

EXERCÍCIOS CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

- 1.- Nun sorteo de lotaría fixámonos na cifra na que remata o gordo.
a) Cal é o espazo mostrai?

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

- b) Describe, escribindo todos os seus elementos, os sucesos:
A="menor que 4" B="Par" C="Maior que 5"

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$C = \{6, 7, 8, 9\}$$

$$\bar{B} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$\bar{A} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

- c) Calcula: $A \cup B$; $A \cap B$; $B \cap C$; $A \cap C$; $\bar{A} \cap \bar{B}$; $\bar{A} \cup \bar{B}$; $\overline{A \cup B}$; $\overline{A \cap B}$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = \{5, 7, 9\}$$

$$A \cap B = \{0, 2\}$$

↑
LEIS MORGAN

$$B \cap C = \{6, 8\}$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

↑
LEIS MORGAN

$$A \cap C = \{\emptyset\}$$

- 2.- De dous sucesos A e B, sábese que $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$; $P(\bar{A} \cap \bar{B})=0,3$
Calcula:

- a) $P(A \cup B)$ LEIS MORGAN

$$\text{Como } \bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} \Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0,3$$

$$\text{Entón, } \underline{P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,3 = 0,7}$$

- b) $P(A \cap B)$

$$\text{Como } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,7 = 0,4 + 0,5 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,7$$

$$\Rightarrow \underline{P(A \cap B) = 0,2}$$

- 3.- Considéranse os sucesos, A e B, asociados a un experimento aleatorio, con $P(A)=0,7$; $P(B)=0,6$; $P(\bar{A} \cup \bar{B})=0,58$. Son independentes A e B?

¿ $P(A \cup B)$? A e B INDEPENDENTES $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\text{Como } P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 0,58 \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - 0,58 = 0,42$$

¿ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$?

¿ $P(A \cup B)$?

$$0,42 = 0,7 \cdot 0,6$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,7 + 0,6 - 0,42$$

$$\underline{P(A \cup B) = 1 - 0,42 = 0,58}$$

Si, A e B INDEPENDENTES

4.- Sábese que nunha aldea o 50% da poboación ten coche, o 35% ten moto e o 22% ten coche e moto. Escóllese ao chou un cidadán da aldea. Calcula a probabilidade de que:

$$M = \text{'ter moto'}, \quad C = \text{'ter coche'}, \quad P(C) = 0.5$$

$$P(M) = 0.35$$

$$P(C \cap M) = 0.22$$

a) Teña coche ou moto.

$$P(C \cup M) = P(C) + P(M) - P(C \cap M) = 0.5 + 0.35 - 0.22$$

$$P(C \cup M) = 0.63$$

b) Sabendo que ten coche, que teña moto.

$$P(M|C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{0.22}{0.5} = 0.44$$

c) Sabendo que ten moto, que non teña coche.

$$P(\bar{C}|M) = \frac{P(\bar{C} \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M) - P(M \cap C)}{P(M)} = \frac{0.35 - 0.22}{0.35} = 0.3714$$

d) Non teña nin coche nin moto.

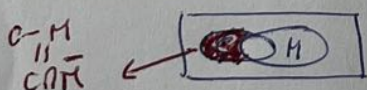
$$\text{Tamén, } P(\bar{C}|M) = 1 - P(C|M)$$

$$= 1 - \frac{P(M \cap C)}{P(M)} = 1 - \frac{0.22}{0.35} \approx 0.3714$$

$$P(\bar{C} \cap \bar{M}) = P(\bar{C} \cup \bar{M}) = 1 - 0.63 = 0.37$$

e) Só teña coche. = $C \cap \bar{M}$ (TER COCHE E NON TER MOTO)

$$P(C \cap \bar{M}) = P(C) - P(C \cap M) = 0.5 - 0.22 = 0.28$$



5.- Nun experimento aleatorio, sexan A e B dous sucesos co $P(\bar{A}) = 0.4$ e $P(B) = 0.7$. Se A e B son independentes, calcula $P(A \cup B)$ e $P(A - B)$.

$$P(\bar{A}) = 0.4 \Rightarrow P(A) = 0.6$$

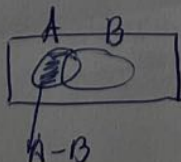
$$P(B) = 0.7$$

$$A \text{ e } B \text{ INDEPENDENTES} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.6 + 0.7 - 0.6 \cdot 0.7 = 0.6 + 0.7 - 0.42 = 0.88$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.42 = 0.18$$



6.- Sexan A e B dous sucesos con $P(A)=0,7$; $P(B)=0,6$ e $P(A \cup B)=0,9$.

a) ¿Son A e B dous sucesos independentes? Xustifica a resposta.

$$\begin{aligned} & \text{¿} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{?} \quad \text{Como } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ & 0,4 \neq 0,7 \cdot 0,6 \quad 0,9 = 0,7 + 0,6 - P(A \cap B) \\ & \quad \quad \quad P(A \cap B) = 0,7 + 0,6 - 0,9 \end{aligned}$$

NON. A e B NON INDEPENDENTES | $P(A \cap B) = 0,4$

b) Calcula $P(A-B)$ e $P(A/\bar{B})$. (Nota: $\bar{B}$ suceso contrario ou complementario de B)

$$\boxed{P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,4 = 0,3}$$

$$\boxed{P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A-B)}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75}$$

7.- Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcula $P(A)$ se $P(B)=0,8$; $P(A \cap B)=0,2$ e $P(A \cup B)$ é o triplo de $P(A)$.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \text{||} & \Rightarrow 3P(A) - P(A) = P(B) - P(A \cap B) \\ 2P(A) &= 0,8 - 0,2 \\ 2P(A) &= 0,6 \Rightarrow \boxed{P(A) = 0,3} \end{aligned}$$

$$\boxed{P(A \cup B) = 3 \cdot P(A) = 3 \cdot 0,3 = 0,9}$$

8.- Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral tales que $P(A)=0,2$, $P(B)=0,4$ e $P(A \cup B)=0,5$. Calcula : $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap B)$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B})$. Razona se A e B son ou non son sucesos independentes.

$$\boxed{P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8}$$

$$\boxed{P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6}$$

$$\begin{aligned} \text{Como } P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ 0,5 &= 0,2 + 0,4 - P(A \cap B) \end{aligned}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = 0,1}$$

$$\boxed{P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,1 = 0,9}$$

$$\text{¿} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{?}$$

$$0,1 \neq 0,2 \cdot 0,4$$

$\Rightarrow$ A e B NON INDEPENDENTES

9.- Determina se son compatibles ou incompatibles os sucesos A e B: $P[A] = 1/4$, $P[B] = 1/2$, $P[A \cup B] = 2/3$.

$$A \text{ e } B \text{ INCOMPATIBLES} \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \text{ } (P(A \cap B) = 0)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{12} \Rightarrow A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow \boxed{A \text{ e } B \text{ NON INCOMPATIBLES}}$$

10.- Dous sucesos A e B sábese que: $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ e $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{3}$.
Acha $P(A \cup B)$ e $P(A \cap B)$.

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$$

LEIS MORGAN

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{P(A \cup B) = \frac{2}{3}}$$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = \frac{6+5-10}{15} = \frac{1}{15}}$$

11.- Sexan A e B dous sucesos dun espazo de probabilidade, de maneira que: $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$ e $P(A \cap B) = 0,1$. Son A e B incompatibles? Calcula razoadamente:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) \stackrel{\text{L. MORGAN}}{=} P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,1 = 0,9$

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,3 - 0,1$$

$$\boxed{P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9}$$

$$\boxed{P(A \cup B) = 0,6}$$

c) $P(A/B)$

d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,3}$$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \stackrel{\text{L. MORGAN}}{=} P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,6 = 0,4$

$$\boxed{P(A/B) = \frac{1}{3}}$$

$$\boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,4}$$

12.- Nunha cidade, o 40% da poboación ten o pelo castaño, o 25% ten ollos castaños e o 15% ten pelo e ollos castaños. Escólese unha persoa ao chou:

$C = \text{'ter pelo castaño'}$ $O_C = \text{'ter ollos castaños'}$

a) Se ten pelo castaño, cal é a probabilidade de que tamén teña ollos castaños?

$$P(C) = 0,4 \quad P(C \cap O_C) = 0,15$$

$$P(O_C) = 0,25 \quad \boxed{P(O_C / C) = \frac{P(C \cap O_C)}{P(C)} = \frac{0,15}{0,4} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}}$$

b) Se ten ollos castaños, cal é a probabilidade de que tamén teña pelo castaño?

$$\boxed{P(C / O_C) = \frac{P(C \cap O_C)}{P(O_C)} = \frac{0,15}{0,25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}}$$

c) Cal é a probabilidade de que non teña nin o pelo nin os ollos castaños?

$P(\bar{C} \cap \bar{O}_C) \stackrel{\text{L. MORGAN}}{=} P(\overline{C \cup O_C}) = 1 - P(C \cup O_C) = 1 - (P(C) + P(O_C) - P(C \cap O_C))$

$$= 1 - (0,4 + 0,25 - 0,15) = 1 - 0,5 = \boxed{0,5}$$

13.- Unha clase componse de vinte alumnos e dez alumnas. A metade das alumnas e a metade dos alumnos aproban as matemáticas. Calcula a probabilidade de que, ao escoller unha persoa ao chou, resulte ser:

a) Alumno ou que aprobe as matemáticas.

	APROBA _M	APROBA _m	
ALUMNA	5	5	10
ALUMNO	10	10	20
	15	15	30

$$P(\text{ALUMNA} \cup \text{APROBA}_M) =$$

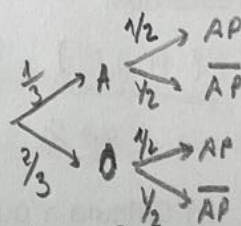
$$= P(\text{ALUMNA}) + P(\text{APROBA}_M) - P(\text{ALUMNA} \cap \text{APROBA}_M)$$

$$= \frac{10}{30} + \frac{15}{30} - \frac{5}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

b) Alumno que suspenda as matemáticas.

$$P(\text{ALUMNO} \cap \overline{\text{APROBA}_M}) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Tamén sae:



A = 'alumna'

O = 'alumno'

$$P(O \cap \overline{AP})$$

$$= P(O) \cdot P(\overline{AP} | O) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

c) Sabendo que é alumno, ¿cal é a probabilidade de que aprobe as matemáticas?

$$P(\text{APROBA}_M | \text{ALUMNO}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

②

$$P(AP | O) = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cap AP) = P(A) \cdot P(AP | A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(AP) = P(A \cap AP) + P(O \cap AP)$$

d) ¿Son independentes os sucesos alumno e aprobar matemáticas?

$$P(\text{ALUMNO} \cap \text{APROBA}_M) = P(\text{ALUMNO}) \cdot P(\text{APROBA}_M) \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

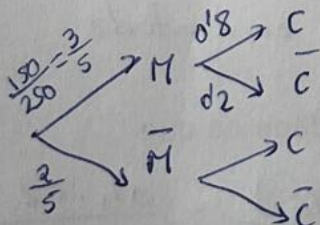
$$\frac{10}{30} = \frac{20}{30} \cdot \frac{15}{30} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

SON INDEP.

14.- Selecciónanse 250 pacientes para estudar a eficacia dun novo medicamento. A 150 deles adminístraselles o medicamento, mentres que o resto son tratados cun placebo. Sabendo que se curaron o 80 % dos que tomaron o medicamento, cal é a probabilidade de que, seleccionado un paciente ao azar, tomase placebo ou non curase?

$$= \frac{2+3-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

M = 'con medicamento' C = 'curan'



J. MORGAN

$$P(\overline{M} \cup \overline{C}) = P(\overline{M} \cap \overline{C}) = 1 - P(M \cap C) =$$

$$= 1 - P(M) \cdot P(C | M) = 1 - \frac{3}{5} \cdot 0.8 =$$

$$= 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = 1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25} = 0.52$$

15.- Un estudo realizado por unha entidade bancaria informa que o 60% dos seus clientes ten un préstamo hipotecario, o 50% ten un préstamo persoal e o 40 % dos que teñen un préstamo persoal tamén ten un préstamo hipotecario.

$H = \text{'ter préstamo hipotecario'}$

$P = \text{'ter préstamo persoal'}$

$$P(H) = 0'6 \quad ; \quad P(P) = 0'5 \quad ; \quad P(H/P) = 0'4$$

a) Calcula a porcentaxe de clientes que teñen ambos os dous tipos de préstamos.

$$P(H \cap P) = P(P) \cdot P(H/P) = 0'5 \cdot 0'4 = \underline{0'2}$$

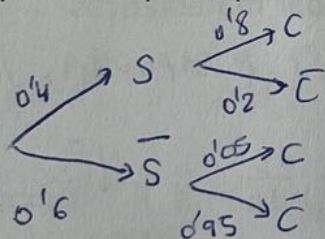
20% teñen ambos os dous tipos de préstamos

b) Calcula a porcentaxe de clientes que non teñen ningún dos dous tipos de préstamos.

$$P(\overline{H} \cap \overline{P}) \stackrel{\text{L. MORGAN}}{=} P(\overline{H \cup P}) = 1 - P(H \cup P) = 1 - (P(H) + P(P) - P(H \cap P)) =$$

$$= 1 - (0'6 + 0'5 - 0'2) = 1 - 0'9 = \underline{0'1} \quad \text{10\% non ten ningún dos dous tipos de préstamos}$$

16.- O 40 % dos aspirantes a un posto de traballo superou unha determinada proba de selección. Terminan sendo contratados o 80 % dos aspirantes que superan esa proba e o 5% dos que non a superan.



$S = \text{'superar a proba'}$

$C = \text{'ser contratado'}$

a) Calcula a porcentaxe de aspirantes ao posto de traballo que terminan sendo contratados.

$$P(CC) \stackrel{\text{T.P.T.}}{=} P(CC \cap S) + P(CC \cap \overline{S}) = P(S) \cdot P(C/S) + P(\overline{S}) \cdot P(C/\overline{S})$$

$$= 0'4 \cdot 0'8 + 0'6 \cdot 0'05 = 0'32 + 0'03 = \underline{0'35}$$

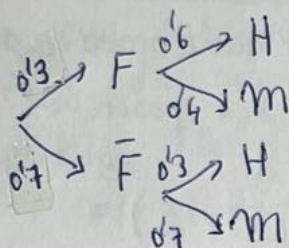
35% termina sendo contratado

b) Se un aspirante non é contratado, ¿cal é a probabilidade de que superase a proba de selección?

$$P(S/\overline{C}) \stackrel{\text{BAYES}}{=} \frac{P(S \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{P(S) \cdot P(\overline{C}/S)}{1 - P(CC)} = \frac{0'4 \cdot 0'2}{0'65}$$

$$\underline{P(S/\overline{C}) \approx 0'1231}$$

17.- Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70 % son mulleres. Elixido un paciente ao azar,



$F = \text{'fumador'}$
 $H = \text{'home'}$
 $M = \text{'muller'}$

a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller.

$$P(M) = P(M \cap F) + P(M \cap \bar{F}) = P(M/F)P(F) + P(M/\bar{F})P(\bar{F})$$

$$= 0.4 \cdot 0.3 + 0.7 \cdot 0.7 = 0.12 + 0.49 = \underline{\underline{0.61}}$$

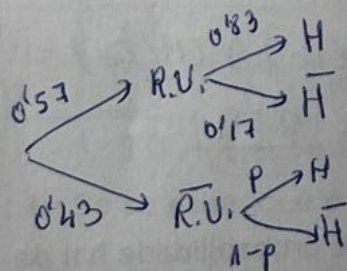
$$P(H) = 1 - P(M) = 1 - 0.61 = 0.39$$

b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?

$$P(F/H) = \frac{P(F \cap H)}{P(H)} = \frac{P(F) \cdot P(H/F)}{1 - P(M)} = \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.39}$$

$$\underline{\underline{P(F/H) \approx 0.4615}}$$

18.- O 57% dos estudantes matriculados na Universidade de Cambridge son naturais do Reino Unido e, de entre todos eses, o 83% aproban con honores. Ademais, a porcentaxe global de aprobados con honores é do 80%. Calcular a probabilidade de que un estudante elixido ao azar non naceuse no Reino Unido sabendo que aprobou con honores.



$R.U. = \text{'natural R.U.'}$ $H = \text{'aprobar con honores'}$

$$P(H) = P(H \cap R.U.) + P(H \cap \bar{R.U.}) = P(R.U.)P(H/R.U.) + P(\bar{R.U.})P(H/\bar{R.U.})$$

$$\text{Entón: } 0.8 = 0.57 \cdot 0.83 + 0.43 \cdot p$$

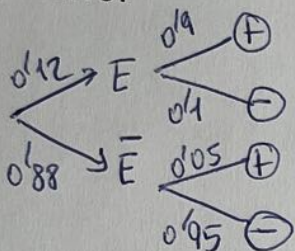
$$\text{Despexando } p: \quad p = \frac{0.8 - 0.57 \cdot 0.83}{0.43} = 0.7602$$

$$\text{Polo tanto: } p = P(H/\bar{R.U.}) = 0.7602$$

$$\underline{\underline{P(\bar{R.U.}/H) = \frac{P(\bar{R.U.} \cap H)}{P(H)} = \frac{P(\bar{R.U.}) \cdot P(H/\bar{R.U.})}{P(H)} = \frac{0.43 \cdot 0.7602}{0.8} \approx 0.4086}}$$

19.- O 12 % da poboación dun país padece certa enfermidade. Disponse dunha proba para detectala, pero non é fiable. Da positivo no 90 % dos casos de personas realmente enfermas. Da positivo no 5% de personas sás.

a) Cal é a probabilidade de que unha persoa estea sá e que a proba lle dea positivo?



$E = \text{'enferma'}$

$\oplus = \text{'dar positivo'}$

$\ominus = \text{'dar negativo'}$

$$P(\bar{E} \cap \oplus) = P(\bar{E}) \cdot P(\oplus / \bar{E}) = 0.88 \cdot 0.05 = \underline{0.044}$$

b) Cal é a probabilidade de que sabendo que unha proba deu $\oplus$, que a persoa estea sá?

$$\begin{aligned} P(\bar{E} / \oplus) &= \frac{P(\bar{E} \cap \oplus)}{P(\oplus)} = \frac{P(\bar{E}) \cdot P(\oplus / \bar{E})}{P(\oplus \cap E) + P(\oplus \cap \bar{E})} = \\ &= \frac{P(\bar{E}) \cdot P(\oplus / \bar{E})}{P(E) \cdot P(\oplus / E) + P(\bar{E}) \cdot P(\oplus / \bar{E})} = \frac{0.88 \cdot 0.05}{0.12 \cdot 0.9 + 0.88 \cdot 0.05} \approx \underline{0.2895} \end{aligned}$$

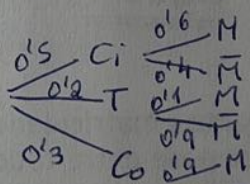
20.- Berta vai ao cine, ao teatro ou a un concerto con probabilidades: 0,5 ; 0,2 e 0,3, respectivamente. O 60 % das veces que vai ao cine atópase con amigos e vai de marcha con eles. O mesmo ocorre o 10 % das veces que vai ao teatro e o 90% que vai a un concerto.

$M = \text{'ir de marcha'}$

$T = \text{'ir teatro'}$

$C_i = \text{'ir o cine'}$

$C_o = \text{'ir o concerto'}$



a) Que probabilidade hai de que vaia de festa? 0.14

$$\begin{aligned} P(M) &= P(M \cap C_i) + P(M \cap T) + P(M \cap C_o) = \\ &= P(C_i) \cdot P(M / C_i) + P(T) \cdot P(M / T) + P(C_o) \cdot P(M / C_o) = \\ &= 0.5 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.9 = \underline{0.59} \end{aligned}$$

b) Se despois do espectáculo voltou para casa, que probabilidade hai de que fose ao teatro?

$$P(T / \bar{M}) = \frac{P(T \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(T) \cdot P(\bar{M} / T)}{1 - P(M)} = \frac{0.2 \cdot 0.9}{1 - 0.59}$$

$$P(T / \bar{M}) = \frac{0.18}{0.41} \approx \underline{0.4390}$$

21.- Dispónse de tres urnas: a A que contén dúas bolas brancas e catro vermellas, a B con tres brancas e tres vermellas; e a C cunha branca e cinco vermellas. Escólese unha urna ao chou e extráese unha bola dela. Cal é a probabilidade de que esta bola sexa branca? Cal é a probabilidade de que sabendo que a bola extraída non é branca, saíse da urna C?

$$\begin{aligned}
 P(B_r) &= P(B_r \cap A) + P(B_r \cap B) + P(B_r \cap C) = \\
 &= P(B_r/A)P(A) + P(B_r/B)P(B) + P(B_r/C)P(C) = \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Diagrama de árbol para la extracción de una bola blanca:

```

      1/6 Br
     /  \
1/3 A --- 2/3 Br
 /  \
1/3 B --- 1/2 Br
 /  \
1/3 C --- 1/6 Br
     /  \
    5/6 Br
  
```

$$\begin{aligned}
 P(C/\bar{B}_r) &= \frac{P(C \cap \bar{B}_r)}{P(\bar{B}_r)} = \frac{P(C)P(\bar{B}_r/C)}{1 - P(B_r)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{12}
 \end{aligned}$$

22.- En tres máquinas, A, B e C, fábranse pezas da mesma natureza. A porcentaxe de pezas que resultan defectuosas en cada máquina é, respectivamente, 1%, 2% y 3%. Mestúranse 300 pezas, 100 de cada máquina, e escólese unha peza ao chou. Cal é a probabilidade de que sexa defectuosa? Sabendo que é defectuosa, cal é a probabilidade de que a fíxese a máquina A?

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) = \\
 &= P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) = \\
 &= \frac{1}{3} \cdot 0.01 + \frac{1}{3} \cdot 0.02 + \frac{1}{3} \cdot 0.03 = \\
 &= \frac{1}{3} \cdot 0.06 = 0.02
 \end{aligned}$$

Diagrama de árbol para la selección de una pieza defectuosa:

```

      0.01 D
     /  \
1/3 A --- 0.99 D-bar
 /  \
1/3 B --- 0.02 D
     /  \
    0.98 D-bar
 /  \
1/3 C --- 0.03 D
     /  \
    0.97 D-bar
  
```

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{0.02} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.01}{0.02} = \frac{0.01}{0.06} = \frac{1}{6}$$

23.- Sortéase unha viaxe a Singapur entre os 120 mellores clientes dunha axencia de automóviles. Deles, 65 son mulleres, 80 están casados, e 45 son mulleres casadas. Pídese:

a) Cal será a probabilidade de que lle toque a viaxe a un home solteiro?

	C	$\bar{C}$	
M	45	20	65
H	35	20	55
	80	40	120

M = 'muller'

H = 'home'

C = 'casado'

$$P(\bar{C} \cap H) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

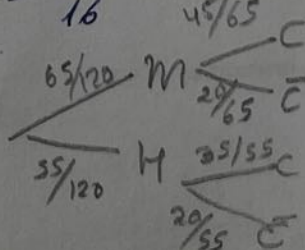
b) Se se sabe que é casado, cal é a probabilidade de que sexa muller?

$$P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{45/120}{80/120} = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$$

Tamén
vendo na
táboa

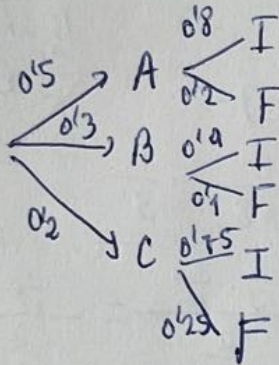
$$P(M/C) = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$$

Tamén



24.- Nun instituto ofértanse tres modalidades excluíntes, A, B e C, e dos idiomas excluíntes, inglés e francés. A modalidade A é elexida por un 50% dos alumnos, a B por un 30% e a C por un 20%. Também se coñece que elexiron inglés o 80% dos alumnos da modalidade A, o 90% da modalidade B e o 75% da C, elexindo francés o resto dos alumnos.

a) Que porcentaxe de estudantes do instituto elexiu francés?



I = 'inglés' F = 'francés'

$$\begin{aligned}
 P(F) &= P(F \cap A) + P(F \cap B) + P(F \cap C) = \\
 &= P(A)P(F/A) + P(B)P(F/B) + P(C)P(F/C) = \\
 &= 0.5 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.25 = \\
 &= 0.1 + 0.03 + 0.05 = \\
 &= \underline{\underline{0.18}}
 \end{aligned}$$

b) Se se elixe ao chou un estudante de francés, cal é a probabilidade de que sexa da modalidade A?

$$P(A/F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{P(A)P(F/A)}{P(F)}$$

$$\underline{\underline{P(A/F)}} = \frac{0.5 \cdot 0.2}{0.18} \approx \underline{\underline{0.5556}}$$