

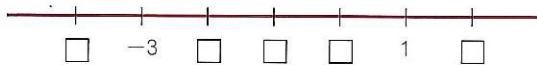
Actividades

NÚMEROS ENTEROS

46. ● Expresa con un número entero.

- a) Luis ganó 6000 € en la lotería.
- b) El termómetro marcó 7 °C bajo cero.
- c) Marta vive en el cuarto piso.
- d) La tienda está en el segundo sótano.

47. ● Copia y completa esta recta numérica:



48. ● Representa estos números enteros en una recta numérica: -5, 7, -9, 0, -3 y 2.

49. ● ¿Cuántos números enteros hay entre -4 y 4?

50. ● Copia y completa con el signo < o >.

- a) -9 □ -12
- b) 3 □ -2
- c) -1 □ -4
- d) -7 □ -5

51. ● Halla el número anterior y posterior.

- a) □ < 4 < □
- b) □ < 12 < □
- c) □ < -4 < □
- d) □ < -8 < □

52. ● Determina un número entero que esté comprendido entre los números que se indican.

- a) -3 < □ < 0
- b) -8 < □ < -5
- c) 7 < □ < 10
- d) -4 < □ < -2

53. ● Escribe dos números enteros.

- a) Menores que +3 y mayores que -1.
- b) Menores que -3.
- c) Mayores que -6.
- d) Mayores que -2 y menores que +1.

54. ● Ordena, de menor a mayor, los siguientes números: -4, 6, -7, 11, -9, -6, 0, 2 y -1.

55. ● El opuesto de un número es -5.
¿Cuál es el número?

56. ● El opuesto del opuesto de un número es +3.
¿Cuál es ese número?

57. ● ¿Qué valores puede tomar a en cada caso?

- a) $|a| = 6$
- b) $|a| = 17$

58. ● ¿Cómo es el valor absoluto de un número cualquiera y de su opuesto?

59. ● ¿Puede ser $|x| = -1$? Razónalo.

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

60. ● Calcula las siguientes sumas y restas.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $(+12) + (+25)$ | e) $(+19) - (+5)$ |
| b) $(-9) + (+13)$ | f) $(-21) - (+33)$ |
| c) $(-3) + (-11)$ | g) $(-7) - (-11)$ |
| d) $(+17) + (-8)$ | h) $(+22) - (-15)$ |

61. ● Copia y completa esta tabla:

a	b	$a - b$	$b - a$	$a + b$	$b + a$
-7	+9				
-12	-5				
+11	-18				
+23	+17				

Fíjate en las dos últimas columnas.
¿Qué observas?

62. ● Realiza las siguientes sumas.

- a) $(+10) + (-5) + (+7) + (-9)$
- b) $(-29) + (-12) + (-9) + (+17)$
- c) $(-20) + (+33) + (+21) + (-23)$
- d) $(-23) + (-41) + (-16) + (+50)$

63. ● Calcula estas restas.

- a) $(+11) - (+32) - (+21) - (+9)$
- b) $(-30) - (-55) - (+29) - (-17)$
- c) $(-43) - (+22) - (+14) - (-7)$
- d) $(+29) - (-12) - (-31) - (+54)$

64. ● Realiza estas sumas y restas combinadas.

- a) $(-21) + (-12) - (+9)$
- b) $(+17) - (+23) + (+34)$
- c) $(-32) + (-19) - (-11)$
- d) $(-54) - (+22) + (-10)$

65. ● Calcula.

- a) $8 - 7 + 4 - 3 - 2$
- b) $-7 - 5 + 3 - 9 - 1 + 11$
- c) $-4 - 2 + 5 - 1 - 4 + 1$
- d) $6 - 3 + 3 - 10 - 4 + 13$
- e) $-9 - 14 + 4 - 56 - 16 + 1$
- f) $9 + 14 - 6 - 93 + 19$

POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

79. ● Escribe en forma de potencia, e indica la base y el exponente.

- a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
- b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
- c) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

80. ● Escribe en forma de potencia y en forma de producto.

- a) Base 11 y exponente 4.
- b) Base -2 y exponente 3.

81. ●● Calcula las siguientes potencias.

- a) 4^5
- c) 14^2
- e) 7^3
- g) 5^4
- b) $(-2)^6$
- d) $(-4)^4$
- f) $(-9)^2$
- h) $(-6)^4$

82. ●● Copia y completa.

- a) $(-2)^{\square} = 4$
- c) $(-2)^{\square} = -8$
- b) $(-3)^{\square} = 9$
- d) $(-3)^{\square} = -27$

83. ● Calcula las siguientes potencias.

- a) 5^0
- b) 23^1
- c) $(-3)^0$
- d) $(-57)^1$

84. ● Expresa como una sola potencia.

- a) $5^3 \cdot 5^4$
- c) $(-3)^5 \cdot (-3)^3$
- b) $11^6 \cdot 11^4$
- d) $(-8)^4 \cdot (-8)$

85. ● Expresa como una sola potencia.

- a) $4^3 \cdot 4^3 \cdot 4$
- c) $(-2)^6 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)$
- b) $9^5 \cdot 9^2 \cdot 9^4$
- d) $(-7)^3 \cdot (-7) \cdot (-7)^6$

86. ●● Copia y completa.

- a) $5^4 \cdot 5^{\square} \cdot 5^2 = 5^9$
- b) $13 \cdot 13^3 \cdot 13^{\square} = 13^5$
- c) $(-11)^{\square} \cdot (-11)^4 \cdot (-11) = (-11)^7$
- d) $(-21)^8 \cdot (-21)^3 \cdot (-21)^{\square} = (-21)^{11}$

87. ● Expresa como una sola potencia.

- a) $7^5 : 7^3$
- c) $(-9)^6 : (-9)^3$
- b) $12^8 : 12^5$
- d) $(-6)^7 : (-6)$

88. ●● Expresa como una sola potencia.

- a) $(2^8 : 2^3) \cdot 2^3$
- b) $3^5 : (3^7 : 3^4)$
- c) $[((-4)^6 : (-4))] : (-4)^2$
- d) $(-5)^3 : [(-5)^4 : (-5)]$

89. ● Expresa como una sola potencia.

- a) $(5^4)^3$
- c) $[(-3)^4]^3$
- b) $(7^5)^2$
- d) $[(-9)^3]^3$

90. ●● Copia y completa.

- a) $(3^6)^{\square} = 3^{18}$
- c) $[(-2)^{\square}]^4 = (-2)^8$
- b) $(8^5)^{\square} = 8^{20}$
- d) $[(-7)^3]^{\square} = (-7)^9$

91. ●● Expresa como una sola potencia.

- a) $(2^5)^2 \cdot (2^2)^4$
- b) $(10^3)^3 \cdot (10^2)^4$
- c) $[(-3)^5]^3 \cdot [(-3)^4]^3$
- d) $[(-10)^2]^2 \cdot [(-10)^3]^3$

92. ●● Expresa como una sola potencia.

- a) $(6^2)^5 : (6^3)^3$
- b) $(23^7)^2 : (23^3)^4$
- c) $[(-14)^9]^2 : [(-14)^3]^5$
- d) $[(-2)^8]^3 : (-2)^4$

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN PRODUCTOS DE POTENCIAS CUANDO LAS BASES TIENEN FACTORES PRIMOS COMUNES?

93. Simplifica estos productos de potencias.

- a) $8^4 \cdot 16^2$
- b) $3^4 \cdot 9^2$
- c) $(-3)^4 \cdot 18^2$

PRIMERO. Se descomponen las bases de las potencias en producto de factores primos.

- a) $8 = 2^3$
- b) $3 = 3$
- c) $-3 = -1 \cdot 3$
- 16 = 2^4
- 9 = 3^2
- 18 = $2 \cdot 3^2$

SEGUNDO. Se sustituyen las bases por su descomposición en factores y se opera.

$$\begin{aligned} a) 8^4 \cdot 16^2 &= (2^3)^4 \cdot (2^4)^2 = 2^{12} \cdot 2^8 = 2^{20} \\ b) 3^4 \cdot 9^2 &= 3^4 \cdot (3^2)^2 = 3^4 \cdot 3^4 = 3^8 \\ c) (-3)^4 \cdot 18^2 &= (-1 \cdot 3)^4 \cdot (2 \cdot 3^2)^2 = \\ &= (-1)^4 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 3^4 = \\ &= 1 \cdot 2^2 \cdot 3^8 = 2^2 \cdot 3^8 \end{aligned}$$

94. ●●● Simplifica estos productos de potencias.

- a) $5^4 \cdot 25^3$
- c) $(-12)^3 \cdot 18^5$
- b) $8^4 \cdot 16^2$
- f) $(-63)^5 \cdot 21^2$
- c) $6^3 \cdot 12^5$
- g) $32^2 \cdot (-24)^3$
- d) $4^7 \cdot 32$
- h) $-72^3 \cdot (-4)^7$

95. ●●● Escribe como potencia de una potencia.

- a) 7^9
- c) $(-12)^6$
- b) 6^8
- d) $(-8)^{12}$

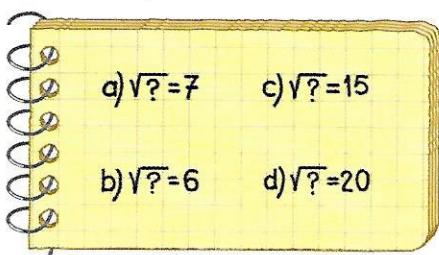
96. ●●● Copia y completa.

- a) $(\square)^4 = 256$
- c) $(\square)^3 = -27$
- b) $(\square)^5 = 243$
- d) $(\square)^7 = -128$

RAÍZ CUADRADA DE NÚMEROS ENTEROS

97. ● Calcula la raíz cuadrada de estos números.
- a) 64 b) 121 c) 144 d) 196

98. ●● Copia y completa.



99. ●● Calcula, sin operar, la raíz cuadrada y el resto de estos números.

- a) 93 b) 59 c) 130 d) 111

100. ● Halla el resto en cada caso.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) Raíz = 12
Radicando = 160 | c) Raíz = 30
Radicando = 901 |
| b) Raíz = 23
Radicando = 532 | d) Raíz = 32
Radicando = 1030 |

101. ●● Señala, sin realizar cálculos, cuáles de las afirmaciones son falsas.

- a) $\sqrt{23} = 4$ y resto 7
b) $\sqrt{30} = 5$ y resto 10
c) $\sqrt{45} = 7$ y resto 4
d) $\sqrt{60} = 7$ y resto 11
e) $\sqrt{80} = 9$ y resto 1
f) $\sqrt{85} = 9$ y resto 5
g) $\sqrt{96} = 9$ y resto 15
h) $\sqrt{204} = 14$ y resto 2

102. ●● Escribe todos los números enteros de dos cifras cuya raíz cuadrada entera tenga de resto 2.

103. ●● Escribe todos los números de tres cifras menores que 500 cuya raíz tenga de resto 10.

104. ●● Un número tiene por raíz cuadrada entera 5 y su resto es el máximo posible. ¿Cuál es el resto? ¿Y cuál es el número?

105. ●●● Halla el menor número que sumado a 265 da un cuadrado perfecto.

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

106. ●● Resuelve las siguientes operaciones.

- a) $(-13) \cdot (+3) - (-12) \cdot (+7)$
b) $(-3) \cdot (-12) - (-15) \cdot (-4)$
c) $(-35) : (-7) + (-54) : (+9)$
d) $[(-25) + 5 - (-4)] : (-8)$
e) $[(-16) + (-9) + 5] : (-4)$
f) $[(-4) + (-3) \cdot (-6)] : 7$

107. ●● Resuelve las operaciones.

- a) $(-11) \cdot [10 + (-7)] + 36 : [(-1) - (-10)]$
b) $(-8) \cdot [5 - (-2)] - 48 : [6 + (-14)]$
c) $42 : [(-6) - (-3)] + 28 : [-6 - (-8)]$
d) $32 : [(-19) + 3] - 24 : [(-11) - (-5)]$

108. ●● Efectúa estas operaciones combinadas.

- a) $(-5)^2 \cdot [3 + 28 : (-4)]$
b) $2^2 \cdot [-5 \cdot 2 - 32 : (-8)]$
c) $3^3 : [-5 + (-7) \cdot (-2)]$
d) $(-4)^3 : [(-15) : 5 - (-45) : (-9)]$

109. ●●● Resuelve las operaciones considerando solo el resultado positivo de la raíz.

- a) $\sqrt{9} + (-3) \cdot [12 + (-7)]$
b) $\sqrt{81} : 3 + 4 \cdot [-12 - 2 \cdot (-3)]$
c) $7 \cdot (5 + 3) - \sqrt{36} : (-3)$
d) $-3 - (-4) \cdot [\sqrt{64} - 5 \cdot (-2)]$

110. ●●● Calcula, utilizando solo el resultado positivo de la raíz.

- a) $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : (-3)$
b) $12 - 18 : 2 + (-4) \cdot \sqrt{121}$
c) $(-5) \cdot 3^2 - \sqrt{49} : [(-5) \cdot (-2) - 3^1]$
d) $(-8)^5 : (-8)^3 - (-4)^2 \cdot (\sqrt{16} - 2^0)$
e) $\sqrt{144} : [7 + (-5)^2 + (-2)^3]$

111. ●●● Encuentra los errores en estas igualdades.

- a) $(-3) + (-5) - (-8) = -3 - 5 - 8 = -8 - 8 = -(8 - 8) = 0$
b) $-9 - (-8) - (-7 - 2) = -9 + 8 + 7 - 2 = -1 + 7 - 2 = -6 - 2 = -8$
c) $5 - [-6 + 7 - (-2)] = 5 + 6 - 7 + 2 = 11 - 5 = 6$
d) $4 \cdot (-3) + (-5) \cdot (-2) = -12 - 10 = -22$
e) $4 - 5 \cdot (-2) = (-1) \cdot (-2) = 2$

DIVISIBILIDAD

112. ● Copia y completa con múltiplos de 12.

$$12 = \{12, \square, 36, \square, 60, \square, \dots\}$$

113. ● Halla los múltiplos de 7 comprendidos entre 20 y 40.

114. ● Obtén los múltiplos de 4 comprendidos entre 18 y 30.

115. ● Calcula todos los divisores de:

a) 28 b) 54 c) 63 d) 90

116. ● Copia y completa los divisores de 42.

$$\text{Div}(42) = \{1, 2, \square, \square, \square, 14, \square, \square\}$$

117. ● Dados los números 12, 15, 18, 24, 4, 423, 10, 267, 23 y 2, di cuáles son múltiplos de:

a) 2 b) 3 c) 6

118. ● Escribe los múltiplos de 5 comprendidos entre 0 y 15.

- a) ¿Cuáles de ellos son múltiplos de 7?
b) ¿Y cuáles son menores que 15?

119. ● Di cuáles de los siguientes números son primos. Razona la respuesta.

a) 21 b) 19 c) 43 d) 39

120. ● Averigua si los números son primos o compuestos: 72, 147, 282, 331 y 407.

121. ● Realiza la descomposición factorial de:

a) 3850 b) 432 c) 561

122. ● Calcula el máximo común divisor de cada par de números.

a) 45 y 27 b) 28 y 21 c) 18 y 12

123. ● Halla el máximo común divisor.

a) 6, 8 y 12 b) 16, 20 y 28 c) 40, 10 y 25

124. ● Si $\text{m.c.d.}(x, 12) = 6$, halla el valor de x .

125. ● Calcula el mínimo común múltiplo.

a) 12 y 18 b) 15 y 45 c) 27 y 18

126. ● Obtén el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

a) 12, 9 y 10 b) 4, 18 y 27 c) 8, 30 y 24

127. ●●● Halla dos números cuyo m.c.d. sea 6 y su m.c.m., sea 36.

PROBLEMAS CON NÚMEROS ENTEROS

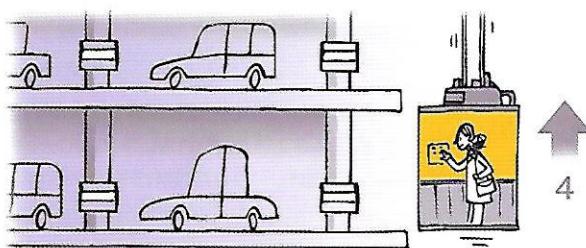
128. ●● A las 7 de la mañana

el termómetro marcaba 4°C bajo cero, y cinco horas después marcaba 3°C sobre cero. ¿Cuál es la diferencia entre las dos temperaturas?



129. ●● María vive en el 3.^{er} piso. Baja 5 plantas para ir al trastero y luego sube 7 para visitar a su amigo Alberto. ¿En qué piso vive Alberto?

130. ●● Sara deja el coche en el tercer sótano y sube 4 plantas hasta su casa. ¿En qué piso vive?



131. ●● Luis tiene 123 €. A fin de mes recibe 900 € de sueldo y paga su hipoteca de 546 €. ¿Cuánto dinero le queda finalmente?

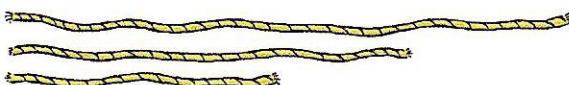
132. ●● ¿Cuál es el mayor cuadrado que se puede formar con 52 sellos? ¿Cuántos sobran?

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS MEDIANTE EL m.c.d.?

133. Tres cuerdas de 4, 6 y 9 m, respectivamente, se quieren cortar en trozos iguales. ¿Cuál es la longitud de los mayores trozos que se pueden hacer?

PRIMERO. Se analiza el problema.



La longitud de cada trozo tiene que ser un divisor de las longitudes de las cuerdas. Tiene que ser el máximo → PROBLEMA DE m.c.d.

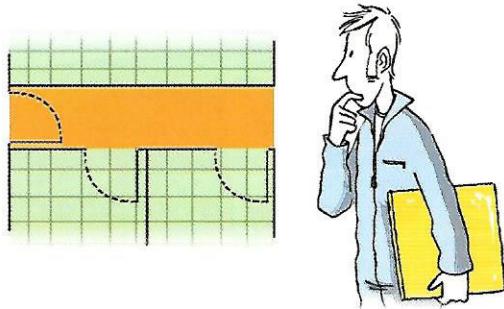
SEGUNDO. Se realizan los cálculos.

$$4 = 2^2 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 9 = 3^2$$

$$\text{m.c.d.}(4, 6, 9) = 1$$

Los trozos de mayor longitud son de 1 m.

- 134.** ●●● El pasillo de una vivienda tiene 432 cm de largo y 128 cm de ancho. Se quiere poner baldosas cuadradas del mayor tamaño posible, sin tener que cortar ninguna. Calcula sus dimensiones y el número de baldosas.



HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS MEDIANTE EL m.c.m.?

- 135.** Los libros de una estantería se pueden colocar en montones de 4, 6 y 9 libros sin que sobre ninguno. ¿Cuál es la menor cantidad de libros que puede haber?

PRIMERO. Se analiza el problema.

El número total de libros tiene que ser múltiplo de 4, 6 y 9.

Tiene que ser el mínimo → PROBLEMA DE m.c.m.

SEGUNDO. Se realizan los cálculos.

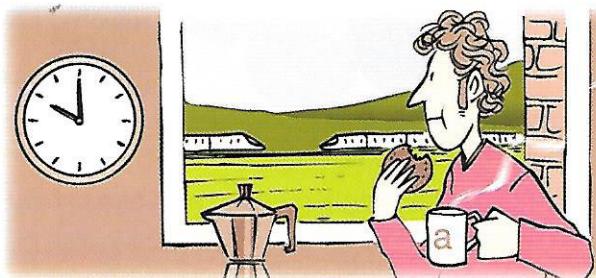
$$4 = 2^2 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 9 = 3^2$$

$$\text{m.c.m. } (4, 6, 9) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

Como mínimo hay 36 libros.

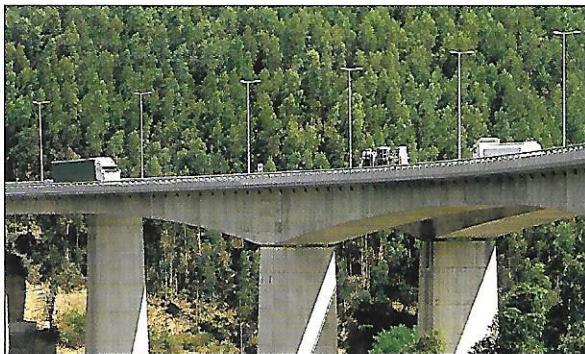
- 136.** ●● Alejandro tiene unas 150 fotografías. Puede pegarlas en un álbum en grupos de 8, 9 o 12 fotografías y sin que le sobre ninguna. ¿Cuántas fotografías tiene Alejandro?

- 137.** ●●● Por una vía ferroviaria pasa un tren con dirección a Zaragoza cada 30 minutos y otro con dirección a Gijón cada 18 minutos. Si se han cruzado los dos trenes a las 10 de la mañana, halla a qué hora volverán a cruzarse.



- 138.** ●●● Luis viaja a Barcelona cada 15 días y su hermana Marta lo hace cada 20 días. ¿Cuándo coincidirán de nuevo en Barcelona si la última vez que coincidieron en esta ciudad fue el 2 de octubre?

- 139.** ●●● En una carretera han puesto farolas en ambos lados. En un lado se ha colocado una farola cada 12 metros, y en el otro, cada 18 metros.



Sabiendo que la primera farola de cada lado está situada a la misma altura, ¿qué distancia debemos recorrer a partir de ese punto para encontrar dos farolas colocadas una frente a la otra?

INVESTIGA

- 140.** ●●● Calcula todos los números enteros a y b que verifican estas condiciones. Cuando no exista ninguna solución, explica por qué ocurre y, si hay infinitas posibilidades, describe cómo son.

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a) $ a + b = 4$ | g) $ a : b = 12$ |
| b) $ a + b = 4$ | h) $ a : b = 1/2$ |
| c) $ a - b = 4$ | i) $a^2 = 64$ |
| d) $ a - b = 4$ | j) $a^2 = -64$ |
| e) $ a \cdot b = 12$ | k) $a^3 = 64$ |
| f) $ a \cdot b = 12$ | l) $a^3 = -64$ |

- 141.** ●●● Si $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 25^2 = 5525$, di cuál es el valor de:

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 50^2$$

- 142.** ●●● Ordena, de menor a mayor, estos números:

$$2^{2006} - 2 \quad 2^{2008} \quad 2^{2005} + 2007 \quad 2^{2006} + 2$$

Expresa como una potencia de base 2 la suma de los dos números centrales.

- 143.** ●●● Si m y n son números enteros positivos, ¿cuál es el menor valor de m para que $2940 \cdot m = n^2$?