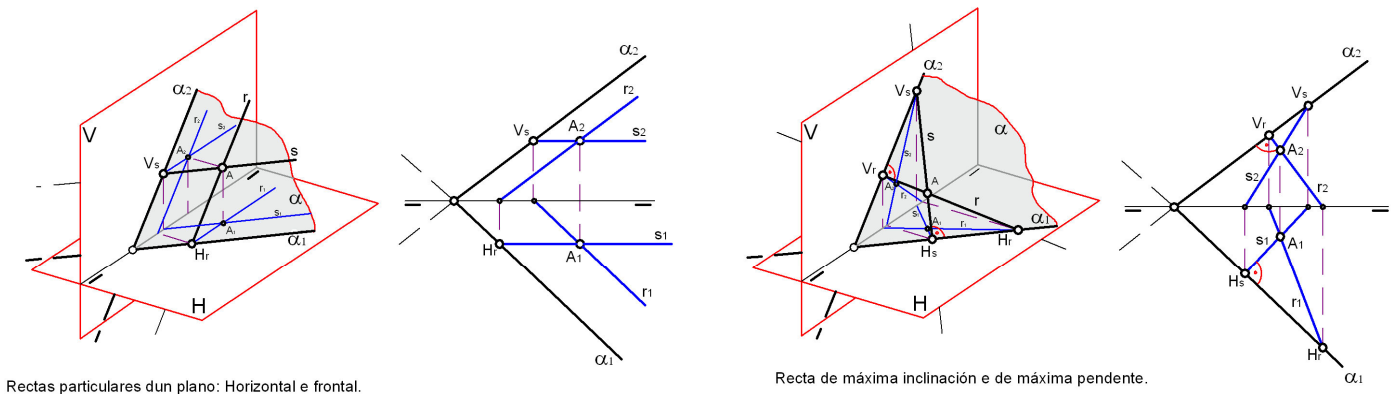
Dous planos son paralelos cando as trazas homónimas o son.

Relación dos planos cos planos bisectores:

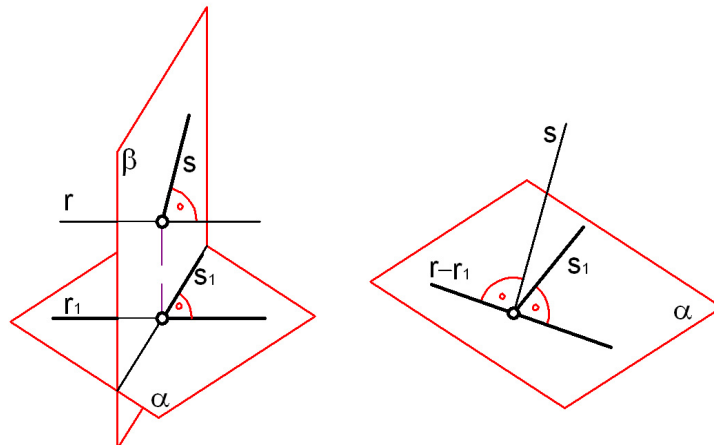
Relación cos planos bisectores



Rectas notables dun plano:



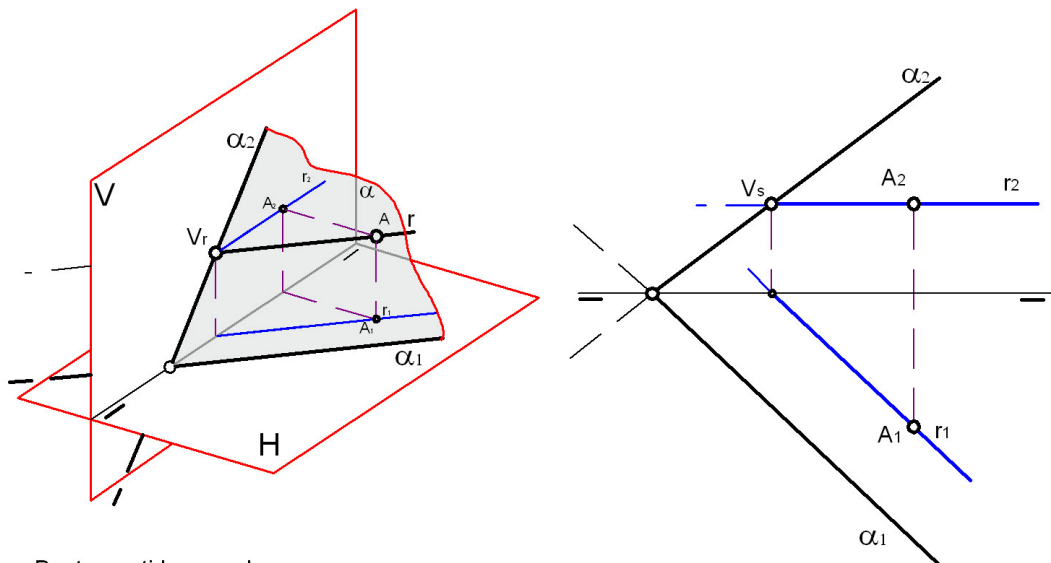
Teorema das tres perpendiculares: Se dúas restas son perpendiculares no espazo, sendo unha delas paralela ó plano de proxección, as proxeccións serán perpendiculares entre si.



Teorema das tres perpendiculares.

Condições de pertenza do punto:

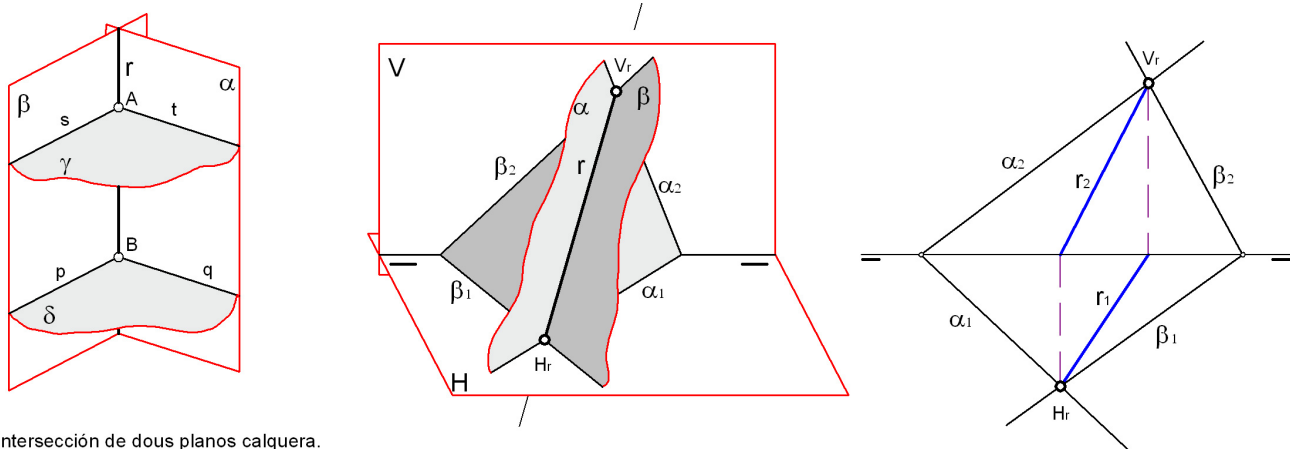
Un punto pertence a un plano cando está situado nunha recta que a súa vez, está contida nese plano. A , está en r , e como r , está en α , o punto A , está en α .



Punto contido nun plano.

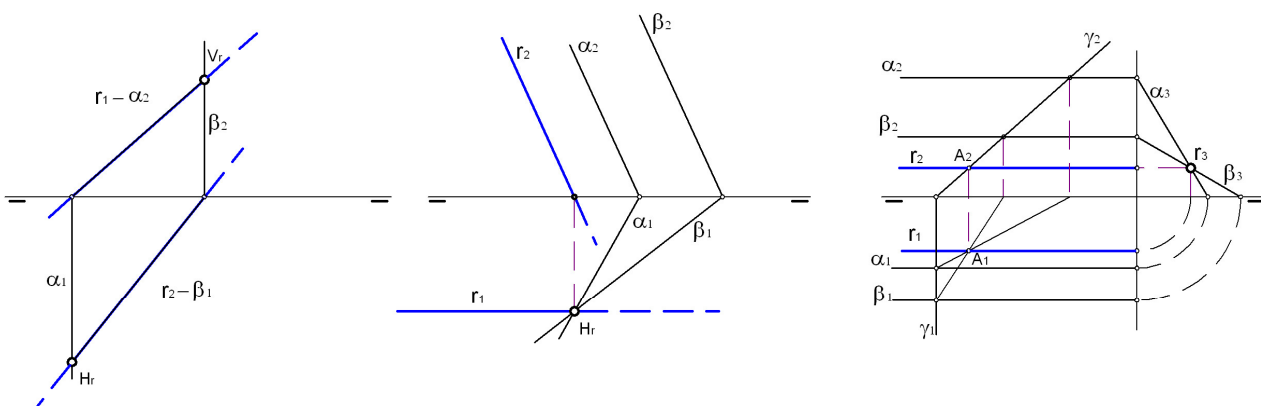
INTERSECCIÓN ENTRE DOUS PLANOS

A intersección entre dous planos é unha recta debuxada a partir dos puntos de corte das trazas homónimas. Trazas horizontais α_1 , e β_1 , entre si, e trazas verticais α_2 , e β_2 , entre si.



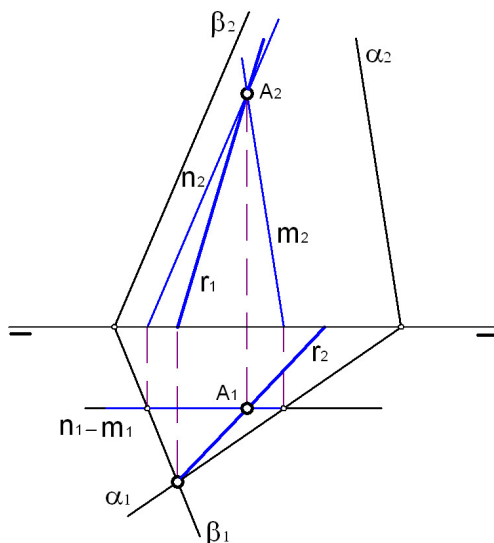
Intersección de dous planos calquera.

Casos particulares de intersección entre dous planos: Planos proxección, planos con trazas paralelas nun dos de proxección e intersección entre dous planos paralelos á liña de terra.



Casos particulares de intersección de planos.

Caso de intersección entre dous planos a os que as trazas situadas nun dos de proxección, H ou V , non se lle cortan dentro do papel.

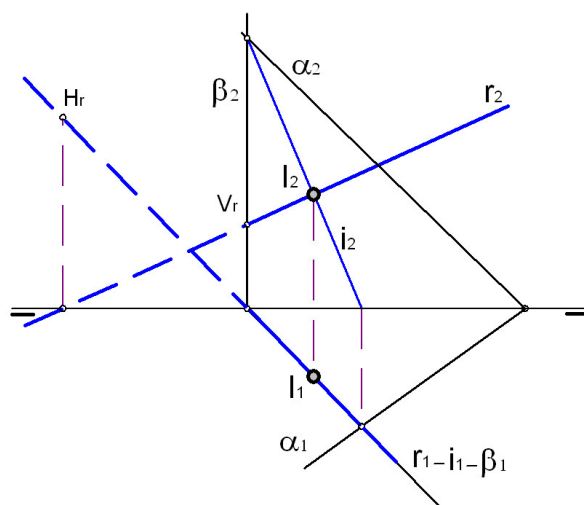
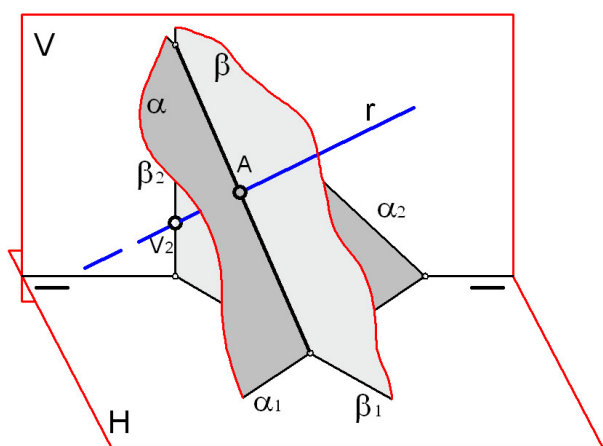


Interseccións de dous planos a os que non se lle cortan as trazas no papel.

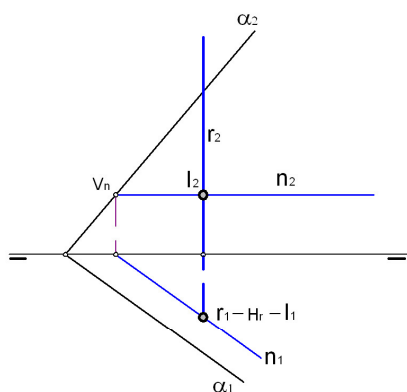
Intersección dunha recta con un plano.

Para conseguir a intersección dunha recta con un plano séguense os seguintes pasos de maneira xeral:

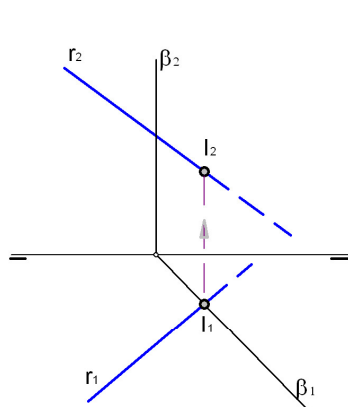
- Pasamos un plano auxiliar pola recta. (Mellor un proxectante).
- Determinábase a intersección entre os dous planos, o dado e o auxiliar.
- Onde nos corte a recta intersección coa recta dada, temos o **punto de corte da recta co plano.**



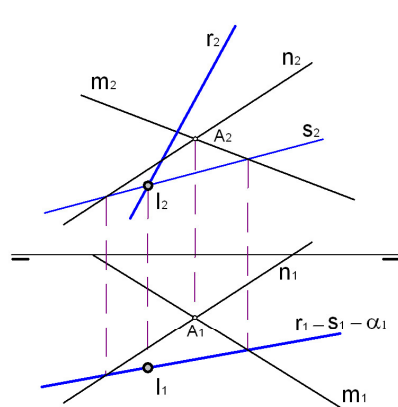
Casos particulares de intersección de recta con un plano:



Casos particulares: Recta de vertical con plano calquera.



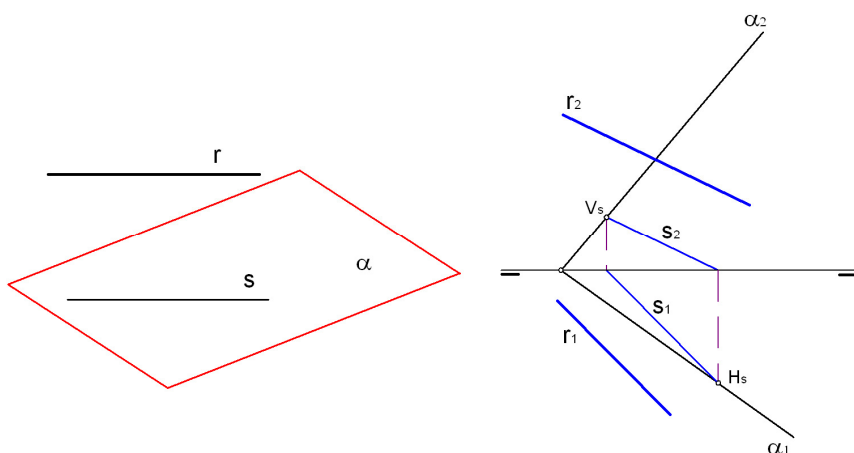
Recta calquera con plano proxeitante horizontal.



Recta calquera con plano definido por dúas rectas.

Paralelismo entre recta e plano.

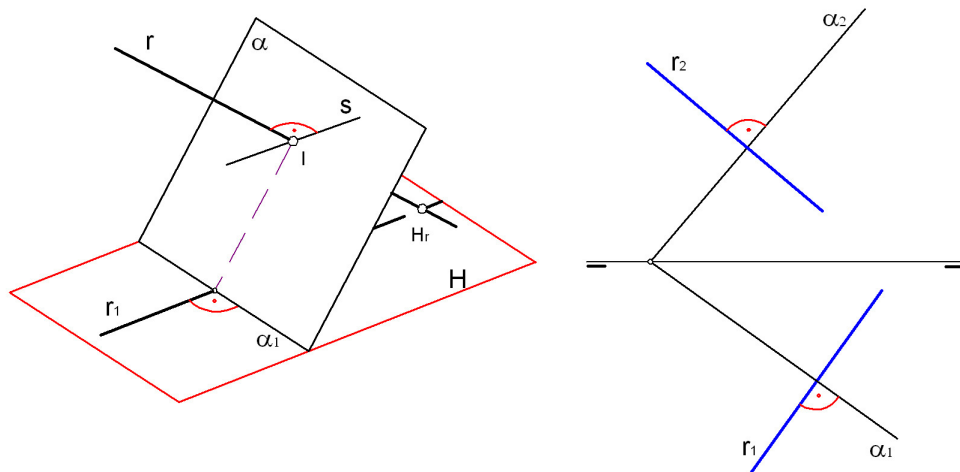
Unha recta é paralela a un plano α , cando é paralelo alomenos a unha recta de dito plano s .



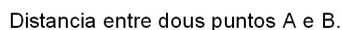
Perpendicularidade entre recta e plano.

A perpendicularidade non é unha invariante no sistema diédrico, pero danse condicións para verificala nun caso importante.

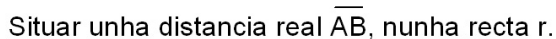
Unha recta r , é perpendicular a un plano α , cando as proxeccións da recta son perpendiculares as trazas homónimas do plano e viceversa.



É preciso abater un punto sobre un dos planos de proxección para conseguir a distancia real.

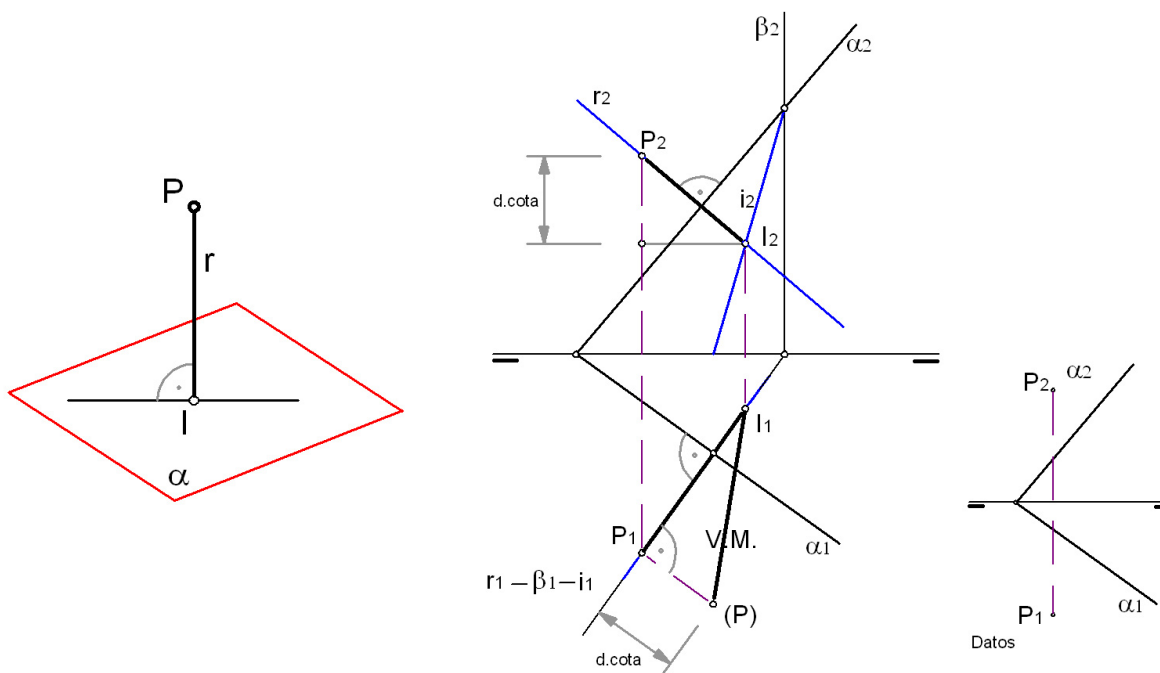


1. Eliximos dous puntos $\overline{AQ}$ calquera na recta r , e abatemos sobre o horizontal.
2. Sobre o segmento abatido $\overline{(A)(Q)}$ levamos a medida real desexada (neste caso 15 mm.) desde o punto A ou Q .
3. Polo extremo (B) tiramos unha perpendicular a r_l conseguindo a proxección A_1 , achamos A_2 , e xa temos os segmentos en proxección, correspondentes a medida buscada $\overline{AB}$.

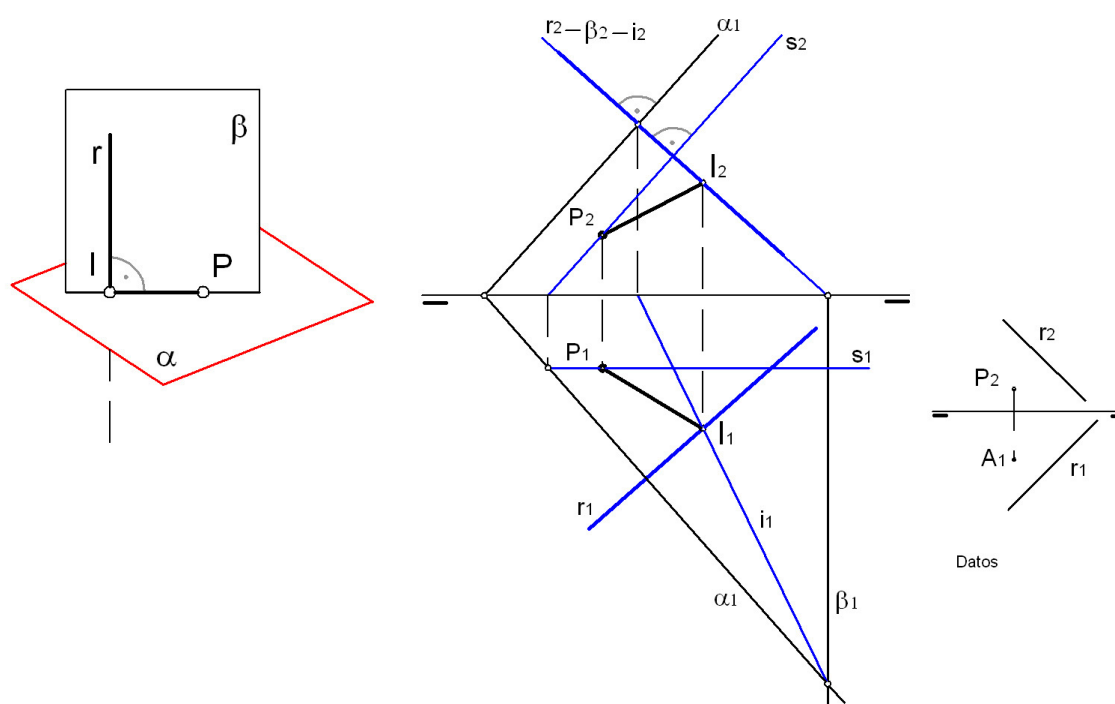


Distancia entre punto e plano.

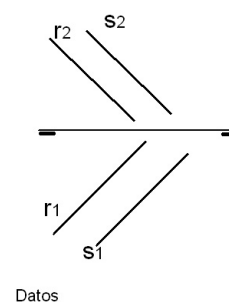
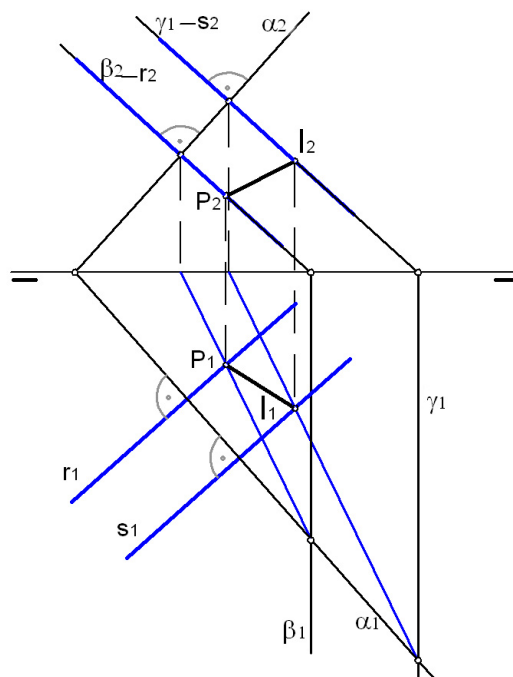
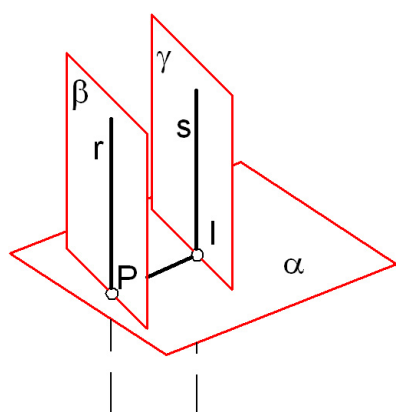
4. Pasamos unha recta r , $\perp$ (perpendicular) ó plano dado α , polo punto A .
5. Debuxamos un plano β , que conteña a recta r .
6. Buscamos a intersección dos dous planos α e β .
7. Onde nos corte a recta intersección i con r , temos o punto de intersección buscado I .
8. A distancia real conseguímla polo procedemento explicado no apartado anterior.



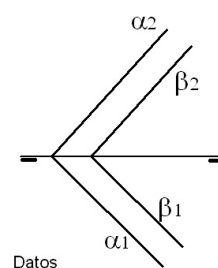
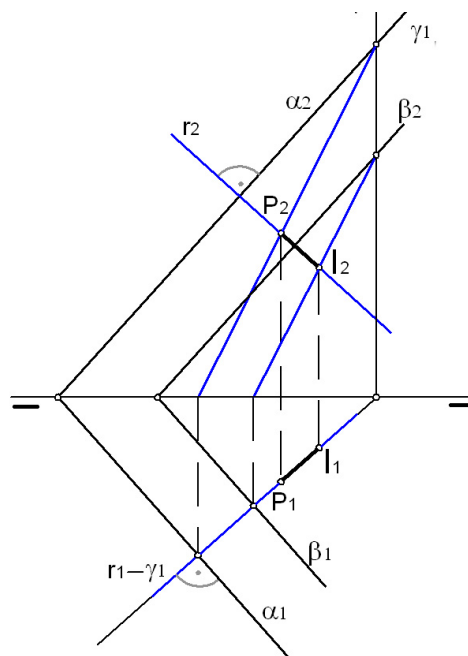
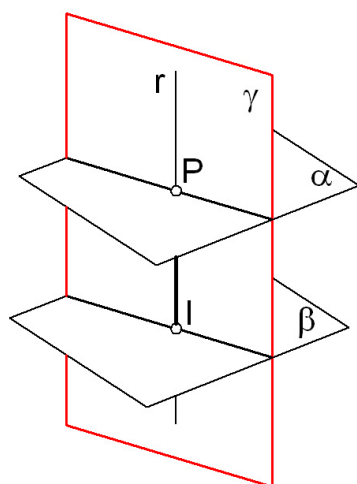
Distancia dun punto a unha recta.



Distancia entre dúas rectas paralelas.



Distancia entre dous planos paralelos.



Mínima distancia e perpendicular común entre dúas rectas que se cruzan.

