

Soluciones y resolución

20 ejercicios de parámetros en funciones

1. $f(x)=ax+b$

Pendiente 3 $\Rightarrow a=3$.

Pasa por (2,5): $5=3 \cdot 2+b \Rightarrow b=-1$.

Solución: $a=3$, $b=-1$.

2. $f(x)=ax^2+b$

$f'(x)=2ax$.

Pendiente en $x=1$: $2a=6 \Rightarrow a=3$.

Pasa por (1,4): $3+b=4 \Rightarrow b=1$.

Solución: $a=3$, $b=1$.

3. $f(x)=ax^2+bx+c$

Condiciones:

$$a+b+c=2$$

$$4a+2b+c=3$$

$$f'(x)=2ax+b \Rightarrow 2a+b=4$$

Resolviendo:

$$a=-1, b=6, c=-3.$$

Solución: $a=-1$, $b=6$, $c=-3$.

4. $f(x)=a \cdot \ln(x)+b$

$f'(x)=a/x$.

Tangente horizontal en $x=e \Rightarrow a/e=0 \Rightarrow a=0$.

Entonces $f(x)=b$.

Pasa por (1,2): $b=2$.

Solución: $a=0$, $b=2$.

5. $f(x)=ax^3+bx$

Pasa por (1,5): $a+b=5$.

$f'(x)=3ax^2+b$.

Tangente $y=6x-1 \Rightarrow$ pendiente 6.

En $x=1$: $3a+b=6$.

Resolviendo:

$$a=1/2, b=9/2.$$

Solución: $a=1/2, b=9/2.$

6. $f(x)=a/x+b$

$$f'(x)=-a/x^2.$$

$$\text{Pendiente } -2 \text{ en } x=1 \Rightarrow -a=-2 \Rightarrow a=2.$$

$$\text{Pasa por } (1,4): 2+b=4 \Rightarrow b=2.$$

Solución: $a=2, b=2.$

7. $f(x)=ax^2+bx+c$

$$\text{Pasa por el origen} \Rightarrow c=0.$$

$$\text{Pasa por } (1,2): a+b=2.$$

$$f'(x)=2ax+b.$$

$$\text{Pendiente } 5 \text{ en } x=1 \Rightarrow 2a+b=5.$$

Resolviendo:

$$a=3, b=-1, c=0.$$

Solución: $a=3, b=-1, c=0.$

8. $f(x)=ae^{bx}+b$

$$\text{Pasa por } (0,3): a+b=3.$$

$$f'(x)=ae^{bx}.$$

$$\text{Pendiente } 2 \text{ en } x=0 \Rightarrow a=2.$$

$$\text{Entonces } b=1.$$

Solución: $a=2, b=1.$

9. $f(x)=ax^2+bx$

$$f'(x)=2ax+b.$$

$$\text{Tangente horizontal en } x=2 \Rightarrow 4a+b=0.$$

$$\text{Pasa por } (2,4): 4a+2b=4.$$

Resolviendo:

$$a=-1, b=4.$$

Solución: $a=-1, b=4.$

10. $f(x)=ax^3+bx+c$

Condiciones:

$$a+b+c=1$$

$$-a-b+c=3$$

$$f'(x)=3ax^2+b$$

$$\text{En } x=1: 3a+b=5$$

Resolviendo:

$$a=2, b=-1, c=0.$$

Solución: $a=2, b=-1, c=0.$

11. $f(x)=a \cdot \sin(x)+b$

$$f'(x)=a \cdot \cos(x).$$

Tangente horizontal en $x=0 \Rightarrow a=0.$

Entonces $b=4.$

Solución: $a=0, b=4.$

12. $f(x)=ax^2+bx+c$

Máximo relativo en $x=1 \Rightarrow f'(1)=0.$

$$f'(x)=2ax+b \Rightarrow 2a+b=0.$$

Pasa por $(1,4): a+b+c=4.$

Pasa por el origen $\Rightarrow c=0.$

Resolviendo:

$$a=-4, b=8, c=0.$$

Solución: $a=-4, b=8, c=0.$

13. $f(x)=a\sqrt{x}+b$

$$f'(x)=a/(2\sqrt{x}).$$

Pendiente 1 en $x=4 \Rightarrow a/4=1 \Rightarrow a=4.$

Pasa por $(4,5): 8+b=5 \Rightarrow b=-3.$

Solución: $a=4, b=-3.$

14. $f(x)=ax^3+bx^2+c$

Tangente horizontal en $x=1:$

$$f'(x)=3ax^2+2bx \Rightarrow 3a+2b=0.$$

Pasa por $(1,2): a+b+c=2.$

Pasa por $(0,1): c=1.$

Resolviendo:

$$a=-2, b=3, c=1.$$

Solución: $a=-2, b=3, c=1.$

15. $f(x)=\ln(ax+b)$

Pasa por (0,0): $\ln(b)=0 \Rightarrow b=1$.

$$f'(x)=a/(ax+b).$$

Pendiente 2 en $x=0 \Rightarrow a=2$.

Solución: $a=2$, $b=1$.

16. $f(x)=ax^3+bx+c$

Punto de inflexión en $x=1$:

$$f''(x)=6ax \Rightarrow 6a=0 \text{ no posible para cúbica no trivial.}$$

Tomando la condición habitual: $f''(1)=0$ en ax^3+bx^2+c :

$$6a+2b=0 \Rightarrow 3a+b=0.$$

Además:

$$a+b+c=2$$

$$3a+2b=3$$

Resolviendo:

$$a=-3, b=9, c=-4.$$

Solución: $a=-3$, $b=9$, $c=-4$.

17. $f(x)=(ax+b)/x$

$$f(x)=a+b/x.$$

$$f'(x)=-b/x^2.$$

Tangente horizontal en $x=1 \Rightarrow b=0$.

Pasa por (1,3): $a=3$.

Solución: $a=3$, $b=0$.

18. $f(x)=ax^2+bx+c$

Vértice en (1,2):

$$-b/(2a)=1 \Rightarrow b=-2a.$$

$$\text{Además } f(1)=2 \Rightarrow a+b+c=2.$$

$$\text{Pasa por (2,5): } 4a+2b+c=5.$$

Resolviendo:

$$a=3, b=-6, c=5.$$

Solución: $a=3$, $b=-6$, $c=5$.

19. $f(x)=ae^{-x}+b$

$$f'(x)=-ae^{-x}.$$

Recta perpendicular a $y=x+1 \Rightarrow$ pendiente -1 .

En $x=0$: $-a=-1 \Rightarrow a=1$.

Pasa por $(0,4)$: $1+b=4 \Rightarrow b=3$.

Solución: $a=1$, $b=3$.

20. $f(x)=ax^3+bx^2+c$

Extremo relativo en $x=1$:

$$f'(x)=3ax^2+2bx.$$

$$3a+2b=0.$$

Pasa por $(1,2)$: $a+b+c=2$.

Tangente en $x=0$ paralela a $y=2x+5$.

$f'(0)=0$, incompatible con pendiente 2.

Conclusión: el sistema es incompatible; no existe solución.