

Este boletín es una ayuda para preparar el primer parcial de Matemáticas de 3º de ESO. Aunque en los exámenes se pondrán actividades parecidas, para preparar la materia es conveniente utilizar la libreta con las actividades que el/la alumno/a hizo durante el curso correspondiente.

1. Opera y simplifica el resultado:

a) $2 - \frac{2}{3} : \frac{5}{2} + (-2) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)$

b) $5 - 3 \cdot \left[\frac{1}{8} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right]$

c) $\frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{(-3) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)}$

d) $\left(\frac{2}{3} - 2\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 5\right) - \left(4 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right)$

e) $\frac{1}{2} \left[2 + \frac{3}{5}(-2)\right] + (3 - 2 \cdot 5 + 1) \cdot \frac{2}{3}$

f) $\frac{2}{5} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) - \frac{11}{4} \left(\frac{5}{11} - \frac{1}{3}\right) + 5 : \left(1 + \frac{2}{3}\right)$

2. Calcula pasando a fracción:

a) $0, \hat{4} + 0, \hat{3} + 0, \hat{2}$

b) $3,0 \hat{7} - 1,6 \hat{7}$

c) $0, \hat{7} + 1,2 \hat{3}$

d) $0,3 \hat{6} - 1, \hat{2}$

3. De un depósito que estaba lleno, se sacaron, primero, $\frac{2}{3}$ del total y, después, $\frac{1}{5}$ del total. Sabiendo que aún quedan 400 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito? ¿Qué fracción del total se ha sacado entre las dos veces?

4. Las $\frac{3}{4}$ partes de las calculadoras de bolsillo que vende un comercio son científicas y, de éstas, $\frac{5}{12}$ son programables. Averigua qué fracción de las calculadoras vendidas son programables. De 4.000 calculadoras vendidas en un año, ¿cuántas serán programables?

5. Calcula el valor de estas potencias:

a) $(-1)^{27}$ b) $\left(\frac{2}{5}\right)^0$ c) 2^{-3} d) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ f) $(-3)^4$ g) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ h) $(-2)^5$

6. Reduce a una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^8$ b) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5\right]^2$ c) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^{-1}$ d) $\frac{3 \cdot 3^5 \cdot 3^{-2}}{3^3}$ e) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)$

7. Simplifica todo lo posible utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{(2^3)^{-1} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 8}{7^3 \cdot 5^2 \cdot 2^0}$ b) $\frac{16 \cdot 8 \cdot 32}{64}$ c) $\frac{3^{-2} \cdot 5^2 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 10^2}$ d) $\frac{3^{-3} \cdot 5^2 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 10^4}$ e) $\frac{10^{-2} \cdot 5^3 \cdot 24}{6^4 \cdot 12^{-1}}$

8. Expresa en notación científica.

- a) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km.
c) Velocidad de la luz: 300 000 000 m/s.

- b) Caudal de una catarata: 1 200 000 l/s.
d) Emisión de CO₂: 54 900 000 000 kg.

9. Expresa en notación científica y calcula:

- a) 14 billones por 2 diezmilésimas
c) $\frac{500 \cdot 000 \cdot 0'000015}{0'025}$
e) $4,73 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{13} + 5 \cdot 10^{12}$

- b) 15 millones entre 5 cienmilésimas
d) $\frac{0'000016 \cdot 5 \cdot 400 \cdot 000}{8 \cdot 000 \cdot 0'00009}$
f) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (2 \cdot 10^{-8})$

10. Utiliza la definición de raíz para calcular en cada caso el valor de n:

a) $\sqrt{121} = n$ b) $\sqrt[3]{n} = 4$ c) $\sqrt[n]{343} = 7$ d) $\sqrt[4]{256} = n$ e) $\sqrt[3]{n} = 2$ f) $\sqrt[n]{81} = 3$

11. Calcula las siguientes raíces factorizando los radicandos:

a) $\sqrt[10]{1024}$ b) $\sqrt[3]{343}$ c) $\sqrt[4]{1296}$ d) $\sqrt[7]{-2187}$ e) $\sqrt[4]{625}$ f) $\sqrt[6]{64}$ g) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$
 h) $\sqrt[5]{243}$ i) $\sqrt[3]{216}$ l) $\sqrt{225}$ ll) $\sqrt[4]{256}$ m) $\sqrt[3]{1000}$ n) $\sqrt[3]{125}$ ñ) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$

12. Efectúa las siguientes operaciones con raíces. Deja el resultado lo más simplificado que puedas:

a) $5\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$
 c) $\sqrt{10} - \sqrt{40} + \sqrt{80}$ d) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{45}$
 e) $\sqrt{72} + 3\sqrt{8} - 5\sqrt{50}$ f) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$
 g) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{ab^2}}{\sqrt[6]{a^2b}}$ h) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{9}$
 i) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{\sqrt[3]{a^{12}b^{24}}}}$ j) $(\sqrt[3]{a^2})^6$ k) $\sqrt[3]{\frac{24}{27}} - \sqrt[3]{\frac{81}{8}}$

13. Calcula el valor de estos números y clasifícalos en naturales, N, enteros, Z, racionales, Q y reales, R:

$\sqrt[4]{16}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{\frac{16}{4}}$; $-2'3$; $3'4$; 0

14. Halla, en cada caso, el término general y calcula, después, a_{50} :

a) 25, 18, 11, 4, ... b) -13, -11, -9, -7, ... c) 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; ... d) -3, -8, -13, -18, ...

15. Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 5$; $d = 2$ b) $a_1 = -1$; $a_2 = -7$ c) Los números pares. d) Los múltiplos de 3.

16. a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = \frac{3n-1}{n+2}$.

b) Escribe el término general y calcula la suma de los quince primeros términos de la progresión:
2, 5, 8, 11...

c) Escribe el término general y calcula la suma de los ocho primeros términos de la progresión:
3, 6, 12, 24, 48 ...

17. Dos ciclistas se preparan para una competición: Pablo comienza con 1000 metros, y todos los días agrega 1000 metros más, en tanto que Emilio empieza con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. ¿Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?

18. Para preparar una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a hacer un recorrido de 15 km?

19. En una progresión geométrica de términos positivos, $a_1 = 2$ y $a_3 = 6$. Halla a_n , a_{11} y a_{12} .

20. Halla el primer término y escribe el término general de las siguientes progresiones:

a) $a_3 = 3$; $r = \frac{1}{10}$ b) $a_4 = 20,25$; $r = -1,5$

21. Calcula la suma de los diez primeros términos de las progresiones geométricas siguientes:

a) $a_1 = 5$; $r = 1,2$ b) $a_1 = 5$; $r = -2$

22. En una progresión geométrica, $a_1 = 8$ y $r = 0,75$. Calcula la suma de sus infinitos términos.

23. Calcula la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_1 = 1\,000$ y $a_4 = 8$. ¿Se puede hallar la suma de sus infinitos términos?

24. a) ¿Cuándo se dice que un número es raíz de un polinomio?

b) Comprueba si 3 es raíz de alguno de estos polinomios:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 12$$

$$Q(x) = x^3 - 5x^2 - 7x$$

$$R(x) = (x^4 - 5x + 10)(x - 3)$$

c) ¿Es 0 raíz de alguno de los polinomios anteriores?

25. Aplica las identidades notables y reduce:

a) $2(3x - 2)^2 + (3x - 2)(3x - 2)$

b) $\frac{(x+1)^2}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{4}$

c) $(x+7)^2 - (2x-1)^2$

d) $\frac{(x-3)(x+3)}{3} + \frac{(x-3)^2}{6}$

e) $\left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) + (2x+1)^2$

f) $(3x-1)^2 - (3x+1)^2$

26. Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones de polinomios utilizando cuando sea posible la regla de Ruffini:

a) $(x^4 + 2x^2 - 3x - 1) : (x+2)$

b) $(x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 3x - 4) : (x^2 + x + 2)$

c) $(4x^4 - 4x^3 - 7x^2 + x + 4) : (2x^2 - x - 1)$

d) $(x^4 - 2x^2 + x - 2) : (x-1)$

27. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $5x^3 - 20x^2 + 20x$

b) $x^4 - x^2$

c) $4x^2 + 8x - 12$

d) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

e) $x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 10x$

f) $4x^3 - 20x^2 + 25x$

28. ¿Es 2 raíz del polinomio $x^4 - 3x^3 + 5x - 2$? ¿Y del polinomio $(x-2)(x^2 - 5x + 7)$?

29. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - 2 - \frac{3(x+1)}{2} + \frac{1}{6}(x-3) = \frac{2(x-1)}{3} - \frac{x+1}{2} - \frac{7}{3}$

b) $\frac{(x+1)^2}{2} - \frac{3(x-1)}{4} + \frac{3x(x+1)}{2} = \frac{3}{2}$

c) $3x^2 - 2(x+5) = (x+3)^2 - 19$

d) $(x+1)^2 - 3x = 3$

e) $(2x-3)(2x+3) - x(x-1) = 5$

f) $(2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$

g) $(x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x$

h) $2(x+5)^2 + (x-3)^2 = 14x + 62$

i) $4x^3 - 20x^2 + 25x = 0$

j) $(2x-3)(x-5)(x+1)x = 0$

k) $x^4 - 16 = 0$

30. Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

31. La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruplo del menor. ¿De qué números se trata?

32. Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y aún me sobrarían 4,5 €. La entrada de la piscina cuesta 1,5 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?

33. Se mezclan 4 kg de café de 13,8 €/kg con cierta cantidad de otro café de 9,6 €/kg, obteniendo una mezcla de 12 €/kg. ¿Cuántos kilos del segundo tipo de café se han utilizado?

34. Miguel tiene ahora cuatro años más que su primo Ignacio y dentro de tres años entre los dos sumarán 20 años. ¿Cuántos años tiene cada uno? Organiza los datos en una tabla para hacerlo.

35. El producto de un número natural por el siguiente es 272. Calcula dichos números.

36. Si al cuadrado de un número le quitas su doble, obtienes su quíntuplo. ¿Cuál es ese número?

37. Resuelve el siguiente sistema por el método gráfico:
$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=7 \end{cases}$$

¿Tiene solución? Si es así, ¿podrías decir cuál es?

38. He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. La camiseta tenía un 18% de descuento, y el pantalón, un 22%. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

39. Resuelve los sistemas:

$$a) \begin{cases} \frac{3x+2y}{5} - \frac{x+2y}{2} = \frac{6}{5} \\ \frac{3(x-1)}{2} + y - 5 = \frac{-17}{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2(x+y)}{3} - \frac{3x-y}{2} = \frac{1}{3} \\ 2x-3y + \frac{1}{2}(x+2) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x-2y}{3} - \frac{2x-y}{2} = -2 \\ \frac{3(x-1)}{4} + \frac{2x+3y}{2} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

40. Halla tres números pares consecutivos, sabiendo que la suma del primero más la mitad del tercero supera en 20 unidades a la tercera parte del segundo.

41. Las dos cifras de un número suman 14; y, si invertimos el orden de sus cifras, el nuevo número supera en 36 unidades al número inicial. ¿De qué número se trata?

42. Halla un número entero sabiendo que, si lo multiplicamos por su consecutivo, el resultado supera en 40 unidades a la tercera parte del número inicial.

43. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que la base supera en 3 cm al doble de la altura, y que su área son 14 cm^2 .

44. Los alumnos de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42% de ESO y el 52% de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.

45. Un confitero mezcló dos tipos de caramelos; el primero, de 4 €/kg; y, el segundo, de 6 €/kg, obteniendo en total 8 kg a un precio de 4,75 €/kg. ¿Cuántos utilizó de cada tipo?