

FÍSICA 2º BACHILLERATO

ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA



Ref. CARLOS MARTÍN ARTEAGA

ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Hipótesis de Planck: La energía se transmite en “paquetes” del valor de un cuanto de energía, o bien múltiplos enteros suyo. Es decir, la energía emitida no es continua, sino discreta o discontinua, formada por cuantos de energía de frecuencia determinada.

Cuanto de Energía: Cantidad de energía indivisible, cuyo valor viene determinado por la frecuencia de la emisión de la fuente de energía y que hace que todas las emisiones de energía de una determinada frecuencia tengan un valor múltiplo entero del valor del cuanto de dicha frecuencia.

Valor de la energía de un cuanto: $E = h \cdot f$

h es la CONSTANTE DE PLANCK: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Toda la energía emitida con una determinada frecuencia f tiene como valor un múltiplo entero del valor de un cuanto de energía de esa frecuencia ($h \cdot f$).

Fotón: Cuanto de luz. La luz se propaga por el espacio transportando la energía en “paquetes” indivisibles o cuantos de luz o fotones.

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$



EJERCICIO RESUELTO 1

Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente, entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo. ¿Qué intervalo aproximado de energías, en eV, corresponde a los fotones del espectro visible?

De acuerdo con la hipótesis de Planck, la energía de los fotones violeta y rojo es la siguiente:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$E_v = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 5,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_v = 5,1 \cdot 10^{-19} \text{ J} \left(\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \right) = 3,2 \text{ eV}$$

$$E_r = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_r = 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ J} \left(\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \right) = 1,7 \text{ eV}$$

Por tanto, la energía de los fotones correspondientes al espectro visible está comprendida entre 1,7 y 3,2 eV, aproximadamente.



EJERCICIO RESUELTO 2

Un horno de microondas doméstico utiliza radiación de frecuencia $2,5 \cdot 10^3$ MHz. La frecuencia de la luz violeta es $7,5 \cdot 10^8$ MHz. ¿Cuántos fotones de microondas necesitamos para obtener la misma energía que con un solo fotón de luz violeta?

La energía de un fotón se calcula mediante la ecuación de Planck: $E = h f$.

Por tanto, la energía aumenta al hacerlo la frecuencia, puesto que h es la constante de Planck.

El fotón de luz violeta es más energético que el de microondas porque su frecuencia es mayor.

Llamando n al número de fotones de microondas necesarios para tener la misma energía que un fotón de luz violeta, se cumple:

$$E_V = E_M$$

$$h \cdot f_V = n \cdot h \cdot f_M \Rightarrow f_V = n \cdot f_M \Rightarrow n = \frac{f_V}{f_M}$$

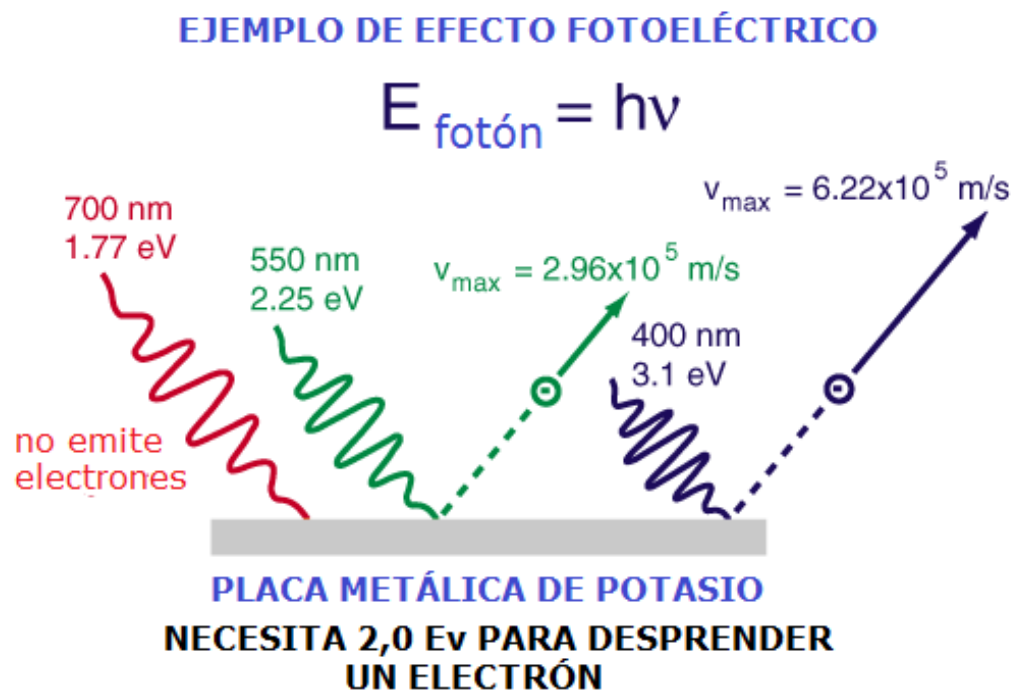
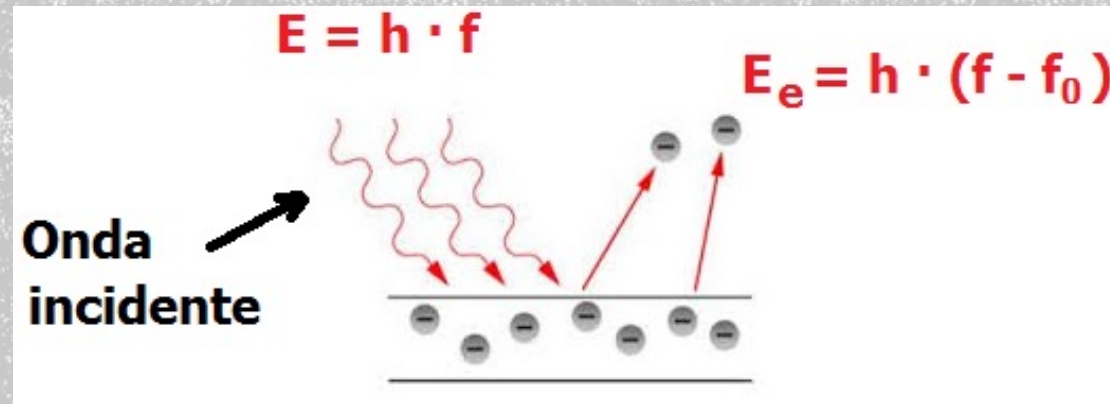
$$n = \frac{7,5 \cdot 10^8 \text{ MHz}}{2,5 \cdot 10^3 \text{ MHz}} = 3 \cdot 10^5$$

Un fotón de luz violeta tiene la misma energía que $3 \cdot 10^5$ fotones de microondas.



ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

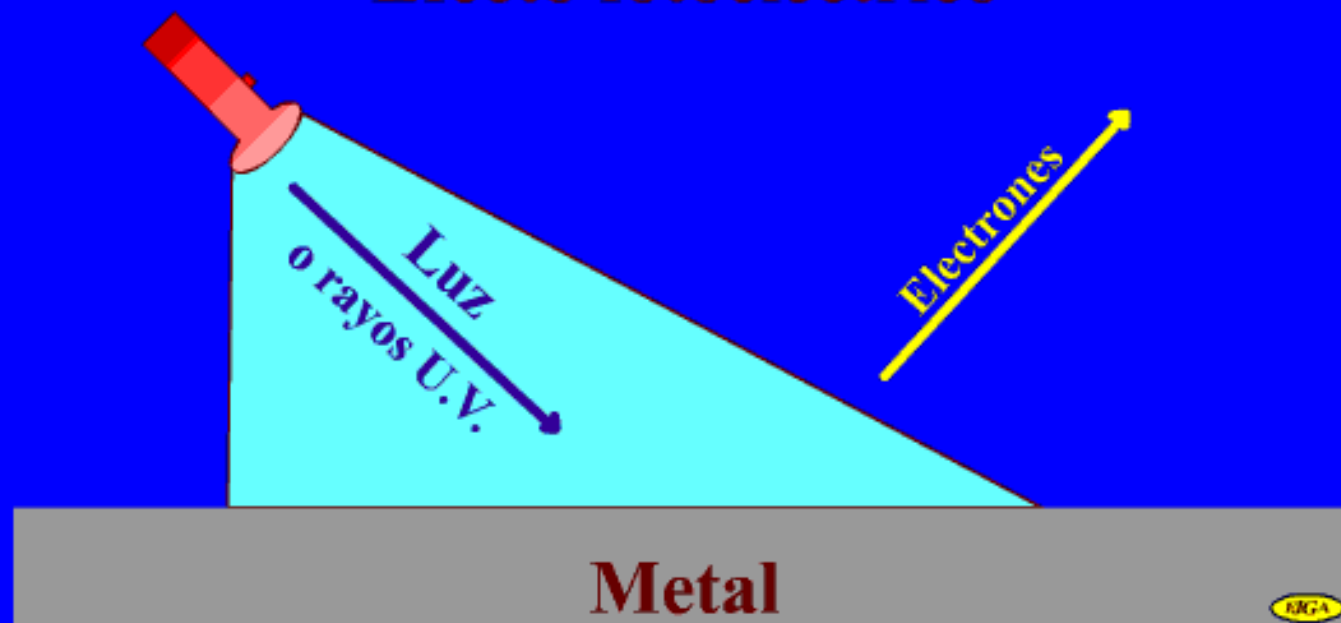
Efecto Fotoeléctrico: Emisión de electrones (fotoelectrones) por las superficies metálicas cuando se iluminan por luz de frecuencia adecuada. (En los metales alcalinos el efecto se presenta ya con luz visible, en los demás metales con la luz ultravioleta)



La energía de los electrones emitidos no depende de la intensidad de la radiación incidente sobre el cátodo, sino de la frecuencia (o la longitud de onda) de dicha radiación.

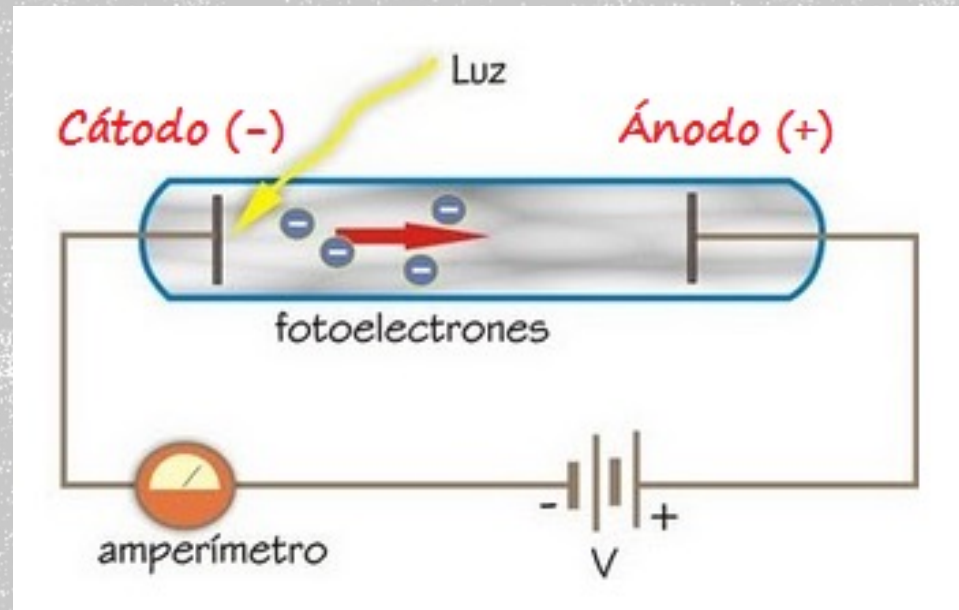


Efecto fotoeléctrico



ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Una célula fotoeléctrica posee un electrodo negativo o cátodo que, por acción de la luz incidente, desprende electrones que son recogidos por el ánodo positivo. La energía de los electrones emitidos no depende de la intensidad de la radiación incidente sobre el cátodo, sino de la frecuencia (o la longitud de onda) de dicha radiación.

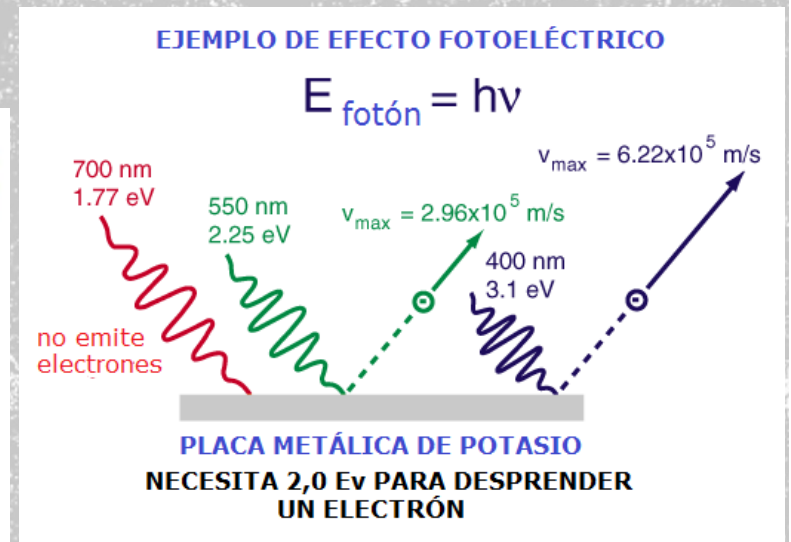
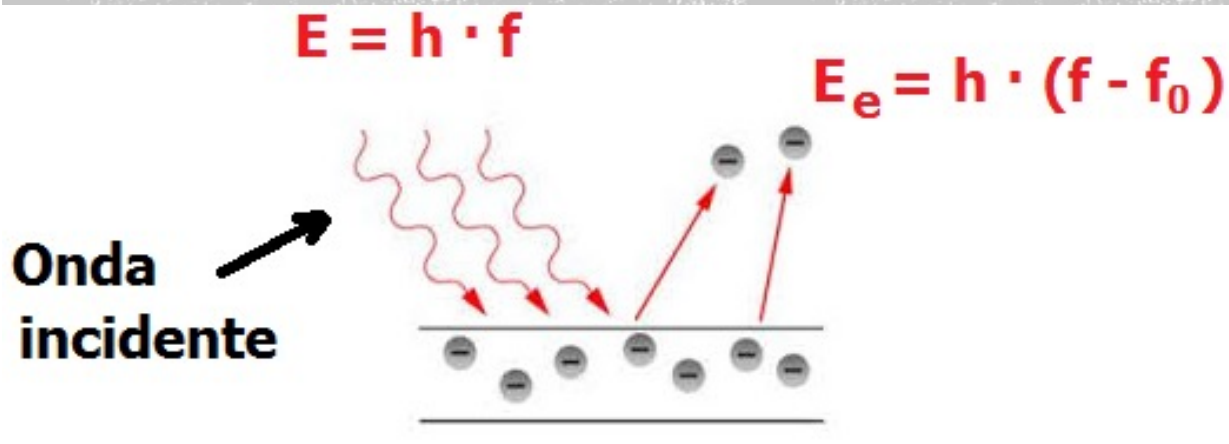


ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Energía Cinética del fotoelectrón y trabajo de extracción:

Cuando un fotón se transmite a un electrón del metal, este salta de la superficie metálica con una **ENERGÍA CINÉTICA** (E_c).

Además el electrón necesita una energía mínima para escapar de la superficie del metal que se denomina **TRABAJO DE EXTRACCIÓN** o **función de trabajo** (W_e).



Fórmula que relaciona la energía del fotón ($h \cdot f$) transmitido al electrón de un metal, la energía cinética que dicho electrón adquiere (E_c) y el trabajo de extracción (W_e):

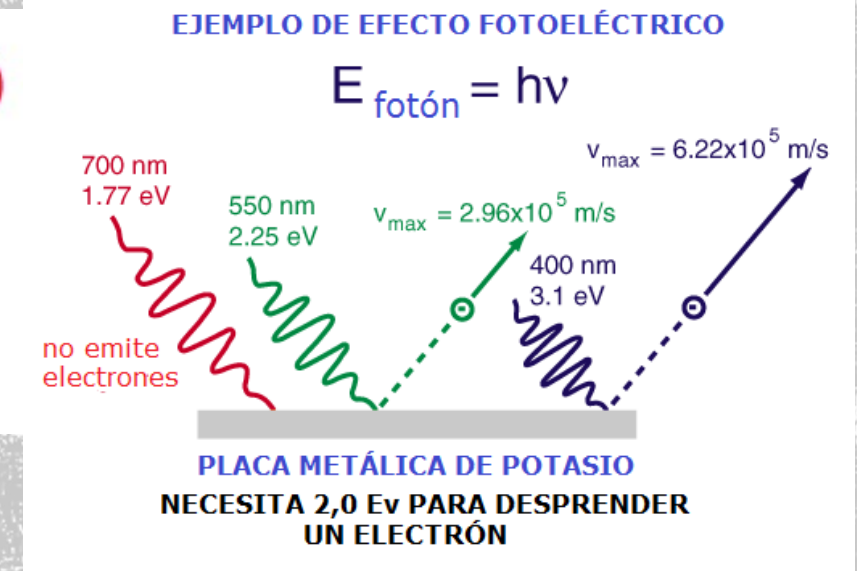
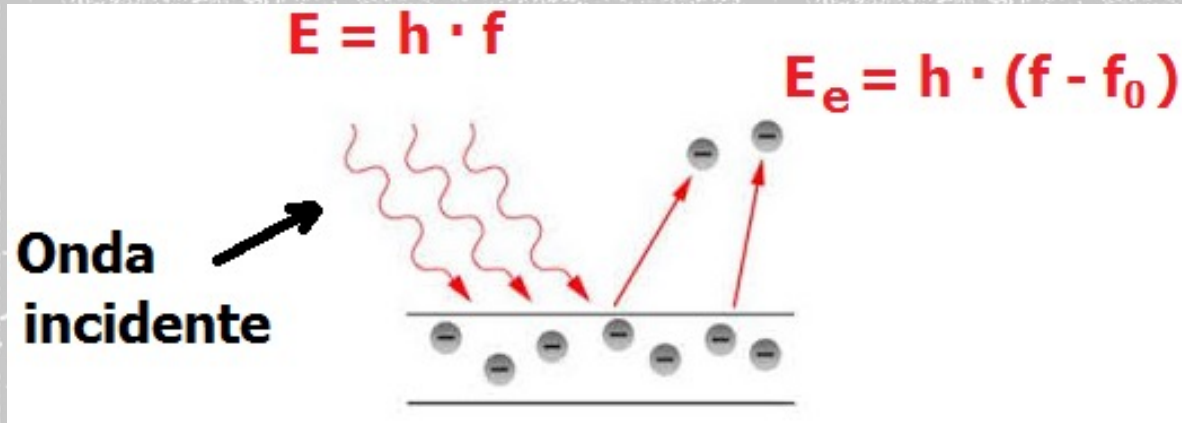
$$h \cdot f = E_c + W_e$$

$$h \cdot f = \frac{1}{2}mv^2 + W_e$$



ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Frecuencia Umbral (f_0): Frecuencia mínima necesaria para arrancar el electrón del metal. Cuando la energía del fotón que incide en el metal es igual al W_e , estamos en la frecuencia umbral f_0 . (La frecuencia umbral es distinta para cada metal y depende, en gran medida, del estado de la superficie metálica)



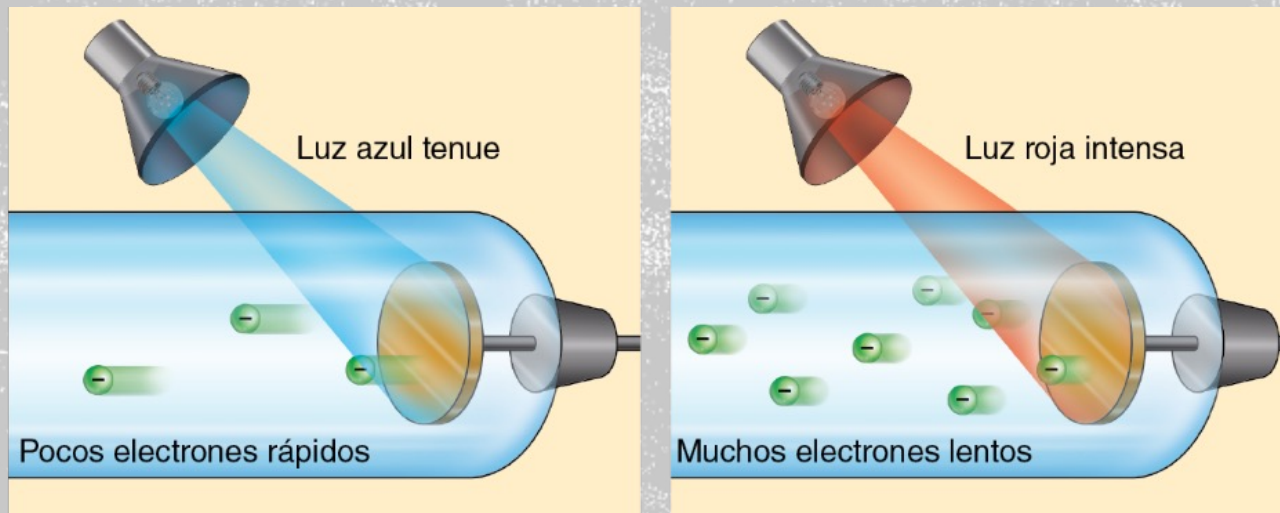
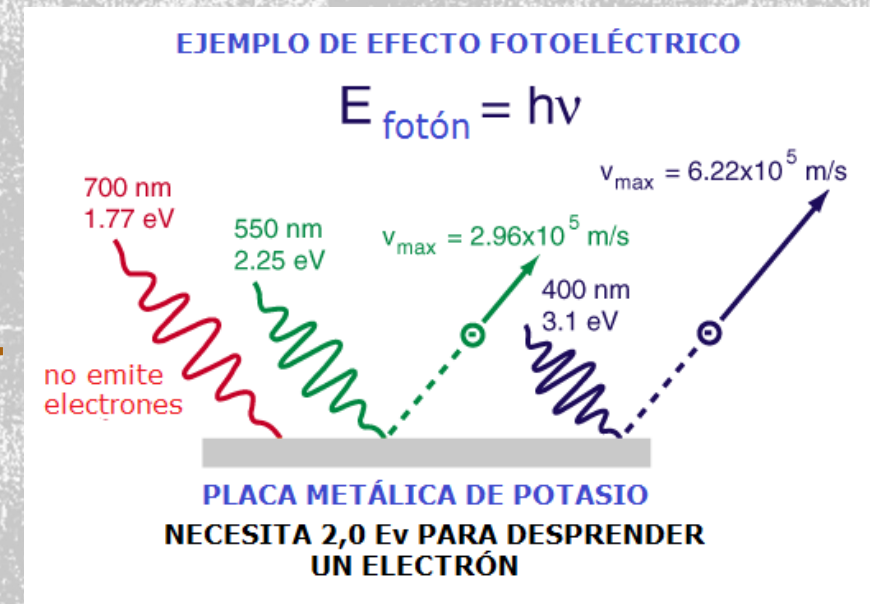
Fórmula para calcular el valor de la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0$$



ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Al aumentar la intensidad de la radiación se incrementa el número de fotones que llega a la superficie metálica y, por tanto, aumenta el número de electrones emitidos. Sin embargo, como no varía la energía de los fotones incidentes, tampoco varía la energía cinética de los fotoelectrones.



Una luz intensa roja produce más fotoelectrones, pero más lentos, con menor energía cinética, que una luz azul más tenue, porque la frecuencia de la luz azul es mayor que la de la luz roja y los fotones azules poseen más energía que los de la luz roja.

EJERCICIO RESUELTO 3

Una radiación monocromática de longitud de onda de 600 nm incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 2 eV. Determina:

a. La longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico.

b. La energía cinética máxima de los electrones emitidos expresada en eV.

Datos: $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{m s}^{-1}$.

a) La energía del fotón se invierte en arrancar el electrón y suministrarle energía cinética:

Energía del fotón = Trabajo de extracción + Energía cinética del electrón: $h f = W_e + E_c$.

La longitud de onda umbral (λ_0) es aquella que arranca el electrón (W_e) sin suministrarle energía cinética:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow W_e = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = h \cdot \frac{c}{W_e}$$

$$\lambda_0 = h \cdot \frac{c}{W_e} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{m/s}}{2\text{eV} \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}}{1\text{eV}} \right)} = 6,22 \cdot 10^{-7} \text{m} = 622 \text{nm}$$

b) Introduciendo los valores correspondientes se obtiene la energía cinética:

$$h \cdot f = E_c + W_e$$

$$E_c = h \cdot f - W_e = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_e = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{m/s}}{6 \cdot 10^{-7} \text{m}} - 2\text{eV} \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}}{1\text{eV}} \right) = 1,19 \cdot 10^{-20} \text{J}$$

En eV: $E_c = 1,19 \cdot 10^{-20} \text{J} \left(\frac{1\text{eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}} \right) = 0,0744 \text{eV}$



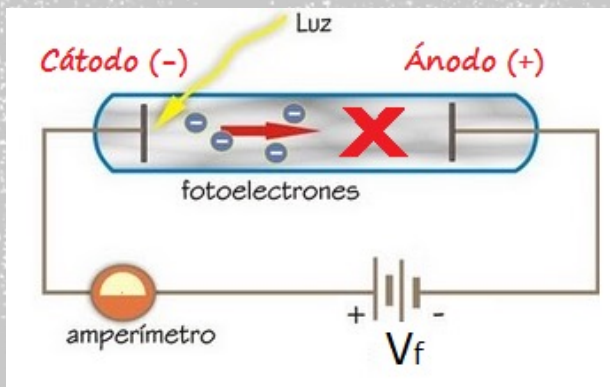
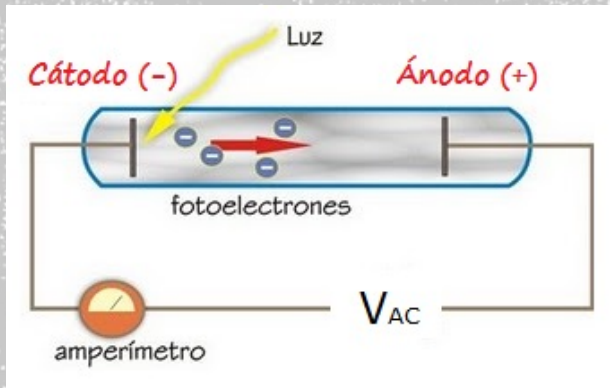
ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Potencial de frenado (en el efecto fotoeléctrico) (V_0):

El potencial de frenado representa la diferencia de potencial necesaria para evitar la aparición del efecto fotoeléctrico, es decir, para frenar los electrones más rápidos, de máxima energía cinética.

Es el potencial del campo eléctrico que hay que aplicar para frenar los electrones que saltan del material, lo que nos permite conocer con qué energía cinética (debida a la velocidad) lo hacen.

Al aplicar este potencial los electrones emitidos no alcanzan el electrodo sobre el material fotoeléctrico y, por tanto, no hay corriente. De esta forma sabemos que en ese instante, la energía cinética con que salen es igual a la energía transmitida por el potencial aplicado



$$\frac{1}{2}mv_{\text{máx}}^2 = e \cdot V_0$$

m : masa del electrón

e : carga del electrón

v : velocidad del electrón

V_{AC} : d.d.p. de la célula fotoeléctrica

V_f : potencial de frenado aplicado por un generador externo

Al ser $V_f = V_{AC}$ no se producirá corriente eléctrica.



EJERCICIO RESUELTO 4

Si se ilumina con un haz de luz ultravioleta la superficie de un material fotoeléctrico, el potencial de frenado vale 1,20 V. El potencial de frenado se reduce a 0,60 V por oxidación del material. Calcula:

- a) La variación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos con cada potencial.
- b) La variación de la función de trabajo del material y de la frecuencia umbral.

a) Según el concepto de potencial de frenado, se cumplen las siguientes relaciones:

$$Ec_1 = e \cdot V_{01}$$

$$Ec_2 = e \cdot V_{02}$$

$$\Delta Ec = Ec_2 - Ec_1 = e(V_{02} - V_{01}) \Rightarrow \Delta Ec = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot (0,60 \text{ V} - 1,20 \text{ V}) = -9,6 \cdot 10^{-20} \text{J}$$

La energía cinética máxima de los electrones disminuye cuando se oxida el material fotoeléctrico, por eso la variación de la energía cinética máxima es negativa.

b) La variación de la función de trabajo del material se obtiene:

$$h f = W_e + Ec_1$$

$$h f = W_e + Ec_2$$

$$W_e + Ec_1 = W_e + Ec_2$$

$$\Delta W_e = W_e - W_e = Ec_1 - Ec_2 = -\Delta Ec = 9,6 \cdot 10^{-20} \text{J}$$

La variación de la frecuencia umbral se obtiene a partir de la variación del trabajo de extracción:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow \Delta f_0 = \frac{\Delta W_e}{h} = \frac{9,6 \cdot 10^{-20} \text{J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}} = 1,4 \cdot 10^{14} \text{Hz}$$

Al oxidarse el material fotoeléctrico, aumenta el trabajo de extracción y, por tanto, se incrementa la frecuencia umbral y disminuye la energía cinética máxima de los fotoelectrones.



EJERCICIO RESUELTO 5

Al iluminar el potasio con luz amarilla de sodio de $\lambda = 5\,890 \cdot 10^{-10}\text{m}$ se liberan electrones con una energía cinética máxima de $0,5770 \cdot 10^{-19}\text{J}$, y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de $\lambda = 2537 \cdot 10^{-10}\text{m}$, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es de $5,036 \cdot 10^{-19}\text{J}$.

a. Explica el fenómeno descrito en términos energéticos y determina el valor de la constante de Planck.

b. Calcula el valor del trabajo de extracción del potasio.

a) El fenómeno descrito es el efecto fotoeléctrico y, según la ecuación de Einstein, la energía del fotón incidente es igual al trabajo de extracción más la energía cinética del electrón arrancado al potasio:

$$h \cdot f = W_e + E_c.$$

Con los datos del enunciado, disponemos de dos ecuaciones: una para la luz amarilla del sodio y otra para la luz ultravioleta:

$$h \cdot f_u = W_e + E_{c_u}$$

$$h \cdot f_a = W_e + E_{c_a}$$

Al restar miembro a miembro las dos ecuaciones anteriores, se obtiene la constante de Planck h:

$$h \cdot (f_u - f_a) = E_{c_u} - E_{c_a} \Rightarrow h = \frac{E_{c_u} - E_{c_a}}{f_u - f_a}$$

Calculamos los valores de ambas frecuencias:

$$f_u = \frac{c}{\lambda_u} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,537 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,182 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

$$f_a = \frac{c}{\lambda_a} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,890 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 0,509 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

$$h = \frac{E_{c_u} - E_{c_a}}{f_u - f_a} = \frac{5,036 \cdot 10^{-19} - 0,577 \cdot 10^{-19}}{1,182 \cdot 10^{15} - 0,509 \cdot 10^{15}} = \frac{4,459 \cdot 10^{-19}}{0,673 \cdot 10^{15}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$



EJERCICIO RESUELTO 5

Al iluminar el potasio con luz amarilla de sodio de $\lambda = 5890 \cdot 10^{-10}\text{m}$ se liberan electrones con una energía cinética máxima de $0,5770 \cdot 10^{-19}\text{J}$, y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de $\lambda = 2537 \cdot 10^{-10}\text{m}$, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es de $5,036 \cdot 10^{-19}\text{J}$.

a. Explica el fenómeno descrito en términos energéticos y determina el valor de la constante de Planck.

b. Calcula el valor del trabajo de extracción del potasio.

b. El trabajo de extracción es la energía necesaria para arrancar un electrón del metal. Como su valor es el mismo para ambas radiaciones, se obtiene a partir de la ecuación de Einstein para una de ellas.

Por ejemplo, para la luz ultravioleta:

$$W_{\text{eu}} = h \cdot f_{\text{u}} - E_{\text{cu}} = 6,629 \cdot 10^{-34}\text{J s} \cdot 1,182 \cdot 10^{15}\text{s}^{-1} - 5,036 \cdot 10^{-19}\text{J} = 2,799 \cdot 10^{-19}\text{J}$$



EJERCICIO RESUELTO 6

El trabajo de extracción del cátodo metálico de una célula fotoeléctrica es de 3,32 eV. Sobre él incide una radiación de longitud de onda igual a 325 nm. Calcula:

a. La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.

b. El potencial de frenado.

Datos: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

a) A partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico calculamos la energía cinética máxima de los electrones y su velocidad máxima: $h \cdot f = W_e + E_c$

La energía de los fotones incidentes es:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{325 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 6,12 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

El trabajo de extracción es: $W_e = 3,32 \text{ eV} \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 5,31 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Despejando en la ecuación de Einstein obtenemos la energía cinética máxima de los electrones y su velocidad máxima:

$$E_c = E - W_e = 6,12 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 5,31 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 0,81 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 4,22 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) El potencial de frenado V_0 representa la diferencia de potencial necesaria para evitar el efecto fotoeléctrico, es decir, para frenar los electrones más rápidos, los de mayor energía cinética:

$$E_c = e \cdot V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{E_c}{e} = \frac{8,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,51 \text{ V}$$



EJERCICIO RESUELTO 7

El trabajo de extracción de un metal es 3,3 eV.

a. Calcula la frecuencia umbral y la longitud de onda correspondiente.

b. Representa la variación de la energía cinética de los fotoelectrones emitidos en función de la frecuencia de la señal luminosa incidente.

Datos: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

a) El trabajo de extracción y la frecuencia umbral se relacionan según la ecuación siguiente:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{3,3\text{eV}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1\text{eV}} \right) = 8,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

A esta frecuencia le corresponde la siguiente longitud de onda:

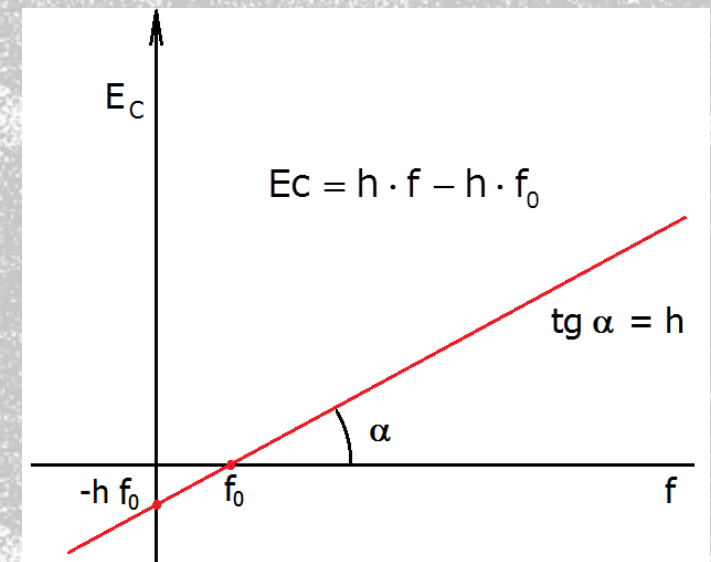
$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{8 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 3,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

b) La representación gráfica de la energía cinética de los fotoelectrones en función de la frecuencia incidente, es la siguiente:

La energía cinética de los fotoelectrones aumenta al hacerlo la frecuencia de la luz incidente.

La energía cinética es nula para la frecuencia umbral. La tangente del ángulo es el valor de la constante de Planck:

$$E = h \cdot f \Rightarrow h = \frac{E}{f}; \text{ Como } \text{tg} \alpha = \frac{E}{f} \Rightarrow h = \text{tg} \alpha$$



ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Mecánica Cuántica: Mecánica (parte de la Física) que surge para explicar la estructura de los átomos. Permite conocer y comprender el comportamiento de lo “muy pequeño” que no explicaba la mecánica clásica de Newton.

La mecánica cuántica tiene tres principios fundamentales:

- La hipótesis de De Broglie,
- el Principio de Incertidumbre de Heisenberg y
- la Ecuación de Schrödinger.

La mecánica cuántica conduce a la mecánica clásica cuando se aplica a sistemas de dimensiones ordinarias

Hipótesis de De Broglie (Dualidad “onda-corpúsculo”): En ciertas situaciones una partícula en movimiento presenta propiedades ondulatorias y en otras situaciones presenta propiedades de partícula

Ecuación de De Broglie:
$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{p}$$

Toda partícula de masa m y velocidad v lleva asociada una onda cuya longitud de onda es λ .



EJERCICIO RESUELTO 8

Un electrón se acelera a una velocidad de $1 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ mediante un acelerador de partículas.

a. ¿Cuál será su longitud de onda?

b. ¿Cuál será la energía que debería tener un haz de luz para que tenga la misma longitud de onda que el electrón?

Datos: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

a) La longitud de onda de De Broglie es la siguiente:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,00 \cdot 10^5} = 7,28 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 7,28 \text{ nm}$$

b) La energía del fotón del haz de luz se obtiene a partir de la ecuación de Planck:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7,28 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,73 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$



EJERCICIO RESUELTO 9

Dos partículas poseen la misma energía cinética. Determina la relación entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas si la relación entre sus masas es $m_1 = 50 m_2$.

La relación entre la longitud de onda de De Broglie y la energía cinética de una partícula es la siguiente:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_c \cdot m = \frac{1}{2}m^2v^2 \Rightarrow 2 \cdot E_c \cdot m = m^2v^2 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot E_c \cdot m} = m \cdot v$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_c \cdot m}}$$

Aplicando esta última ecuación a las longitudes de onda de De Broglie de las dos partículas, resulta:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_c \cdot m_2}}}{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_c \cdot m_1}}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_c \cdot m_1}}{\sqrt{2 \cdot E_c \cdot m_2}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = \frac{\sqrt{50m_2}}{\sqrt{m_2}} = \sqrt{50}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \sqrt{50} \Rightarrow \lambda_2 = 7,07 \cdot \lambda_1$$



EJERCICIO RESUELTO 10

Resuelve las siguientes cuestiones:

a. ¿Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie?

b. ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas son 2 eV y 8 eV, respectivamente?

a) Si consideramos dos partículas de masas m_1 y m_2 y velocidades v_1 y v_2 , respectivamente, sus longitudes de onda asociadas son:

$$\lambda_1 = \frac{h}{m_1 \cdot v_1} \quad \lambda_2 = \frac{h}{m_2 \cdot v_2}$$

Aunque las masas sean distintas, como también son distintas las velocidades, sus cantidades de movimiento sí pueden ser iguales y, en ese caso, su longitud de onda asociada es la misma:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

b) La relación entre la longitud de onda y la energía cinética de los electrones es:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_c \cdot m}}$$

La relación entre las longitudes de onda es pues:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_{c1} \cdot m_e}}}{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_{c2} \cdot m_e}}} = \frac{\sqrt{E_{c2}}}{\sqrt{E_{c1}}} = \sqrt{\frac{8\text{eV}}{2\text{eV}}} = \sqrt{4} = 2$$
$$\lambda_1 = 2\lambda_2$$

La longitud de onda asociada al primer electrón es el doble de la asociada al segundo.



EJERCICIO RESUELTO 11

Un mesón « π » tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razona la respuesta.

Según De Broglie, la longitud de onda asociada a cada partícula es:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Como la masa del mesón es 275 veces mayor que la del electrón, la longitud de onda asociada al electrón y al mesón es:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot v} \qquad \lambda_\pi = \frac{h}{m_\pi \cdot v} = \frac{h}{275 \cdot m_e \cdot v}$$

Al dividir ambas expresiones, se obtiene:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_\pi} = 275$$

$$\lambda_e = 275 \cdot \lambda_\pi$$

En la ecuación de De Broglie, la longitud de la onda asociada a una partícula móvil es inversamente proporcional a la masa de la misma; por tanto, a igualdad de velocidades, la partícula de menor masa tendrá una mayor longitud de onda. Así, el electrón tiene asociada una longitud de onda 275 veces mayor que la del mesón .



EJERCICIO RESUELTO 12

Tenemos un metal cuyo trabajo de extracción para los electrones es de 3 eV. Se ilumina con una luz monocromática y se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1,04 \cdot 10^6$ m/s. Calcula:

a. La frecuencia de la luz.

b. La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos a $1,04 \cdot 10^6$ m/s.

c. La longitud de onda de la luz con que hay que iluminar el metal para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea $6,89 \cdot 10^{-19}$ J.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J.

a) La frecuencia de la luz utilizada se obtiene a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$h \cdot f = W_e + E_c$$

$$h \cdot f = W_e + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow f = \frac{1}{h} \left(W_e + \frac{1}{2}mv^2 \right)$$

$$f = \frac{1}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \cdot \left(3\text{eV} \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1\text{eV}} \right) + \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(1,04 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)$$

$$f = 1,47 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$



EJERCICIO RESUELTO 12

Tenemos un metal cuyo trabajo de extracción para los electrones es de 3 eV. Se ilumina con una luz monocromática y se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1,04 \cdot 10^6$ m/s. Calcula:

a. La frecuencia de la luz.

b. La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos a $1,04 \cdot 10^6$ m/s.

c. La longitud de onda de la luz con que hay que iluminar el metal para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea $6,89 \cdot 10^{-19}$ J.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J.

b) La longitud de onda asociada a los electrones se obtiene a partir de la ecuación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,04 \cdot 10^6} = 7,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

c) Calculamos primero la energía de la luz incidente: $E = W_e + E_c$

$$E = 3\text{eV} \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1\text{eV}} \right) + \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(1,04 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 1,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

A partir de esta energía, calculamos la longitud de onda:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = h \cdot \frac{c}{E} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 170 \text{ nm}$$



EJERCICIO RESUELTO 13

Dos núcleos de deuterio (^2_1H) y tritio (^3_1H) reaccionan para producir un núcleo de helio (^4_2He) y un neutrón, liberando 17,55 MeV durante el proceso.

a. Suponiendo que el núcleo de helio se lleve en forma de energía cinética el 25 % de la energía liberada y que se comporte como una partícula no relativista, determina su velocidad y su longitud de onda de De Broglie.

b. Determina la longitud de onda de un fotón cuya energía fuese el 75 % de la energía liberada en la reacción anterior.

Datos: masa del núcleo del helio: $6,62 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; velocidad de la luz en el vacío: $3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; carga del electrón: $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$.

a) El 25 % y el 75 % de 17,55 MeV son 4,388 MeV y 13,16 MeV, respectivamente.

La velocidad se obtiene a partir de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,388 \cdot 10^6 \text{ eV} \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right)}{6,62 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,4 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Según De Broglie la onda asociada tiene la siguiente longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 1,4 \cdot 10^7} = 7,1 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

b) La longitud de onda del fotón se obtiene a partir de la ecuación de Planck:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = h \cdot \frac{c}{E} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{13,16 \cdot 10^6 \text{ eV} \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right)} = 9,45 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$



ELEMENTOS DE FÍSICA CUÁNTICA

Principio de Incertidumbre de Heisemberg: No es posible determinar simultáneamente, de un modo preciso, la posición y la cantidad de movimiento de una partícula.

Fórmula del principio de incertidumbre de Heisemberg:

$$\Delta \mathbf{x} \cdot \Delta \mathbf{p} \geq \frac{h}{2\pi}$$

Si x es la coordenada de posición de una partícula y p su momento lineal o cantidad de movimiento, dichas magnitudes sólo pueden determinarse simultáneamente con unas incertidumbres Δx e Δp que cumplen la relación indicada.



EJERCICIO RESUELTO 14

Un electrón se mueve con una velocidad de 4 000 km/s. Si la indeterminación en el conocimiento de su velocidad es del 3 %, ¿cuál es la indeterminación en la posición del electrón?

Datos: masa del electrón = $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Como la indeterminación en el conocimiento de la velocidad es del 3 %, su valor numérico será:

$$\Delta v = 0,03 \cdot 4 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

A la velocidad del electrón, su masa se mantiene constante; por tanto, la indeterminación con la que se conoce el valor de su momento lineal es:

$$\Delta p = m \Delta v = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,2 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1} = 1,1 \cdot 10^{-25} \text{ kg m s}^{-1}$$

De acuerdo con el principio de incertidumbre de Heisenberg, se cumple:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi \cdot \Delta p} \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{6,28 \cdot 1,1 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \geq 9,6 \cdot 10^{-10} \text{ m} \geq 9,6 \text{ Å}$$

Si se tiene en cuenta el tamaño del electrón, la indeterminación en el conocimiento de su posición es enorme.

