1. La lógica

Con el lenguaje nos expresamos, nos comunicamos, transmitimos emociones y conocimientos, bromeamos, nos divertimos y aprendemos. Todo esto es posible gracias a la plasticidad y versatilidad de los lenguajes naturales. No obstante, esto supone como contrapartida una cierta imprecisión y ambigüedad. Por ello, desde la Antigüedad algunos filósofos y matemáticos han compartido el deseo de conseguir un lenguaje ideal desprovisto de las imprecisiones de los naturales. Este será el motivo que dará lugar en el siglo XIX el surgimiento del lenguaje lógico formal de la mano de Gottlob Frege. En este sentido podemos definir la lógica como la disciplina filosófica encargada de estudiar los principios de demostración y de inferencia válida. Se suele situar el inicio de esta ciencia en la Grecia Antigua, de la mano de Aristóteles.

A pesar de que cuando hablamos de lógica es común considerar la **lógica formal**, también existe una **lógica informal** orientada al análisis de la argumentación y la persuasión, más que a conseguir la clarificación y formalización del lenguaje. Esta se caracteriza por introducir las herramientas de análisis lógico en el lenguaje natural, en especial en los ámbitos social y político. En este tema nos introduciremos brevemente en la lógica formal para, posteriormente, tratar algunos aspectos de la lógica informal.

Formas de razonamiento

Pero antes de comenzar conviene dedicar algunas palabras al razonamiento y sus formas. Un razonamiento consiste en la derivación de una conclusión a partir de una serie de informaciones conocidas previamente (empírica o lógicamente) llamadas premisas. El procedimiento lógico que permite pasar de las premisas a la conclusión se denomina inferencia. La inferencia puede ser:

- **Inductiva**: cuando llegamos a una conclusión general a partir del estudio de fenómenos particulares. La conclusión no se sigue necesariamente de las premisas.

- **Deductiva**: cuando únicamente se tiene en cuenta la corrección formal del razonamiento. Parte de una premisa general para llegar a una conclusión particular. La conclusión se sigue necesariamente de las premisas.

2. La lógica formal

Argumentos y validez lógica

Un argumento es una estructura compleja formada por premisas y una conclusión. Los argumentos no son verdaderos ni falsos (esto lo son las premisas y las conclusiones), sino válidos o inválidos. **Un argumento es válido cuando las premisas implican lógicamente a la conclusión**. Es decir, es imposible que se den esas premisas sin que se pueda deducir de ellas esa misma conclusión. Así, un argumento es válido si y sólo si:

- Es imposible que siendo las premisas verdaderas la conclusión sea falsa.
- Siempre (en todos los casos en los) que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

La validez o no validez de un argumento depende de su estructura lógica, y no de la verdad o falsedad de las premisas; por esto, nos podemos encontrar con argumentos lógicamente válidos pero con una conclusión falsa. Un ejemplo de argumento válido:

P1) Todo hecho tiene una causa
P2) El universo tiene un comienzo
P3) Todos los comienzos conllevan un hecho
C1) Luego, el universo tiene una causa

Lógica de enunciados

La lógica de enunciados parte del lenguaje natural sin entrar a fondo en las distinciones cuantitativas y gramaticales del sujeto y el predicado, sino que traduce una proposición simple (como "Algunos españoles son aficionados al waterpolo") en una variable (como "p", "q", "r"…). Cuando traducimos del lenguaje cotidiano natural al lenguaje formal de la lógica (fórmulas lógicas) decimos que **formalizamos**. Las **variables proposicionales** son, pues, signos que representan enunciados completos y significativos, es decir, proposiciones.

Para poder formalizar el lenguaje natural en lenguaje lógico-formal recurrimos a un conjunto de conectores que nos sirven para formar proposiciones lógica compuestas. Estos conectores son:

- **Negador**: se representa con el signo ¬ . Es la traducción de la negación del lenguaje natural. Si adjuntamos este símbolo a una variable como p es resultado es ¬p, que se lee como "no p" o "es falso que p". Si la proposición es verdadera su negación es falsa y, al contrario, si el enunciado es falso, su negación es verdadera.

- **Conjuntor**: se representa con el signo ∧ . El conjuntor representa la cópula “y”. Requiere de dos enunciados. Por ejemplo: “Gloria es alta y Raquel es morena” se formalizaría como $p \wedge q$. Para que la conjunción sea verdadera ambas proposiciones deben ser verdaderas.

- **Disyuntor**: se representa con el signo ∨ . La disyunción remite a la partícula “o”. También requiere de dos enunciados. Por ejemplo: “El coche es nuevo o el coche está muy bien cuidado” se formaliza como $p \vee q$. La disyunción será verdadera si al menos una de las proposiciones es verdadera o, dicho de otro modo, solamente es falsa si ambos enunciados son falsos.

- **Implicador o condicional**: se representa con el signo → . El implicador o condicional se interpreta como “si…entonces…”. Se utiliza con dos proposiciones (“$p \rightarrow q$”) y se lee como “p implica q” o “si p, entonces q”. La proposición que precede al signo es el antecedente, y la otra el consecuente. Una implicación es verdadera si y sólo si el antecedente no es verdadero y el consecuente falso. Es verdadero en el resto de casos.

- **Coimplicador o bicondicional**: se representa con el signo ↔ . El coimplicador o bicondicional significa “si y sólo si…, entonces…”. Por ejemplo: “Esta alumna será seleccionada si y solo si tiene un nivel avanzado de portugués” se formaliza como $p \leftrightarrow q$. El coimplicador es verdadero cuando los dos enunciados tienen el mismo valor de verdad; es decir, si los dos son verdaderos o si los dos son falsos. Este conector es lógicamente equivalente a: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

- **Paréntesis**: al igual que en el álgebra, los paréntesis sirven aquí como signos auxiliares para establecer prioridades.

Ejercicio: Formalice ordenadamente las siguientes proposiciones.

“Hoy es domingo”; “Hoy no es domingo”; “Hoy es domingo y mañana será martes”; “Juan estudió Filosofía o Matemáticas”; “O María es prima de Pablo y Juan es primo de Elena, o bien Marta es la novia de Pablo y María es prima de Pablo”; “Siempre que vas a la playa, vuelves muy morena”; “Mi corazón se alegra si cantas”; “Mi corazón se alegra si y sólo si cantas”; “Si martes llueve y el miércoles hace sol, entonces no me compro el libro”; “O viene o me enfado. No vienes. Pues me enfado”; “Llueve y hace sol. Si llueve y hace sol, entonces se ve el arco iris. Se ve el arco iris”; “Si María fuera novia de Irene, no hubiera quedado para cenar con Sonia. María ha quedado con Sonia. Luego no es novia de Irene”; “Si hay corrupción y el paro aumenta, hay descontento social. Si hay descontento, la gente no participa en las elecciones. Por tanto, la corrupción y el aumento del paro provocan la abstención en las elecciones”; “Si Carlos ayuda a César a estudiar, no podrá ir a entrenar esta tarde. Si Carlos no ayuda a César, este se enfadará con él. Por tanto, si va a entrenar esta tarde, César se enfadará con él”; “Los impuestos son bajos o los salarios son muy ajustados. La gente no consume. Si los impuestos son bajos, la gente consume. Si los salarios son muy ajustados, la gente ahorra. Por tanto, la gente ahorra”.

Tablas de verdad

Las **tablas de verdad** (desarrolladas entre otros por Wittgenstein) nos permiten expresar todos los distintos posibles valores de verdad o falsedad de las proposiciones lógicas en función de los conectores. Lo primero que hay que calcular es el número de filas que necesitaremos, lo cual depende del número de variables de la fórmula. Si hay n variables, tendremos 2n filas (si hay 2 variables, cuatro filas; si hay tres, ocho…). Siendo la Verdad representada con el 1 y la Falsedad con el 0 veamos las tablas de verdad de los conectores mencionados:

NEGADOR

¬	p
0	1
1	0

CONJUNTOR

p	∧	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

DISYUNTOR

p	∨	q
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

IMPLICADOR O CONDICIONAL

p	→	q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

COIMPLICADOR O BICONDICIONAL

p	↔	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	0

Cuando todos los posibles los posibles valores de verdad de una fórmula son 1, es decir, que esta es verdadera en cualquier caso, decimos que esa fórmula es una **tautología**. Por la contra, cuando es falsa en todos los casos, estamos ante una **contradicción**. Si nos encontramos con una fórmula que puede ser verdadera o falsa (lo cual depende de lo que afirmen las variables), entonces decimos que es **contingente**.

Más allá de estas tablas de verdad, la lógica formal se basa en procesos deductivos que nos permiten llegar a ciertas conclusiones a partir de premisas. Para realizar estas deducciones o inferencias, tenemos que respetar unas leyes lógicas fundamentales y aplicar unas reglas básicas de inferencia. Estas reglas servirán para mostrar la validez lógica de nuestros argumentos, mas no su correspondencia con la verdad empírica del mundo. Las **reglas básicas de la lógica**, que son tautologías (verdaderas siempre), son las siguientes:

LEY DE IDENTIDAD	**LEY DE NO CONTRADICCIÓN**	**LEY DE TERCIO EXCLUSO**
“Cualquier enunciado o individuo es idéntico consigo mismo” $p = p$ $p \rightarrow p$ $p \leftrightarrow p$	“No se puede afirmar y negar al mismo tiempo un mismo enunciado” $\neg (p \wedge \neg p)$	“Un enunciado puede ser verdadero o falso, pero no hay una tercera posibilidad”[2] $p \vee \neg p$

3. Deducción natural en lógica de enunciados

Reglas básicas:

INTRODUCCIÓN DEL NEGADOR

I¬

$$\frac{\left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ B \wedge \neg B \end{array}\right.}{\neg A}$$

ELIMINACIÓN DEL NEGADOR

E¬

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

INTRODUCCIÓN DEL CONJUNTOR

I∧

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{A \wedge B}$$

ELIMINACIÓN DEL CONJUNTOR

E∧

a) $\frac{A \wedge B}{A}$ b) $\frac{A \wedge B}{B}$

INTRODUCCIÓN DEL DISYUNTOR

I∨

a) $\frac{A}{A \vee B}$ b) $\frac{B}{A \vee B}$

ELIMINACIÓN DEL DISYUNTOR

E∨

$$\frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ C \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} B \\ \vdots \\ C \end{array}\right. \end{array}}{C}$$

INTRODUCCIÓN DEL CONDICIONAL

I→

$$\frac{\left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ B \end{array}\right.}{A \rightarrow B}$$

ELIMINACIÓN DEL CONDICIONAL

E→

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Reglas derivadas:

SILOGISMO DISYUNTIVO

$$\text{a)}\ \begin{array}{c} A \lor B \\ \neg A \\ \hline B \end{array} \qquad \text{b)}\ \begin{array}{c} A \lor B \\ \neg B \\ \hline A \end{array}$$

MODUS TOLLENS

$$\begin{array}{c} A \to B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

TRANSITIVIDAD DEL CONDICIONAL

$$\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \\ \hline A \to C \end{array}$$

PRIMERA LEY DE MORGAN

$$\begin{array}{c} \neg (A \land B) \\ \hline \neg A \lor \neg B \end{array}$$

SEGUNDA LEY DE MORGAN

$$\begin{array}{c} \neg (A \lor B) \\ \hline \neg A \land \neg B \end{array}$$