

UNIDAD 10.- ESTADÍSTICA

CONCEPTOS GENERALES

La **Estadística** es la parte de las matemáticas que se encarga de recoger y ordenar datos para su posterior análisis e interpretación.

En un estudio estadístico hay que tener en cuenta los siguientes conceptos:

Población: Todos los elementos que son objeto de estudio.

Muestra: Es una parte representativa de la población. La muestra debe escogerse de forma que los resultados obtenidos para ella se puedan generalizar (**extrapolar**) a toda la población.

Individuo: Cada uno de los elementos de la población o de la muestra.

Variable estadística: Cada una de las características que podemos estudiar en una población. Las variables pueden ser de dos tipos:

-**Cualitativas:** Los valores recogidos no son números: color del pelo, equipo preferido...

-**Cuantitativas:** Los valores recogidos son números: peso, altura, número de hermanos...

A su vez se dividen en discretas (datos aislados) y continuas (los datos se agrupan en intervalos).

TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Para organizar y visualizar los datos recogidos, es conveniente agruparlos en tablas de frecuencias y representarlos en gráficos estadísticos.

TABLAS DE FRECUENCIAS.-

La **frecuencia absoluta** de un dato, n_i , es el número de veces que aparece ese dato.

La **frecuencia relativa** de un dato, h_i , es la proporción de ese dato respecto al total, es decir, $\frac{n_i}{n}$. También se puede incluir su tanto por ciento, $\frac{n_i}{n} \cdot 100$.

La **frecuencia absoluta acumulada** de un dato, N_i , es la suma de todas las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales que él.

La **frecuencia relativa acumulada** de un dato, H_i , es la suma de todas las frecuencias relativas de los valores menores o iguales que él. También se puede incluir su tanto por ciento, $\frac{N_i}{n} \cdot 100$.

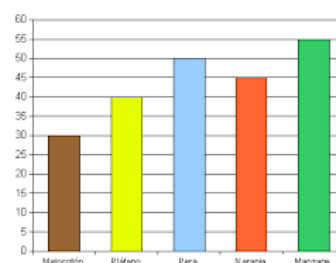
Cuando se tienen datos de una variable estadística continua, o hay muchos datos, se agrupan en intervalos de igual longitud.

La **marca de clase**, m_i , es el punto medio del intervalo cuando la variable se distribuye en intervalos.

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS.-

Diagrama de barras: Para variables cualitativas y cuantitativas discretas, es decir, datos aislados.

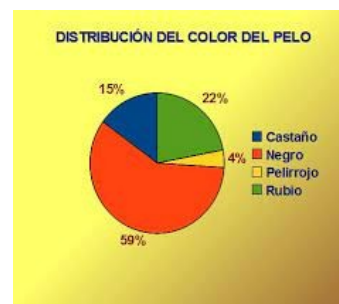
Se construye representando sobre el eje de abscisas los datos y sobre el eje de ordenadas las frecuencias absolutas, levantando



por los puntos marcados en el eje de abscisas trazos gruesos o barras, de longitud igual a la frecuencia correspondiente.

Diagrama de sectores: Para todo tipo de variables.

Es un círculo dividido en tantos sectores circulares como valores toma la variable. Para calcular el ángulo de cada sector se multiplica 360° por la frecuencia y se divide por el número total de datos.

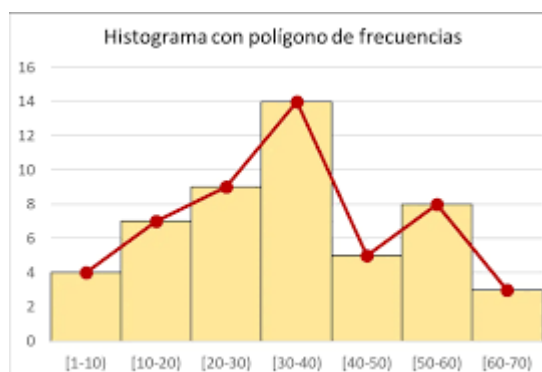


Histograma: Para variables cuantitativas continuas, es decir, datos agrupados en intervalos. Se utiliza para representar datos que estén agrupados en intervalos. Se representa sobre el eje de abscisas los intervalos y se construyen rectángulos de base el intervalo y altura la frecuencia absoluta correspondiente.

Se puede completar con un **polígono de frecuencias**.



Polígonos de frecuencias: Se utiliza en los mismos casos que el histograma. Se construye uniendo los puntos medios de los lados superiores de los rectángulos.



PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE CENTRALIZACIÓN

Estos parámetros indican en torno a qué valor (centro) se distribuyen los datos. Vamos a ver tres parámetros de centralización:

- 1.- La **media aritmética**, $\bar{x}$, es el cociente entre la suma de todos los datos y el número total de datos, es decir, $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$.
- 2.- La **moda**, M_o , es el valor que más veces se repite.

3.- La **mediana**, Me , es el valor que ocupa el lugar central de los datos después de ordenarlos de menor a mayor. Si el número de datos es par hay dos valores centrales y en ese caso la mediana será la media de esos dos datos.

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE DISPERSIÓN

Estos parámetros nos informan sobre cuánto se alejan del centro los valores de distribución. Cuanto mayor sea el valor de estos parámetros, más dispersos están los datos. Vamos a ver cinco parámetros de dispersión:

1.- El **recorrido**, r , es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos.

2.- La **desviación media**, D.M., $D.M. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$

3.- La **varianza**, σ^2 , es $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2$.

4.- La **desviación típica**, σ , es $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\text{varianza}}$.

5.- El **coeficiente de variación**, C.V., es $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$. Este coeficiente indica si la media es representativa del conjunto de datos. Cuanto más pequeño sea el CV, más parecidos son los datos a la media. Más de un 0,15 indica que los datos están muy dispersos.

1.- Calcula los parámetros media, mediana, moda, varianza, desviación típica y coeficiente de variación de cada una de las distribuciones siguientes:

- a) 3, 5, 5, 5, 6, 8, 10, 10, 11
- b) 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 8, 10, 10, 11, 14
- c) 183, 172, 168, 190, 175, 180, 170, 172, 175, 165

2.- Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de un colegio. La información obtenida aparece resumida en la siguiente tabla.

Nº de caries	Nº de niños
0	25
1	20
2	35
3	15
4	5

Calcula:

- a) Tabla de frecuencias.
- b) Media, moda y mediana.
- c) Varianza, desviación típica y coeficiente de variación.
- d) Representa gráficamente la distribución mediante un diagrama de barras y uno de sectores.

3.- El número de goles metidos por partido por un cierto equipo es el siguiente:

0 1 0 2 3 2 1 3 0 0 1 0 3 0 1 1 0 0 1 1 2 1 2 0 1 2 1 5 3 1

Calcula:

- Tabla de frecuencias.
- Media, moda y mediana.
- Varianza, desviación típica y coeficiente de variación.
- Representa gráficamente la distribución mediante un diagrama de barras y uno de sectores.

4.- Contando el número de errores por página en un libro concreto, David obtuvo los siguientes datos:

N.º DE ERRORES (x_i)	0	1	2	3	4	5
N.º DE PÁGINAS (f_i)	50	40	16	9	3	2

Calcula:

- Tabla de frecuencias.
- Media, moda y mediana.
- Varianza, desviación típica y coeficiente de variación.
- Representa gráficamente la distribución mediante un diagrama de barras.

5.- En un control de velocidad en carretera se obtuvieron los siguientes datos:

Calcula:

- Tabla de frecuencias.
- Media, moda y mediana.
- Rango, varianza, desviación típica y coeficiente de variación.
- ¿Qué porcentaje circula a más de 90 km/h?

VELOCIDAD (km/h)	N.º DE COCHES
60 - 70	5
70 - 80	15
80 - 90	27
90 - 100	38
100 - 110	23
110 - 120	17

6.- En un test de inteligencia hecho a una muestra de 200 personas, se obtuvieron los resultados siguientes:

- Dibuja un histograma para representar gráficamente los datos y haz también el polígono de frecuencias.
- Calcula la media y la desviación típica.
- ¿Qué porcentaje de individuos tienen una inteligencia superior a $\bar{x} + 2\sigma$? Y, ¿cuántos inferior a $\bar{x} - 2\sigma$?

PUNTUACIÓN	N.º DE PERSONAS
30 - 40	6
40 - 50	18
50 - 60	76
60 - 70	70
70 - 80	22
80 - 90	8

INTERPRETACIÓN CONJUNTA DE LA MEDIA Y LA DESVIACIÓN TÍPICA.

Ejemplo:

Los pesos de los toros de lidia de una ganadería se distribuye con una media $\bar{x} = 500 \text{ Kg}$ y una desviación típica $\sigma = 40 \text{ Kg}$.

Los pesos de los perros de una exposición canina se distribuye con una media $\bar{x} = 20 \text{ Kg}$ y una desviación típica $\sigma = 10 \text{ Kg}$.

La desviación típica de los pesos de la manada de toros bravos (40 kg) es superior que la de los perros (10Kg). Sin embargo, los 40 Kg son poca cosa para el enorme tamaño de los toros (es decir, los toros de esa manada son muy parecidos en peso), mientras que 10 Kg es mucho en relación con el peso de un perro.

En casos como este, la desviación típica no es una medida adecuada para comparar dispersiones. Por ello, utilizamos el parámetro estadístico : COEFICIENTE DE VARIACIÓN.

$$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Al dividir σ entre $\bar{x}$, estamos relativizando la dispersión.

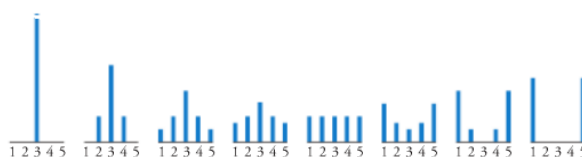
El resultado se da, a veces, en tantos por ciento.

Para los toros: $C.V. = \frac{40}{500} = 0,08$ Es decir, el 8 %.

Para los perros: $C.V. = \frac{10}{20} = 0,5$ Es decir, el 50 %.

De este modo sí que se aprecia claramente que la variación de los pesos de los perros (50 %) es mucho mayor que la de los pesos de los toros (8 %).

7.- Para adiestrarte en la comparación de desviaciones típicas, observa esta secuencia de distribuciones. Todas tienen la misma media pero sus desviaciones típicas son cada vez mayores.



Para convencerte de que es así, observa que para pasar de cada gráfica a la siguiente hay que hacer más cortas las barras centrales y alargar las exteriores. Es decir, hay que alejar de la media algunos individuos.

8.- En distintas tiendas de instrumentos musicales preguntamos el precio de ciertos modelos concretos de piano, flauta travesera y armónica. Los resultados obtenidos tienen las siguientes medias y desviaciones típicas:

	PIANOS	FLAUTAS	ARMÓNICAS
MEDIA	943 €	132 €	37 €
DESV. TÍPICA	148 €	22 €	12 €

Compara la variación de los precios de estos tres productos.

9.- Los puntos conseguidos por Teresa y por Rosa en una semana de entrenamiento, jugando al baloncesto, fueron los siguientes:

TERESA	16	25	20	24	22	29	18
ROSA	23	24	22	25	21	20	19

a) Calcula las medias de cada una.

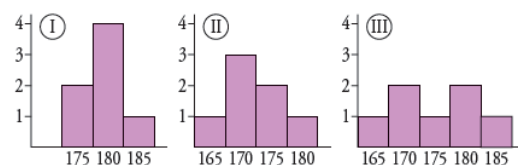
b) Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación. ¿Cuál de las dos es más regular?

10.- Se hizo un mismo examen a dos clases. Los resultados fueron estos: Nos dicen que hay una clase con 6 sobresalientes y 8 suspensos y otra con 2 suspensos y 3 sobresalientes. ¿Cuál crees que es cada una de ellas? Contesta razonadamente.

	$\bar{x}$	σ
3º A	5,8	2,9
3º B	6,3	1,2

11.- Las estaturas de los componentes de tres equipos escolares de baloncesto A, B y C se distribuyen según las siguientes gráficas: Los parámetros correspondientes son:

	A	B	C
$\bar{x}$	175	179,3	172,1
σ	6,5	3,2	4,5



Razona qué gráfica corresponde a cada equipo.

UNIDAD 11.- PROBABILIDAD

DEFINICIONES.-

DEF.- Una experiencia aleatoria es aquella cuyos resultados no se pueden predecir.

Por ejemplo: -Lanzar un dado.

-Escoger una carta de una baraja.

-Anotar el sexo de un determinado nº de recién nacidos.

DEF.- Se llama **suceso elemental** a cada uno de los resultados obtenidos al efectuar un experimento aleatorio. Por ejemplo: En el e.a. "lanzar un dado" los sucesos elementales son 6: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{6\}$.

DEF.- Se llama **espacio muestral** al conjunto formado por todos los sucesos elementales. En el ejemplo anterior $\Omega = E = \{1,2,3,4,5,6\}$.

DEF.- Un **suceso** es un subconjunto del espacio muestral.

En el ejemplo anterior, podemos considerar los siguientes sucesos:

Suceso A="salir nº par"= $\{2,4,6\}$

Suceso B="salir nº impar"= $\{1,3,5\}$

Suceso C="salir múltiplo de 3"= $\{3,6\}$

Suceso D="salir múltiplo de 5"= $\{5\}$

Suceso E="salir nº primo"= $\{2,3,5\}$

Suceso F="salir nº menor que 7"= $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\} = E$

Suceso G=" salir múltiplo de 7"= $\{\emptyset\}$

Al suceso F (donde el subconjunto coincide con el espacio muestral) se llama suceso **seguro o suceso cierto**.

Al suceso $G = \{\emptyset\} \subset E = \Omega$ se llama **suceso imposible**.

Al suceso que no es elemental (conjuntos formados por un único elemento) se llama suceso compuesto. Por ejemplo: Son compuestos los sucesos A, B, C, E, F, D y es elemental el D.

Ejemplo:

Consideramos el e.a. "Lanzar dos dados y considerar la suma de los resultados"

$E = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ espacio muestral Sucesos elementales = $\{2\}, \{3\}, \{4\}, \dots$

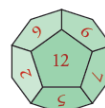
Sucesos compuestos: $A = \text{' salir nº par '}$ = $\{2,4,6,8,10,12\}$; $B = \text{' salir nº primo '}$ = $\{2,3,5,7,11\}$

Suceso seguro: $\Omega = E = \text{' salir nº comprendido entre 2 y 12 '}$ = $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

Suceso imposible: $\{\emptyset\} = \text{' salir nº de 3 cifras '}$

1.- Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 apuntamos el número obtenido.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?



b) Describe los sucesos: $A = \text{"Menos de 5"}$ $B = \text{"Más de 4"}$ $C = \text{"Número par"}$ $D = \text{"No múltiplo de 3"}$

2.- Nos fijamos en la cifra en la que acaba el premio gordo de la lotería.

a) Describe el espacio muestral.

b) Describe los sucesos: $A = \text{"Menor que 4"}$ $B = \text{"Número impar"}$ $C = \text{"Mayor que 5"}$

3.- Escribimos cada una de las letras de la palabra JUEGO en un papel diferente y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.

a) Describe los sucesos elementales de este experimento aleatorio.

b) Describe el suceso "obtener vocal".

c) Si la palabra elegida fuera PROBABILIDAD, como responderías a los apartados a) y b)?

4.- Lanzamos una moneda dos veces y apuntamos los resultados ordenadamente.

a) Completa el espacio muestral: $E = \{CC, C+, \dots\}$

b) Describe los sucesos: $A = \text{"La primera fue cara"}$, $B = \text{"Ninguna fue cara"}$

5.- Lanzamos una moneda tres veces y apuntamos los resultados en el orden en el que salen.

a) Describe el espacio muestral (hay 8 casos).

b) Describe los sucesos siguientes: $A = \text{"Obtener dos veces cara"}$, $B = \text{"Obtener dos veces cruz"}$, $C = \text{"No obtener ninguna cruz"}$.

PROBABILIDAD DE UN SUCESO.-

LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS:

Si repetimos un mismo experimento aleatorio varias veces, la frecuencia relativa del suceso A , toma distintos valores cada vez, pero cuanto más grande es N (número de veces que realizamos el experimento), estos valores poco a poco se van estabilizando. El valor al que se acerca (N muy grande) es la probabilidad de A , $P(A)$.

Este resultado se conoce con el nombre de la **ley de los grandes números**.

PROBABILIDAD DE UN SUCESO:

DEF.- La **probabilidad de un suceso** indica el grado de confianza que podemos tener en que ese suceso ocurra. Se expresa mediante un número comprendido entre 0 e 1.

PROPIEDADES:

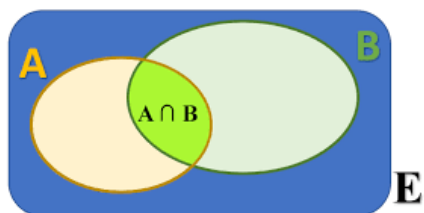
- La probabilidad del suceso imposible es cero: $P(\emptyset) = 0$

- La probabilidad del suceso seguro es 1: $P(E) = P(\Omega) = 1$

- La probabilidad de cualquier es un número comprendido entre 0 y 1: $0 \leq P(A) \leq 1$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Si A y B son incompatibles $P(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- Si dos sucesos A y $\bar{A}$ son complementarios sus probabilidades suman 1: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

- Si $A \subset B$ se cumple que: $P(A) \leq P(B)$

PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS SIMPLES. LEY DE LAPLACE.-

Si el espacio muestral tiene un número finito de elementos, y se puede descomponer en n sucesos equiprobables e incompatibles entre sí, la probabilidad de un suceso A es:

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$$

donde el número de casos favorables es el número de elementos del suceso A, y el número de casos posibles es el número de elementos del espacio muestral.

Este resultado se conoce como **Ley de Laplace**.

Ejemplo.-

Sea el e.a. "Lanzar dos monedas". Calcularemos la probabilidad de :

A="obtener dos caras"= $\{(C, C)\} \rightarrow$ CASOS FAVORABLES: 1

B="obtener dos cruces"= $\{(+, +)\} \rightarrow$ CASOS FAVORABLES: 1

C="obtener una cara y una cruz"= $\{(C, +); (+, C)\} \rightarrow$ CASOS FAVORABLES: 2

D="obtener al menos una cruz"= $\{(C, +); (+, C); (+, +)\} \rightarrow$ CASOS FAVORABLES: 3

ESPACIO MUESTRAL = $E = \Omega = \{(C, C); (C, +); (+, C); (+, +)\} \rightarrow$ CASOS POSIBLES: 4

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{1}{4} \quad P(B) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad P(D) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{3}{4}$$

Ejemplo:

Sea e.a. "Lanzar dos dados y anotar la suma". ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 11?

ESPACIO MUESTRAL = $E = \Omega = \{(1,1); (1,2); \dots; (1,6); (2,1); (2,2); \dots; (2,6); \dots; (6,1); (6,2); \dots; (6,6)\} \rightarrow$ CASOS POSIBLES: 36

$S_{11} = \text{SUMA IGUAL A 11} = \{(5, 6); (6, 5)\} \rightarrow$ CASOS FAVORABLES: 2

$$P(S_{11}) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

6.- En una bolsa hay 90 bolas idénticas, numeradas del 1 al 90. ¿Cuál es la probabilidad de extraer la bola con el número 58? ¿Cuál es la probabilidad de extraer cada una de las bolas?

7.- En un campamento juvenil hay 32 jóvenes europeos, 13 americanos, 15 africanos y 23 asiáticos. Se elige al azar al portavoz del campamento. ¿Qué probabilidad hay de que sea

européo? ¿Y asiático?

8.- Calcula la probabilidad de obtener un 2 y la probabilidad de obtener un 5 al lanzar un dado correcto en cada uno de estos casos:

a)



(Cubo numerado del 1 al 6)

b)



(Octaedro numerado del 1 al 8)

c)



(Tetraedro numerado del 1 al 4)

9.- En una bolsa hay 6 bolas rojas, 4 azules, 7 verdes, 2 amarillas y una negra. Extraemos una al azar. Calcula la probabilidad de que: a) Sea azul. b) No sea negra. c) Sea roja o verde. d) No sea amarilla ni negra.

10.- Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Calcula la probabilidad de que:

- a) La carta sea de BASTOS.
- b) La carta NO sea ni AS ni FIGURA.
- c) La carta sea un número menor que 6.
- d) La carta sea de OROS o FIGURA.

11.- En un libro de 120 páginas, contamos el número de erratas en cada una de las páginas. Los resultados se resumen en esta tabla:

Nº Erratas	Páginas
0	58
1	42
2	16
3	3
4	1

Al elegir una página al azar :

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga ninguna errata?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga exactamente dos erratas?
- c) ¿Y la de que tenga alguna errata? ¿Y la de que tenga más de tres?

12.- Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea un CINCO.
- b) NO sea un CABALLO.
- c) Sea de OROS o de COPAS.
- d) NO sea de ESPADAS.

13.- Lanzamos dos dados y nos fijamos en la puntuación mayor.

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2		2	3	4		
3					5	
4					5	
5					5	6
6					6	6

Completa el cuadro. ¿Cuál es la probabilidad de que la mayor de las puntuaciones sea 1? ¿Y de que sea 2?. ¿Y 3? ¿Y 4?. ¿Y 5?. ¿Y 6?

14.- Lanzamos dos dados. Calcula la probabilidad de que el producto de

las puntuaciones:

- a) Sea 5. b) Sea 6. c) Sea par. e) Sea primo.

15.- Lanzamos dos dados. Calcula la probabilidad de que la diferencia de las puntuaciones:

- a) Sea 0. b) Sea 1. c) Sea 3. d) Sea 5.

16.- Lanzamos dos dados. Calcula la probabilidad de:

- a) Obtener al menos un 6.
b) Que las dos puntuaciones coincidan.
c) Que una puntuación sea mayor que la otra.

17.- Extraemos una carta de una baraja española. Di cuál es la probabilidad de que sea:

- a) Rey o as b) Figura de oros c) No sea espadas

18.- ¿Cuál es la probabilidad de obtener 12 al multiplicar los resultados de dos dados correctos? Haz una tabla que refleje todos los posible resultados.

19.- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados correctos la diferencia de sus puntuaciones sea 2? Haz una tabla que refleje todos los posible resultados.

20.- Un estudio realizado por una entidad bancaria informa que el 60% de sus clientes tiene un préstamo hipotecario, el 50% tiene un préstamo personal y el 40 % de los que tienen un préstamo personal también ten un préstamo hipotecario.

- a) Calcula el porcentaje de clientes que tienen los dos tipos de préstamos.
b) Calcula el porcentaje de clientes que no tienen ninguno de los dos tipos de préstamos.

TABLAS DE CONTINGENCIA.-

Una tabla de contingencia es una tabla en la que se describe un colectivo de individuos repartidos por dos conceptos, en cada uno de los cuales puede haber varias clases.

	Cultural	Deportiva	Ningunha	Total
1º ESO	12	36	72	120
2º ESO	15	40	45	100
3º ESO	21	44	35	100
4º ESO	24	40	16	80
Total	72	160	168	400

En la tabla adjunta se describe el reparto de los alumnos de la ESO de un centro por curso y tipo de actividad (solo una o ninguna) que realizan.

Con la ayuda de la tabla, podemos calcular multitud de proporciones que podemos interpretar en términos de probabilidad.

Por ejemplo:

La probabilidad de que un alumno esté en 1º de ESO es $\frac{120}{400}$

La probabilidad de que un alumno esté en 3º de ESO y haga una actividad deportiva es:
 $P(\text{hacer actividad deportiva y estar en 3º ESO}) = \frac{44}{400}$

La probabilidad de que un alumno de 3º de ESO haga una actividad deportiva es: $\frac{44}{100}$.

Observa la diferencia entre las dos últimas probabilidades, la última es una probabilidad condicionada.

$$P(\text{hacer actividad deportiva} / \text{está en 3º ESO}) = \frac{P(\text{hacer actividad deportiva y estar en 3º ESO})}{P(\text{estar en 3º ESO})}$$

21.- En una ciudad, el 40% de la población tiene pelo castaño, el 25% tiene los ojos castaños y el 15% tiene pelo y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

a) Si tiene pelo castaño, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga ojos castaños?

	Ojos castaños	Ojos no cast.	
Pelo castaño	15		40
Pelo no cast.			60
	25		100

b) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga pelo castaño?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga pelo ni ojos castaños?

22.- Según un estudio, el 40% de los hogares europeos tienen contratado acceso a Internet, el 33% tiene contratada televisión por cable y el 20% dispone de los dos servicios.

a) Si eligimos un hogar al azar y tiene televisión por cable, ¿cuál es la probabilidad de que tenga acceso a Internet?

b) Se selecciona un hogar europeo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos servicios?

23.- En un comedor infantil, al 40% de los niños no les gusta ni la fruta ni la verdura. Al 20% les gusta la fruta pero no la verdura y al 15% les gusta la verdura pero no la fruta.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le guste tanto la fruta como la verdura?

b) ¿A qué porcentaje les gusta la verdura?

c) Si a un niño le gusta la fruta, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la verdura?

24.- Se realiza un análisis del mercado para estudiar la aceptación de las revistas A y B. Este refleja que del total de entrevistados que conocen las dos revistas, al 75% les gusta la revista A, al 30% no les gusta la revista B y sí les gusta la revista A, e al 15% no les gusta ninguna de las dos. Suponiendo que estos datos son representativos de toda la población, se elige al azar un individuo que conoce las dos revistas, y se pide:

a) La probabilidad de que les gusten las dos revistas.

b) La probabilidad de que le guste la revista B.

c) Si sabemos que le gusta la revista A, la probabilidad de que no le guste la revista B.

25.- Entre los estudiantes universitarios se estima que, en época de exámenes, el 55% padece problemas digestivos, el 20% tiene problemas de sueño y el 15% sufre problemas digestivos y

problemas de sueño.

Calcular la probabilidad de que un estudiante universitario elegido al azar:

- a) Tenga problemas de sueño o problemas digestivos.
- b) No tenga problemas de sueño ni problemas digestivos.
- c) Tenga problemas de sueño dado que sufre problemas digestivos.
- d) ¿ Son independientes los dos tipos de problemas?

26.- Una clase se compone de 20 alumnos y 10 alumnas. La mitad de las alumnas y la mitad de los alumnos aprueban las matemáticas. Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar, resulte ser:

- a) Alumna que aprueba las matemáticas.
- b) Alumno que suspenda las matemáticas.
- c) Sabiendo que es alumno, ¿ cuál es la probabilidad de que apruebe las matemáticas?
- d) ¿ Son independientes los sucesos ALUMNO y APRUEBA MATEMÁTICAS?

27.- En un centro escolar hay 1000 alumnos repartidos como indica esta tabla:

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	187	113
NON USAN GAFAS	413	287

Se elige al azar uno de ellos. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chico.
- b) Sea chica.
- c) Use gafas.
- d) No use gafas.
- e) Sea una chica con gafas.
- f) Si al elegir al azar nos dicen que es una chica, ¿ cuál es la probabilidad de que use gafas?

28.- En una empresa hay 200 empleados, de los que 100 son hombres y 100 son mujeres. Los fumadores son 40 hombres y 35 mujeres.

Haz una tabla como la del ejercicio anterior.

- a) Si elegimos un empleado al azar, calcula la probabilidad de que sea hombre y no fume.
- b) Si sabemos que el elegido no fuma, ¿ cuál es la probabilidad de que sea mujer?