

1. Según la ley de desintegración radiactiva, la masa m que queda sin desintegrar al cabo de un tiempo t , viene dada por:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo m_0 la masa inicial y λ la constante de desintegración radiactiva

El periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tpo transcurrido de manera que la masa se ha reducido a la mitad.

$$a) \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{m_0}{2} = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad \text{Tomando logaritmos:}$$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Rightarrow \underbrace{\ln 1 - \ln 2}_0 = -\lambda \cdot T_{1/2} \cdot \underbrace{\ln e}_1$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{250000} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda = 2,77 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \underline{\underline{8,79 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}}}$$

- b) Al cabo de 50.000 años quedarán sin desintegrar:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} = 10 \text{ g} \cdot e^{-2,77 \cdot 10^{-6} \text{ años}^{-1} \cdot 50000 \text{ años}} = 8,71 \text{ g}$$

$$\underline{\underline{m = 8,71 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}}$$

② La ley de desintegración radiactiva nos da el nº de núcleos que permanecen sin desintegrar (N) en función del nº inicial de núcleos (N_0), la cte de desintegración (λ) y el tiempo (t).

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Ley de Elster y Geitel}$$

a) Tomando logaritmos despejamos λ .

$$\ln \frac{N}{N_0} = \ln e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t \cdot \ln e$$

$$\lambda = \frac{-\ln \frac{N}{N_0}}{t} = \frac{-\ln \frac{3,58 \cdot 10^{24}}{6,27 \cdot 10^{24}}}{10}$$

$$\lambda = 0,056 \text{ años}^{-1} = 1,77 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

la vida media es el inverso de la cte de desintegración.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,77 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}} = \underline{5,63 \cdot 10^8 \text{ s}}$$

b) En el ej. 1 definimos periodo de semidesintegración

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1,77 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}} = \underline{3,92 \cdot 10^8 \text{ s}}$$

③ Sabemos $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

a) Nos dicen que al cabo de 1h se han desintegrado el 10% de los núcleos, es decir, $m = \frac{90}{100} m_0$

Entonces: $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$\frac{90}{100} m_0 = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 3600 \text{ s}}$$

$$\ln 0,9 = \ln e^{-3600 \cdot \lambda}$$

$$\ln 0,9 = -3600 \cdot \lambda \cdot \underbrace{\ln e}_1$$

$$\lambda = \frac{\ln 0,9}{-3600} = \underline{2,93 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}}$$

El periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$) es el tpo, en promedio, transcurrido de manera que se han desintegrado la mitad de los núcleos iniciales.

$$\frac{m_0}{2} = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}, \text{ tomando logaritmos: } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$\text{Entonces: } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{2,93 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}} = \underline{23656,9 \text{ s}}$$

b) $m = m_0 e^{-\lambda \cdot t}$

Al cabo de 5 horas (18000s) la masa que quedará sin desintegrar (m) será:

$$m = 120\text{g} \cdot e^{-2,93 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \cdot 18 \cdot 10^3 \text{ s}}$$

$$m = 70,82\text{g} = \underline{7,082 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}$$

4. Sabemos: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Si $N = \frac{N_0}{2} \Rightarrow t = T_{1/2}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad \text{Tomando logaritmos:}$$

a) $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

Entonces: $\lambda = \frac{\ln 2}{3,64} = 0,19 \text{ días}^{-1} = \underline{2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}}$

La **actividad** es el ritmo con el que se van desintegrando los núcleos.

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d(N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t})}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N$$

Entonces: $A_0 = \lambda \cdot N_0$ es la actividad inicial

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 2,20 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{18} \text{ at} = \underline{1,10 \cdot 10^{13} \text{ Bq}}$$

$$b) \quad N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Al cabo de 30 días;

$$N(30) = 5 \cdot 10^{18} \text{ at.} \cdot e^{-(0,19 \text{ días}^{-1}) \cdot (30 \text{ días})}$$

$$N(30) = \underline{1,67 \cdot 10^{16} \text{ átomos}}$$

$$5. \quad A = \lambda \cdot N$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\text{Tomando logaritmos:} \quad \ln A = \ln (A_0 \cdot e^{-\lambda t})$$

$$\ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t}$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda \cdot t \cdot \ln e$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda \cdot t$$

$$\lambda \cdot t = \ln A_0 - \ln A$$

$$\lambda = \frac{\ln A_0 - \ln A}{t}$$

Prop. Logaritmos

$$\ln(M \cdot N) = \ln M + \ln N$$

$$\ln \frac{M}{N} = \ln M - \ln N$$

$$\ln A^k = k \cdot \ln A$$

En nuestro caso:

$$\lambda = \frac{\ln 115 - \ln 85,2}{2 \cdot 3600} = 4,17 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Sabemos: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Entonces: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{4,17 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}} = \underline{1,66 \cdot 10^4 \text{ s}}$

b) En el ej anterior vimos: $A_0 = N_0 \cdot \lambda$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{115 \text{ nuc/s}}{4,17 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}} = \underline{2,76 \cdot 10^6 \text{ núcleos}}$$

6. Sabemos $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

a) Partimos de 20g, al cabo de 2 días se han desintegrado 15g, quedan otros 5g sin desintegrar.

$$5 \text{ g} = 20 \text{ g} \cdot e^{-\lambda \cdot 2 \text{ días}}$$

$$\frac{1}{4} = e^{-2 \cdot \lambda} \Rightarrow \ln \frac{1}{4} = -2 \lambda$$

$$\lambda = 0,69 \text{ días}^{-1} = \underline{8,02 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}}$$

b) Queda sin desintegrar el 10% de 20g, es decir 2g.

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow 2 = 20 \cdot e^{-0,69 \cdot t} \quad \text{tomando ln:}$$

$$t = \frac{\ln(2/20)}{-0,69} = 3,34 \text{ días} = \underline{2,89 \cdot 10^5 \text{ s}}$$

7) a) $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$\frac{m_0}{2} = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

Tomando logaritmos: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{1840 \text{ años}} = 3,77 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

La masa que permanecerá sin desintegrar después de 500 años:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$m = 30 \text{ g} \cdot e^{-3,77 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \cdot 500 \text{ años}}$$

$$m = 24,85 \text{ g} = \underline{2,49 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}$$

b) $m_0 = 30 \text{ g}$

$m = 3 \text{ g}$

Sustituyendo $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$3 = 30 \cdot e^{-3,77 \cdot 10^{-4} \cdot t} \quad \text{tomando } \ln :$$

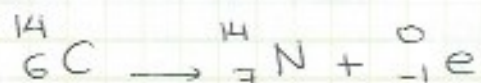
$$\ln\left(\frac{3}{30}\right) = \ln e^{-3,77 \cdot 10^{-4} \cdot t}$$

$$\ln \frac{3}{30} = -3,77 \cdot 10^{-4} t \Rightarrow t = 610765 \text{ años} = \underline{1,93 \cdot 10^5}$$

8) El carbono-14 ($^{14}_6\text{C}$) es un isótopo radiactivo del carbono que se forma en la atmósfera por la acción de neutrones con el nitrógeno:



A su vez, el $^{14}_6\text{C}$ sufre una desintegración beta:



Con el tiempo, se ha alcanzado el equilibrio radiactivo y la proporción entre el $^{14}_6\text{C}$ y $^{12}_6\text{C}$ (este último no radiactivo) es constante en toda la atmósfera, así como en todo organismo vivo, que incorpora carbono en su estructura.

Sin embargo, cuando el organismo muere la proporción C-14 / C-12 va decayendo, al desintegrarse y no reemplazarse C-14. En esto se basa el método de datación del C-14.

$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{(5730 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ s}} = \underline{3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}}$$

$$b) \boxed{A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}} \xrightarrow{\text{1ª forma de dejar "t"}} \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\ln A = \ln(A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t})$$

$$\ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda \cdot t \cdot \ln e$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln A_0 - \ln A}{\lambda} = \underline{1,11 \cdot 10^5 \text{ s}}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = \ln e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\lambda}$$

$$t = \frac{\ln \frac{0,163}{0,25}}{-3,84 \cdot 10^{-12}} = \underline{1,11 \cdot 10^5 \text{ s}}$$