

SOLUCIÓN

REPRESENTACIÓN DE FUNCIÓN POLINOMICA $f(x)=x^3+x^2-5x+3$

Exercicio.-

Calcula dominio, cortes cos eixos ,simetrías ,asíntotas ou ramas ,monotonía ,extremos relativos ,curvatura, puntos de inflexión e representa a seguinte función:

$$f(x)=x^3+x^2-5x+3$$

SOLUCIÓN:

1º.- DOMINIO: $\mathbb{R}$

2º.- CORTES COS EIXOS:

CO EIXO X : $x=0 \Rightarrow y=3$

CO EIXO Y : $y=0 \Rightarrow x^3+x^2-5x+3=0 \Rightarrow \begin{matrix} \text{Ruffini} & x=1 \text{ DOBRE} \\ & x=-3 \text{ SIMPLE} \end{matrix}$

CORTES COS EIXOS: $(0,3)$; $(1,0)$; $(-3, 0)$

3º.- SIMETRÍAS:

$$f(-x)=-x^3+x^2+5x+3 \neq f(x)=x^3+x^2-5x+3 \Rightarrow f(x) \text{ NON SIMÉTRICA RESPECTO AO EIXO Y}$$

$$f(-x)=-x^3+x^2+5x+3 \neq -f(x)=-x^3-x^2+5x-3 \Rightarrow f(x) \text{ NON SIMÉTRICA RESPECTO AO (0,0)}$$

4º.- ASÍNTOTAS OU RAMAS: NAS FUNCIONS POLINÓMICAS NON HAI ASÍNTOTAS.

RAMAS INFINITAS.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x^2 - 5x + 3 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = (-\infty)^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 + x^2 - 5x + 3 = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty^3 = +\infty$$

5º.- MONOTONÍA:

$$f(x)=x^3+x^2-5x+3 \Rightarrow f'(x)=3x^2+2x-5$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2+2x-5=0 \Rightarrow (x-1)(3x+5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{5}{3} \end{cases}$$

PUNTOS SINGULARES. POSIBLES EXTREMOS RELATIVOS.

Para facer os intervalos temos en conta os puntos singulares e os puntos que non teñen imaxe (é dicir, os que non están no dominio).

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
-----------	---------	--------

$\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$	POSITIVO $f'(-2)=12-4-5>0$	CRECE
$\left(-\frac{5}{3}, 1\right)$	NEGATIVO $f'(0)=-5<0$	DECRECE
$(1; \infty)$	POSITIVO $f'(2)=12+4-5>0$	CRECE

6º.- EXTREMOS RELATIVOS:

En $x=-\frac{5}{3}$ HAI MÁXIMO RELATIVO. $\left(-\frac{5}{3}, f\left(-\frac{5}{3}\right)\right)=\left(-\frac{5}{3}, \frac{256}{27}\right)$ MÁXIMO RELATIVO.

En $x=1$ HAI MÍNIMO RELATIVO. $(1, f(1))=(1; 0)$ MÍNIMO RELATIVO.

7º.- CURVATURA:

$$f(x)=x^3+x^2-5x+3 \Rightarrow f'(x)=3x^2+2x-5 \Rightarrow f''(x)=6x+2$$

$$f''(x)=0 \Rightarrow 6x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3} \text{ POSIBLE PUNTO DE INFLEXIÓN}$$

Para hacer os intervalos temos en conta os puntos con derivada segunda cero e os puntos que non teñen imaxe (é dicir, os que non están no dominio).

INTERVALO	$f''(x)$	$f(x)$
$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$	NEGATIVO $f''(-1)=-6+2<0$	CÓNCAVA
$\left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$	POSITIVO $f''(0)=2>0$	CONVEXA

8º.- PUNTOS DE INFLEXIÓN:

En $x=-\frac{1}{3}$ HAI PUNTO DE INFLEXIÓN.

$$En\left(-\frac{1}{3}; f\left(-\frac{1}{3}\right)\right)=\left(-\frac{1}{3}; \frac{128}{27}\right) \text{ PUNTO INFLEXIÓN.}$$

9º.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

