

ONDAS

PROBLEMAS SELECTIVIDADE RESOLTOS

P.1.- Unha onda harmónica transversal propágase na dirección do eixo x e vén dada pola seguinte expresión (e unidades do sistema internacional): $y(x,t) = 0,45\cos(2x-3t)$. Determinar: **a)** a velocidade de propagación; **b)** a velocidade e aceleración máximas de vibración das partículas; **c)** a diferenza de fase entre dous estados de vibración da mesma partícula cando o intervalo de tempo transcorrido é de 2s. (X-15).

R:

a) $y = A\cos(kx - \omega t) = 0,45\cos(2x - 3t)$

$$\omega = 2\pi f = 3 \quad f = \frac{3}{2\pi} \text{ Hz} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2 \quad \lambda = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ m} \quad v = \lambda \cdot f = \pi \frac{3}{2\pi} = 1,5 \text{ m/s}$$

b) $v = \frac{dy}{dt} = A\omega \sin(kx - \omega t) = 0,45 \cdot 3 \cdot \sin(2x - 3t) = 1,35 \sin(2x - 3t) \text{ m/s}$

$$v_{\text{máx}} = 1,35 \text{ m/s} \quad \text{para } \sin(2x - 3t) = 1$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(kx - \omega t) = -0,45 \cdot 3^2 \cos(2x - 3t) = -4,05 \cos(2x - 3t) \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{máx}} = 4,05 \text{ m/s}^2 \quad \text{para } \sin(2x - 3t) = 1$$

c) $y_1 = 0,45\cos(2x - 3t)$

$$y_2 = 0,45\cos(2x - 3(t + 2)) = 0,45\cos(2x - 3t - 6)$$

Diferenza de fase: $\varphi = |\varphi_2 - \varphi_1| = (2x - 3t - 6) - (2x - 3t) = 6 \text{ rad}$

$$\varphi = 6 \frac{360^\circ}{2\pi} = 344^\circ$$

P.2.- Un raio de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide, cun ángulo de incidencia de 30° , sobre unha lámina de vidro de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabendo que o índice de refracción do vidro é 1,50 e o do aire 1,00: **a)** Enuncia as leis da refracción e debuxa a marcha dos raios no aire e no interior da lámina de vidro; **b)** calcula a lonxitude de onda da luz no aire e no vidro, e a lonxitude percorrida polo raio no interior da lámina; **c)** calcula o ángulo que forma o raio de luz coa normal cando emerge de novo ao aire. DATO: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. (S-14).

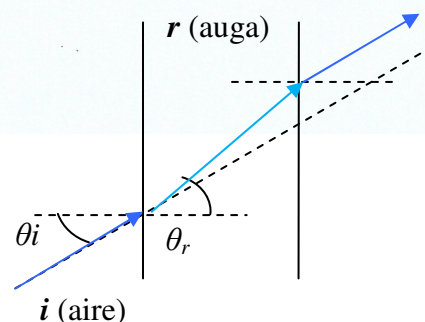
R:

a) Lei Snell: Condición de refracción:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{1}{1,5} = 0,67$$

$$\theta_r = \sin^{-1} \frac{0,5}{0,67} = 48,6^\circ \text{ para a 1ª cara}$$

b) $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$



$$n_{\text{vidro}} = \frac{c}{v} \quad v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{vidro}} = \frac{v}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\cos 48,6^\circ = \frac{10}{L} \quad L = \frac{10}{\cos 48,6^\circ} = 15,1 \text{ cm}$$

$$\text{c) } \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{\sin 48,6^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{1,5}{1} = 1,5$$

$$\theta_r = \sin^{-1} \frac{0,75}{1,5} = 30^\circ \text{ como era de esperar xa que emerxe sempre paralelo ao raio incidente.}$$

P.3.- Un raio de luz pasa da auga (índice de refracción $n = 4/3$) ao aire ($n = 1$). Calcula: **a)** o ángulo de incidencia se os raios reflectido e refractado son perpendiculares entre si; **b)** o ángulo límite; **c)** ¿hai ángulo límite se a luz incide do aire á auga?. (X-13).

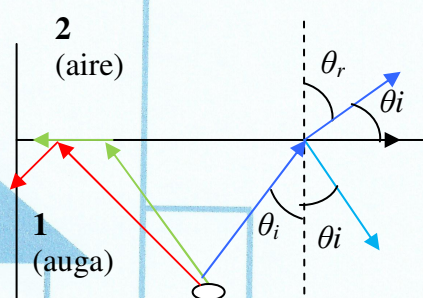
R:

a) Lei Snell: Condición de refracción:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{1}{4/3} = 0,75$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin(90^\circ - \theta_i)} = \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i} = \tan \theta_i = 0,75$$

$$\theta_i = \tan^{-1} 0,75 = 36,87^\circ$$



b) A condición para que se produza a reflexión interna ou total é $\theta_r = 90^\circ$ e como $\sin 90^\circ = 1$

$$\sin \theta_i = \frac{n_2}{n_1} = 0,75 \quad \text{e}$$

$$\theta_i = \sin^{-1} 0,75 = 48,59^\circ \quad \text{logo o ángulo límite é de } 48,59^\circ$$

c) $\theta_r = 90^\circ$ e como $\sin 90^\circ = 1$ $\sin \theta_i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{4/3}{1} = 1,33$ imposible xa que $\sin \theta_i < 1$ polo que

$n_1 > n_2$ que só é posible se $n_2 = 1$ (aire) e $n_1 = 1,33$ (auga)

P.4.- Unha onda armónica transversal propágase no sentido positivo do eixe x con velocidade $v = 20 \text{ ms}^{-1}$. A amplitude da onda é $A = 0,10 \text{ m}$ e a súa frecuencia é $\nu = 50 \text{ Hz}$: **a)** escribe a ecuación da onda; **b)** calcula a elongación e a aceleración do punto situado en $x = 2 \text{ m}$ no instante $t = 0,1 \text{ s}$; **c)** ¿cal é a distancia mínima entre dous puntos situados en oposición de fase?. (S-11).

R:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi \text{ rad/s} \quad v = \lambda f \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ m} \quad k = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \text{ m}^{-1}$$

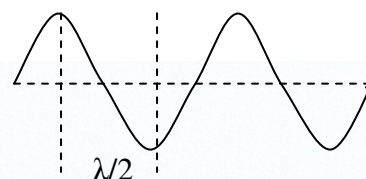
$$\text{a) } y = A \sin(\omega t - kx) = 0,1 \sin(100\pi t - 5\pi x)$$

$$\text{b) } y = 0,1 \sin(100\pi \cdot 0,1 - 10\pi) = 0,1 \sin(10\pi - 10\pi) = 0$$

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -A \omega^2 \sin(\omega t - kx) = -0,1 \cdot 100^2 \pi^2 \sin(10\pi - 10\pi) = 0$$

c) Para estar en oposición de fase os puntos deben estar a unha distancia mínima dunha semilongitude de onda:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \text{ m}$$



P.5.- Unha onda harmónica propágase en dirección x con velocidade $v = 10 \text{ m/s}$, amplitude $A = 3 \text{ cm}$ e frecuencia $\nu = 50 \text{ s}^{-1}$. Calcula: **a)** a ecuación da onda; **b)** a velocidade e aceleración máxima dun punto da traxectoria; **c)** para un tempo fixo t , ¿que puntos da onda están en fase co punto $x = 10 \text{ m}$? (S-10).

R:

$$\text{a) } \omega = 2\pi \cdot f = 100\pi \text{ rad/s} \quad v = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi}{10} = 10\pi \text{ m}^{-1}$$

$$y = A \sin(\omega t - kx) = A \sin 2\pi(f \cdot t - x/\lambda)$$

$$y(x, t) = 0,03 \sin(100\pi t - 10\pi x) \text{ ou } y = 0,03 \sin 2\pi(50t - 5x)$$

$$\text{b) } v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos(\omega t - kx)$$

$$v_{\text{máx}} = \pm A \omega = \pm 0,03 \cdot 100\pi = \pm 3\pi = 9,42 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A \omega^2 \sin(\omega t - kx) \quad a_{\text{máx}} = \pm A \omega^2 = \pm 0,03 \cdot (100\pi)^2 = \pm 2961 \text{ m/s}^2$$

$$\text{c) } y = 0,03 \sin 2\pi(50t - 5x)$$

$$y' = 0,03 \sin 2\pi(50t - 5 \cdot 10) \quad y = y' \sin 2\pi(50t - 5x) = \sin 2\pi(50t - 50)$$

$$\sin[2\pi(50t - 5x) \pm n2\pi] = \sin 2\pi(50t - 50) \quad 50t - 5x \pm n = (50t - 50) - 5x \pm n = -50$$

$$x = 10 \pm \frac{1}{5}n = 10 \pm 0,2n \text{ m}$$

Tamén podemos facelo:

Están en fase todos aqueles que disten un multiplo enteiro da lonxitude de onda:

$$x = 10 \pm n\lambda = 10 \pm n \frac{1}{5} = 10 \pm 0,2n \text{ m}$$

P.6.- A ecuación dunha onda é $y(t,x)=0,2\text{sen}\pi(100t-0,1x)$; calcula: **a)** a frecuencia, o número de ondas k , a velocidade de propagación e a lonxitude de onda; **b)** para un tempo fixo t , ¿que puntos da onda están en fase co punto que se encontra en $x=10\text{ m}$?; **c)** para unha posición fixa x , ¿para que tempos o estado de vibración dese punto está en fase coa vibración para $t=1\text{ s}$? (X-10).

R:

a) $y(t,x)=0,2\text{sen}\pi(100t-0,1x)$ se a comparamos coa ecuación xeral: $y=A\text{sen}(\omega t-kx)$

$$\omega=2\pi f=\pi 100=100\pi\text{ rad/s} \quad k=0,1\pi\text{ m}^{-1} \quad k=\frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda=\frac{2\pi}{0,1\pi}=20\text{ m} \quad f=\frac{100\pi}{2\pi}=50\text{ Hz}$$

$$v=\lambda \cdot f=20 \cdot 50=1000\text{ m/s}$$

b) Están en fase todos aqueles que disten un multiplo enteiro da lonxitude de onda:

$$x=10\pm n\lambda=10\pm 20n\text{ m}$$

c) Están en fase todos aqueles que estean separados por un multiplo enteiro do periodo:

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0,02\text{ s} \quad t=1\pm nT=1\pm 0,02n\text{ s}$$

P.7.- A ecuación dunha onda é $y(x,t)=2\cos 4\pi(5t-x)$ (S. I.). Calcula: **a)** a velocidade de propagación; **b)** a diferenza de fase entre dous puntos separados 25 cm; **c)** na propagación dunha onda ¿que se transporta, materia ou enerxía?, xustifícaa cun exemplo. (X-09).

R:

a) $y=2\cos 4\pi(5t-x)$ se a comparamos con $y=A\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})$ $\frac{1}{T}=10$ $\frac{1}{\lambda}=2$

$$T=0,1\text{ s} \quad \lambda=0,5\text{ m} \quad f=10\text{ Hz} \quad v=\lambda f=0,5 \cdot 10=5\text{ m/s}$$

b) $y(0,0)=2\cos 4\pi(5 \cdot 0-0)=2\cos 0$

$$y(0,25;0)=2\cos 4\pi(5 \cdot 0-0,25)=2\cos \pi \text{ logo a diferenza de fase é } \pi-0=\pi\text{ rad}$$

c) Transportase enerxía, a materia moveríase en todo caso segundo y arriba e abaixo da posición de equilibrio ($y=0$) (por exemplo un cortizo flotando na superficie da auga dun estanque no que se propagan ondas). Oscilaría arriba e abaixo pero o cortizo non se desprazaría horizontalmente. A onda en cambio propagaríase horizontalmente pola superficie da auga acadando co transcurso do tempo cada vez a máis puntos da auga do estanque.

Outro exemplo pode ser unha onda electromagnética (U.V.), transporta enerxía pero non materia.

P.8.- Unha onda harmónica transversal propágase na dirección do eixe x : $y(x,t)=0,5\text{sen}(4x-6t)$ (S.I.). Calcula: **a)** a lonxitude de onda, a frecuencia coa que vibran as partículas do medio e a velocidade de propagación da onda; **b)** a velocidade dun punto situado en $x=1\text{ m}$ no instante $t=2\text{ s}$; **c)** os valores máximos da velocidade e a aceleración. (S-08).

R: $y(x, t) = 0,5 \sin(4x - 6t)$ Se a comparamos con

$$y = A \sin(\omega t - kx) = A \sin 2\pi(f \cdot t - x/\lambda)$$

$$k = 4 \text{ m}^{-1} \quad \omega = 6 \text{ rad/s} \quad A = 0,5 \text{ m} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{2} \text{ m} \quad v = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6} \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi} \text{ Hz (s}^{-1}\text{)}$$

$$\text{b) } v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos(kx - \omega t) = 0,5 \cdot 6 \cos(4x - 6t)$$

$$v(1,2) = 0,5 \cdot 6 \cos(4 - 12) = -0,44 \text{ m/s}$$

$$\text{c) } v_{\text{máx}} = \pm A \omega = \pm 0,5 \cdot 6 = \pm 3 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A \omega^2 \sin(kx - \omega t) = 0,5 \cdot 6^2 \sin(4x - 6t) \quad a_{\text{máx}} = \pm A \omega^2 = \pm 0,5 \cdot 6^2 = \pm 18 \text{ m/s}^2$$

P.9.- A ecuación dunha onda sonora, que se propaga na dirección do eixe x é $y = 4 \sin 2\pi(330t - x)$ (S.I.); acha: **a)** a velocidade de propagación, **b)** a velocidade máxima de vibración dun punto do medio no que se transmite a onda, **c)** define a enerxía dunha onda harmónica. (S-07).

R:**a)** $y(x, t) = 4 \sin 2\pi(330t - x)$ Se a comparamos con

$$y = A \sin(\omega t - kx) = A \sin 2\pi(f \cdot t - x/\lambda)$$

$$A = 4 \text{ m} \quad f = 330 \text{ Hz (s}^{-1}\text{)} \quad \lambda = 1 \text{ m} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ m}^{-1} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 660\pi \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{330} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad v = \lambda \cdot f = 330 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos(\omega t - kx) = 4 \cdot 660\pi \cos(660\pi \cdot t)$$

$$v_{\text{máx}} = \pm A \omega = \pm 4 \cdot 660\pi = \pm 8294 \text{ m/s}$$

$$\text{c) } \text{A enerxía dunha onda é } Em_T = Ec_{\text{máx}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} m (A \omega)^2 = \frac{1}{2} m A^2 4\pi^2 f^2 \text{ ou tamén}$$

$$Em_T = Epe_{\text{máx}} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega A^2 = \frac{1}{2} m A^2 4\pi^2 f^2$$

P.10.- A ecuación dunha onda transversal é $y(t, x) = 0,05 \cos(5t - 2x)$ (magnitudes no S.I.). Calcula: **a)** os valores de t para os que un punto situado en $x = 10 \text{ m}$ ten velocidade máxima; **b)** ¿que tempo ha de transcorrer para que a onda percorra unha distancia igual a 3λ ?; **c)** ¿esta onda é estacionaria?. (X-07).

R:**a)** $y(x,t) = 0,05 \sin(5t - 2x)$ Se a comparamos con

$$y = A \cos(\omega t - kx) = A \cos 2\pi(f \cdot t - x/\lambda)$$

$$k = 2 \text{ m}^{-1} \quad \omega = 5 \text{ rad/s} \quad A = 0,05 \text{ m} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2} = 1 \text{ m} \quad v = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{5}{2\pi} = \frac{2,5}{\pi} \text{ Hz (s}^{-1}\text{)}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -A\omega \sin(\omega t - kx) = -0,05 \cdot 5 \sin(5t - 20) \text{ máx cando } \sin(5t - 20) = 1 \text{ logo cando}$$

$$(5t - 20) = \frac{\pi}{2} + n\pi \text{ rad} \quad 5t = 20 + \frac{\pi}{2} + n\pi \quad t = \frac{20}{5} + \frac{2n+1}{10}\pi = 4 + \frac{2n+1}{10}\pi \text{ s}$$

$$\text{b) Recorre } 3\lambda \text{ en } 3T = 3 \frac{2\pi}{5} = 3,77 \text{ s}$$

c) Non. Para que unha onda sexa estacionaria ten que haber interferencias polo menos de dúas que se propagan en sentidos opostos

P.11.- Unha onda transmítese ao longo dunha corda. O punto situado en $x = 0$ oscila segundo a ecuación $y = 0,1 \cos 10\pi t$ e outro punto situado en $x = 0,03 \text{ m}$ oscila segundo a ecuación $y = 0,1 \cos(10\pi t - \pi/4)$. Calcula: **a)** a constante de propagación, a velocidade de propagación e a lonxitude de onda ; **b)** a velocidade de oscilación dun punto calquera da corda. (X-06).

R:

$$\text{a) } y(0,t) = 0,1 \cos 10\pi t$$

$$y(0,03;t) = 0,1 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{4}) : \text{ se as comparamos con } y = A \cos(\omega t - kx) \text{ deducimos } \omega = 10\pi$$

$$\text{rad/s} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad f = 5 \text{ Hz} \quad kx = \frac{\pi}{4} \quad k \cdot 0,03 = \frac{\pi}{4} \quad k = 26,2 \text{ m}^{-1} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$v = \lambda f = \frac{2\pi}{k} f = 1,2 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } y = A \cos(\omega t - kx) \quad y = 0,1 \cos(10\pi t - 26,2x)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0,1 \cdot 10\pi \cdot \sin(10\pi t - 26,2x) \quad v = -\pi \cdot \sin(10\pi t - 26,2x) \text{ m/s}$$

P.12.- Unha onda periódica vén dada pola ecuación: $y(t,x) = 10 \sin 2\pi(50t - 0,20x)$ en unidades do S.I. Calcula:

a) frecuencia, velocidade de fase e lonxitude de onda,

b) a velocidade máxima dunha partícula do medio, e os valores do tempo t para os que esa velocidade é máxima (nun punto que dista 50 cm da orixe). (S-05).

R:a) Se comparamos con: $y = A \sin(\omega t - kx) = A \sin 2\pi(f \cdot t - x/\lambda)$ $f = 50 \text{ Hz}$

$$\lambda = \frac{1}{0,20} = 5 \text{ m} \quad v = \lambda \cdot f = 5 \cdot 50 = 250 \text{ m/s} \quad \omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{b) } v = \frac{dy}{dt} = -A\omega \cos(\omega t - kx) = 10 \cdot 100\pi \cos 2\pi(50t - 0,20x)$$

$$v_{\text{máx}} = \pm A\omega = \pm 10 \cdot 100\pi = \pm 1000\pi = \pm 3142 \text{ m/s}$$

$$v \text{ é máx para } \cos(\omega t - kx) = \pm 1 \quad \cos 2\pi(50t - 0,20x) = \pm 1 \quad 2\pi(50t - 0,20x) = n\pi \quad \text{onde}$$

$$n = 0,1,2,3,4,\dots \quad 2(50t - 0,20x) = n \quad 100t - 0,20 = n \quad t = \frac{n + 0,20}{100} \text{ s}$$

P.13.- Unha onda plana propágase na dirección positiva de X con velocidade $v = 340 \text{ m/s}$, amplitude $A = 5 \text{ cm}$ e frecuencia $f = 100 \text{ Hz}$ (fase inicial $\varphi_0 = 0$):

a) escribe a ecuación de onda,

b) calcula a distancia entre dous puntos cuxa diferenza de fase nun instante dado é $2\pi/3$. (X-05).**R:**

$$\text{a) } v = \lambda \cdot f \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{100} = 3,40 \text{ m} \quad \omega = 2\pi f = 2\pi 100 = 200\pi \text{ rad/s} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3,40} \cong 1,85 \text{ m}^{-1}$$

$$^1 y(x,t) = A \sin(\omega t - kx) = 0,05 \sin(200\pi t - 1,85x) \quad \text{ou tamén}$$

$$y(x,t) = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0,05 \sin 2\pi\left(\frac{t}{0,01} - \frac{x}{3,4}\right)$$

$$\text{b) } y_1(x_1,t) = 0,05 \sin\left(200\pi t - \frac{2\pi}{3,4} x_1\right)$$

$$y_2(x_2,t) = 0,05 \sin\left(200\pi t - \frac{2\pi}{3,4} x_2\right)$$

$$200\pi t - \frac{2\pi}{3,4} x_2 - \left(200\pi t - \frac{2\pi}{3,4} x_1\right) = \frac{2\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3,4} (x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{3} \quad (x_1 - x_2) = \frac{3,4}{3} = 1,13 \text{ m}$$

P.14.- A función de onda que describe a propagación dun son é: $y(t,x) = 6 \cdot 10^{-2} \cos(628t - 1,90x)$ (magnitudes no sistema internacional); Calcula:

a) a frecuencia, lonxitude de onda e velocidade de propagación;

b) a velocidade e a aceleración máximas dun punto calquera do medio no que se propaga a onda. (S-04).

R:a) $Y = 6 \cdot 10^{-2} \cos(628t - 1,90x)$ se a comparamos con: $Y = A \cos(\omega t - kx)$

$$\omega = 628 \text{ rad/s} \quad k = 1,90 \text{ m}^{-1} \quad \omega = 2\pi f \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{628}{6,28} = 100 \text{ Hz} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1,90} = 3,31 \text{ m} \quad v = \lambda \cdot f = 3,31 \cdot 100 = 331 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } v = \frac{dY}{dt} = -6 \cdot 10^{-2} \cdot 628 \sin(628t - 1,90x) \quad v_{\text{máx}} = -6 \cdot 10^{-2} \cdot 628 = -37,68 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 628^2 \cos(628t - 1,90x) \quad a_{\text{máx}} = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 628^2 = 23663 \text{ m/s}^2$$

P.15.- Por unha corda tensa propágase unha onda transversal con amplitude 5 cm, frecuencia 50 Hz e velocidade de propagación 20 m/s. Calcula:

a) ecuación de onda $Y(x,t)$;b) os valores do tempo para os que $Y(x,t)$ é máxima na posición $x=1$ m. (X-04).**R:**

$$\text{a) } A=0,05 \text{ m} \quad f=50 \text{ Hz} \quad v=20 \text{ m/s} \quad v = \lambda \cdot f \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s}$$

$$Y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 0,05 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,4} \right) \text{ m}$$

$$\text{b) } Y = 0,05 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,4} \right) y_{\text{máx}} \text{ para } \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,4} \right) = 1 \quad 2\pi \left(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,4} \right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,4} = \frac{1}{4} \quad t = 0,055 \text{ s} \quad \text{e cada } T=0,02 \text{ s despois: } 0,075; 0,095; 0,115 \dots$$

P.16.- O ángulo límite vidro-auga é de 60° ($n_a=1,33$). Un raio de luz que se propaga no vidro incide sobre a superficie de separación cun ángulo de 45° refractándose dentro da auga. Calcula:

a) o índice de refracción do vidro;

b) o ángulo de refracción na auga. (S-03).

R:

a) Lei de Snell: $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_r}{n_i} = \frac{n_a}{n_v}$ $\frac{\text{sen } 60}{\text{sen } 90} = \frac{n_a}{n_v} = \frac{1,33}{n_v}$ $n_v = \frac{1,33}{\text{sen } 60} = 1,536 \approx 1,54$

b) $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_a}{n_v}$ $\frac{\text{sen } 45}{\text{sen } r} = \frac{n_a}{n_v} = \frac{1,33}{1,54}$ $r = \text{sen}^{-1} \frac{1,54 \text{sen } 45}{1,33} = 54,96 \approx 55^\circ$

P.17.- A ecuación de propagación dun movemento ondulatorio é $y(x,t) = 2\text{sen}(8\pi t - 4\pi x)$ (SI):

a) ¿Cal é a amplitude, a frecuencia e a velocidade de propagación da onda?

b) ¿cal é (en función do tempo) a velocidade e a aceleración dun punto para o que x é constante? (S- 01).

R:

a) $Y = 2\text{sen}(8\pi t - 4\pi x) = 2\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{0,25} - \frac{x}{0,5}\right) = 2\text{sen}2\pi(4t - 2x)$ se a comparamos con:

$$Y = A\text{sen}(\omega t - kx) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$A=2\text{m} \quad \lambda=0,5\text{m} \quad T=0,25\text{s} \quad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0,25}=4\text{ Hz} \quad v=\lambda \cdot f=0,5 \cdot 4=2\text{ m/s}$$

b) $v = \frac{dY}{dt} = 2 \cdot 8\pi \cos(8\pi t - 4\pi x) = 16\pi \cos(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}$

$$a = \frac{dv}{dt} = -16\pi \cdot 8\pi \text{sen}(8\pi t - 4\pi x) = -128\pi \text{sen}(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}^2$$

IES AS LAGOAS

P.18.- A ecuación dunha onda transversal que se propaga a través dunha corda é $\Psi = 0,1\text{sen}[2\pi(0,4t - 6,25x)]$ (sistema internacional). Determina:

a) a amplitude, lonxitude de onda, frecuencia, constante e velocidade de propagación;

b) velocidade e aceleración transversal das partículas do medio en $x=0$, $t=T/2$. (S- 99).

R:

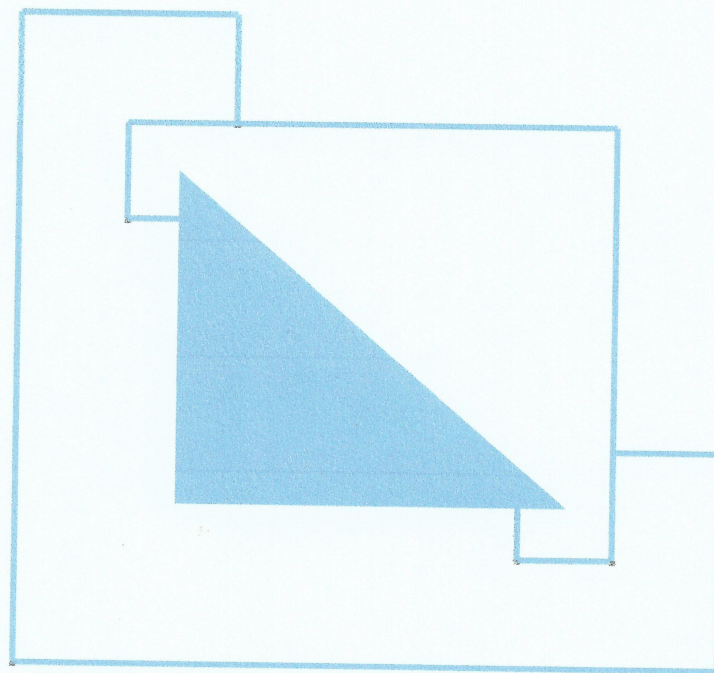
a) $\Psi = 0,1\text{sen}2\pi(0,4t - 6,25x)$ se a comparamos con: $Y = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

$$A=0,1\text{m} \quad 0,4=\frac{1}{T} \quad T=2,5\text{s} \quad \frac{1}{\lambda}=6,25 \quad \lambda=0,16\text{m} \quad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2,5}=0,4\text{ Hz}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=2\pi \cdot 6,25=39,3\text{ m}^{-1} \quad v=\lambda \cdot f=0,16 \cdot 0,4=0,064\text{ m/s}$$

$$\text{b) } v = \frac{d\Psi}{dt} = 0,1 \cdot 0,8\pi \cos(0,8\pi t - 12,5\pi) = 0,08\pi \cos \frac{0,8\pi T}{2} = 0,08\pi \cos \pi = 0,08\pi \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,1 \cdot 0,8^2 \pi^2 \sin(0,8\pi t - 12,5\pi) = -0,064\pi^2 \sin 0,8\pi \cdot \frac{T}{2} = 0 \text{ m/s}^2$$



IES AS LAGOAS