

SOLUCIÓN
REPRESENTACIÓN DE FUNCIÓN POLINOMICA $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 2$

Ejercicio.-

Calcula dominio, cortes cos eixos ,simetrías ,asíntotas ou ramas ,monotonía ,extremos relativos ,curvatura, puntos de inflexión e representa a seguinte función:

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 2$$

SOLUCIÓN:

1º.- DOMINIO: $\mathbb{R}$

2º.- CORTES COS EIXOS:

CO EIXO X : $x=0 \Rightarrow y=-2$

CO EIXO Y : $y=0 \Rightarrow -x^4 + 8x^2 - 2 = 0 \xRightarrow{\text{Bicadrada}} x \approx \pm 2,78$
 $x \approx \pm 0,51$

CORTES COS EIXOS: $(0, -2)$; $(-2,78; 0)$; $(2,78; 0)$; $(-0,51; 0)$; $(0,51; 0)$

3º.- SIMETRÍAS:

$$f(-x) = -x^4 + 8x^2 - 2 = f(x) \Rightarrow f(x) \text{ É SIMÉTRICA RESPECTO AO EIXO Y}$$

$$f(-x) = -x^4 + 8x^2 - 2 \neq -f(x) = x^4 - 8x^2 + 2 \Rightarrow f(x) \text{ NON SIMÉTRICA RESPECTO AO } (0,0)$$

4º.- ASÍNTOTAS OU RAMAS: NAS FUNCIONS POLINÓMICAS NON HAI ASÍNTOTAS.

RAMAS INFINITAS.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 + 8x^2 - 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 = -(-\infty)^4 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} -x^4 + 8x^2 - 2 = \lim_{x \rightarrow \infty} -x^4 = -\infty^4 = -\infty$$

5º.- MONOTONÍA:

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 2 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 16x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -4x^3 + 16x = 0 \Rightarrow x(-4x^2 + 16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \end{cases}$$

PUNTOS SINGULARES. POSIBLES EXTREMOS RELATIVOS.

Para facer os intervalos temos en conta os puntos singulares e os puntos que non teñen imaxe (é dicir, os que non están no dominio).

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, -2)$	POSITIVO $f'(-3)=108-48>0$	CRECE
$(-2, 0)$	NEGATIVO $f'(-1)=4-16<0$	DECRECE
$(0, 2)$	POSITIVO $f'(1)=-4+16>0$	CRECE
$(2; \infty)$	POSITIVO $f'(3)=-108+48<0$	DECRECE

6º.- EXTREMOS RELATIVOS:

En $x=-2$ HAI MÁXIMO RELATIVO. $(-2, f(-2))=(-2, 14)$ MÁXIMO RELATIVO.

En $x=0$ HAI MÍNIMO RELATIVO. $(0, f(0))=(0, -2)$ MÍNIMO RELATIVO.

En $x=2$ HAI MÁXIMO RELATIVO. $(2, f(2))=(2, 14)$ MÁXIMO RELATIVO.

7º.- CURVATURA:

$$f(x) = -x^4 + 8x^2 - 2 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 16x \Rightarrow f''(x) = -12x^2 + 16$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow -12x^2 + 16 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{\pm 2\sqrt{3}}{3} \approx \pm 1,15 \text{ POSIBLES PUNTOS DE INFLEXIÓN}$$

Para hacer os intervalos temos en conta os puntos con derivada segunda cero e os puntos que non teñen imaxe (é dicir, os que non están no dominio).

INTERVALO	$f''(x)$	$f(x)$
$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$	NEGATIVO $f''(-2)=-48+16<0$	CÓNCAVA
$\left(\frac{-2\sqrt{3}}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$	POSITIVO $f''(0)=16>0$	CONVEXA
$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; \infty\right)$	NEGATIVO $f''(2)=-48+16<0$	CÓNCAVA

8º.- PUNTOS DE INFLEXIÓN:

En $x = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ HAI PUNTO DE INFLEXIÓN. $\left(\frac{-2\sqrt{3}}{3}; f\left(\frac{-2\sqrt{3}}{3}\right)\right) = \left(\frac{-2\sqrt{3}}{3}; \frac{62}{9}\right)$ PUNTO INFLEXIÓN.

En $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ HAI PUNTO DE INFLEXIÓN. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\right) = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{62}{9}\right)$ PUNTO INFLEXIÓN.

9º.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

