

EXERCICIOS CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

- 1.- Nun sorteo de lotaría fixámonos na cifra na que remata o gordo.
 - a) Cal é o espazo mostral?
 - b) Describe, escribindo todos os seus elementos, os sucesos:
 $A = \text{"menor que 4"} \quad B = \text{"Par"} \quad C = \text{"Maior que 5"}$
 - c) Calcula: $A \cup B; A \cap B; B \cap C; A \cap C; \bar{A} \cap \bar{B}; \bar{A} \cup \bar{B}; \overline{A \cup B}; \overline{A \cap B}$
- 2.- De dous sucesos A e B, sábese que $P(A)=0,4; P(B)=0,5; P(\bar{A} \cap \bar{B})=0,3$
 Calcula:
 - a) $P(A \cup B)$
 - b) $P(A \cap B)$
- 3.- Considéranse os sucesos, A e B, asociados a un experimento aleatorio, con $P(A)=0,7; P(B)=0,6; P(\bar{A} \cup \bar{B})=0,58$. Son independentes A e B?
 ¿ $P(A \cup B)$?
- 4.- Sábese que nunha aldea o 50% da poboación ten coche, o 35% ten moto e o 22% ten coche e moto. Escóllese ao chou un cidadán da aldea. Calcula a probabilidade de que:
 - a) Teña coche ou moto.
 - b) Sabendo que ten coche, que teña moto.
 - c) Sabendo que ten moto, que non teña coche.
 - d) Non teña nin coche nin moto.
 - e) Só teña coche.
- 5.- Nun experimento aleatorio, sexan A e B dous sucesos co $P(\bar{A})=0,4$ e $P(B)=0,7$. Se A e B son independentes, calcula $P(A \cup B)$ e $P(A - B)$.
- 6.- Sexan A e B dous sucesos con $P(A)=0,7; P(B)=0,6$ e $P(A \cup B)=0,9$.
 - a) ¿Son A e B dous sucesos independentes? Xustifica a resposta.
 - b) Calcula $P(A - B)$ e $P(A/\bar{B})$. (Nota: $\bar{B}$ suceso contrario ou complementario de B)
- 7.- Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcula $P(A)$ se $P(B)=0,8; P(A \cap B)=0,2$ e $P(A \cup B)$ é o triplo de $P(A)$.
- 8.- Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral tales que $P(A)=0,2; P(B)=0,4$ e $P(A \cup B)=0,5$. Calcula: $P(\bar{A}), P(\bar{B}), P(A \cap B)$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B})$. Razona se A e B son ou non son sucesos independentes.
- 9.- Determina se son compatibles ou incompatibles os sucesos A e B:
 $P[A] = 1/4, P[B] = 1/2, P[A \cup B] = 2/3$.
- 10.- Dous sucesos A e B sábese que: $P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{1}{3}$ e $P(\bar{A} \cap \bar{B})=\frac{1}{3}$
 Acha $P(A \cup B)$ e $P(A \cap B)$
- 11.- Sexan A e B dous sucesos dun espazo de probabilidade, de maneira que: $P(A) = 0,4, P(B) = 0,3$ e $P(A \cap B)=0,1$. Son A e B incompatibles?

Calcula razoadamente:

- | | |
|------------------|------------------------------|
| a) $P(A \cup B)$ | b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ |
| c) $P(A/B)$ | d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ |

12.- Nunha cidade, o 40% da poboación ten o pelo castaño, o 25% ten ollos castaños e o 15% ten pelo e ollos castaños. Escóllese unha persoa ao chou:

- a) Se ten pelo castaño, cal é a probabilidade de que tamén teña ollos castaños?
- b) Se ten ollos castaños, cal é a probabilidade de que tamén teña pelo castaño?
- c) Cal é a probabilidade de que non teña nin o pelo nin os ollos castaños?

13.- Unha clase componse de vinte alumnos e dez alumnas. A metade das alumnas e a metade dos alumnos aproban as matemáticas. Calcula a probabilidade de que, ao escoller unha persoa ao chou, resulte ser:

- a) Alumna ou que aprobe as matemáticas.
- b) Alumno que suspenda as matemáticas.
- c) Sabendo que é alumno, ¿cal é a probabilidade de que aprobe as matemáticas?
- d) ¿Son independentes os sucesos alumno e aprobar matemáticas?

14.- Selecciónanse 250 pacientes para estudar a eficacia dun novo medicamento. A 150 deles adminístraselles o medicamento, mentres que o resto son tratados cun placebo. Sabendo que se curaron o 80 % dos que tomaron o medicamento, cal é a probabilidade de que, seleccionado un paciente ao azar, tomase placebo ou non curase?

15.- Un estudo realizado por unha entidade bancaria informa que o 60% dos seus clientes ten un préstamo hipotecario, o 50% ten un préstamo persoal e o 40 % dos que teñen un préstamo persoal tamén ten un préstamo hipotecario.

- a) Calcula a porcentaxe de clientes que teñen ambos os dous tipos de préstamos.
- b) Calcula a porcentaxe de clientes que non teñen ningún dos dous tipos de préstamos.

16.- O 40 % dos aspirantes a un posto de traballo superou unha determinada proba de selección. Terminan sendo contratados o 80 % dos aspirantes que superan esa proba e o 5% dos que non a superan.

- a) Calcula a porcentaxe de aspirantes ao posto de traballo que terminan sendo contratados.
- b) Se un aspirante non é contratado, ¿cal é a probabilidade de que superase a proba de selección?

17.- Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70 % son mulleres. Elixido un paciente ao azar,

- a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller.
- b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?

18.- O 57% dos estudantes matriculados na Universidade de Cambridge son naturais do Reino Unido e, de entre todos eses, o 83% aproban con honores. Ademais, a porcentaxe global de aprobados con honores é do 80%. Calcular a probabilidade de que un estudante elixido ao azar non nacese no Reino Unido sabendo que aprobou con honores.

19.- O 12 % da poboación dun país padece certa enfermidade. Dispónse dunha proba para detectala, pero non é fiable. Da positivo no 90 % dos casos de personas realmente enfermas. Da positivo no 5% de personas sás. Cal é a probabilidade de que unha persoa estea sá e que a proba lle dea positivo?

20.- Berta vai ao cine, ao teatro ou a un concerto con probabilidades: 0,5 ; 0,2 e 0,3, respectivamente. O 60 % das veces que vai ao cine atópase con amigos e vai de marcha con eles. O mesmo ocorre o 10 % das veces que vai ao teatro e o 90% que vai a un concerto.+

- a) Que probabilidade hai de que vaia de festa?
- b) Se despois do espectáculo voltou para casa, que probabilidade hai de que fose ao teatro?

21.- Dispónse de tres urnas: a A que contén dúas bólas brancas e catro vermellas, a B con tres brancas e tres vermellas; e a C cunha branca e cinco vermellas. Escóllese unha urna ao chou e extráese unha bóla dela. Cal é a probabilidade de que esta bóla sexa branca?

22.- En tres máquinas, A, B e C, fábrícanse pezas da mesma natureza. A porcentaxe de pezas que resultan defectuosas en cada máquina é, respectivamente, 1%, 2% y 3%. Mestúranse 300 pezas, 100 de cada máquina, e escóllese unha peza ao chou. Cal é a probabilidade de que sexa defectuosa?

23.- Sortéase unha viaxe a Singapur entre os 120 mellores clientes dunha axencia de automóviles. Deles, 65 son mulleres, 80 están casados, e 45 son mulleres casadas. Pídese:

- a) Cal será a probabilidade de que lle toque a viaxe a un home solteiro?.
- b) Se se sabe que é casado, cal é a probabilidade de que sexa muller?.

24.- Nun instituto ofértanse tres modalidades excluíntes, A, B e C, e dos idiomas excluíntes, inglés e francés. A modalidade A é elixida por un 50% dos alumnos, a B por un 30% e a C por un 20%. Também se coñece que elixiron inglés o 80% dos alumnos da modalidade A, o 90% da modalidade B e o 75% da C, elixindo francés o resto dos alumnos.

- a) Que porcentaxe de estudantes do instituto elixiu francés?
- b) Se se elixe ao chou un estudante de francés, cal é a probabilidade de que sexa da modalidade A?

EXERCICIOS DISTRIBUCIÓNS BINOMIAL E NORMAL.

- 1.- Unha máquina produce disquetes. Comprobase que o 5% son defectuosos. Tomamos 10 disquetes ao chou e nos preguntamos polo número de defectuosos:
 - a) É unha distribución binomial?
 - b) Calcula μ e σ .
 - c) Calcula $P(X=0)$, $P(X>0)$, $P(X=2)$.
- 2.-A probabilidade de que Óscar gañe a Santiago un partido de tenis é $\frac{2}{3}$.
Se xogan 4 partidos, calcula a probabilidade de que Óscar gañe:
 - a) Algunha vez.
 - b) Máis da metade dos partidos.
- 3.- Nun laboratorio de análises clínicos saben que o 98% das probas de diabetes que realizan dan un resultado negativo. Se recibiron 10 mostras para analizar.
 - a) Determina a probabilidade de que a dúas persoas lles dea positivo.
 - b) Cal é a probabilidade de que a proba resulte positiva a máis dunha persoa?
- 4.- Un exame tipo test consta de 38 preguntas a contestar verdadeiro ou falso.
O exame apróbase se se contesta correctamente ao menos 20 preguntas.
Un alumno responde ao exame lanzando ao aire unha moeda e contestando verdadeiro se sae cara e falso se sae cruz. Acha:
 - a) O número esperado de preguntas acertadas.
 - b) A probabilidade de que o alumno aprobe o exame.
- 5.- A probabilidade de que un determinado xogador de fútbol marque gol desde o punto de penalti é $p=0,7$. Se lanza 5 penaltis, calcula as seguintes probabilidades: de que non marque ningún gol; de que marque polo menos 2 goles; e de que marque 5 goles. Estase a asumir que os lanzamentos son sucesos independentes.
- 6.- Nun bombo temos 10 bolas idénticas numeradas do 0 ao 9 e cada vez que facemos unha extracción devolvemos a bola ao bombo.
 - a) Se facemos 5 extraccións, calcula a probabilidade de que o 7 saia menos de dúas veces.
 - b) Se facemos 100 extraccións, calcula a probabilidade de que o 7 saia menos de nove veces.
- 7.- Se nun auditorio hai 50 persoas, cal é a probabilidade de que polo menos 2 teñan nacido no mes de xaneiro?
- 8.- Nun grupo de 100 persoas hai 40 homes e 60 mulleres. Elíxense ao azar 4 persoas do grupo, ¿cal é a probabilidade de seleccionar máis mulleres que homes?

9.- Calcula as seguintes probabilidades nunha distribución $N(0, 1)$:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| a) $P[z > 2,8]$ | b) $P[z \leq -1,8]$ | c) $P[z > -1,8]$ |
| d) $P[1,62 \leq z < 2,3]$ | e) $P[1 \leq z \leq 2]$ | f) $P[-0,61 \leq z \leq 1,4]$ |
| g) $P[-1 \leq z \leq 2]$ | h) $P[-2,3 < z < -1,7]$ | i) $P[-2 \leq z \leq -1]$ |

10.- Calcula o valor de k (exacta ou aproximadamente) en cada un dos seguintes casos:

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| a) $P[z \leq k] = 0,9$ | b) $P[z \leq k] = 0,33$ |
| c) $P[z \leq k] = 0,2$ | d) $P[z > k] = 0,12$ |
| e) $P[z \geq k] = 0,9971$ | f) $P[z \geq k] = 0,6$ |

11.- Nunha distribución $N(18, 4)$, calcula as seguintes probabilidades:

- | | |
|------------------------|---------------------|
| a) $P[x \leq 20]$ | b) $P[x \geq 16,5]$ |
| c) $P[11 \leq x < 25]$ | |

12.- Nunha distribución $N(6; 0,9)$, calcula k para que se cumpran as seguintes igualdades:

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| a) $P[x \leq k] = 0,9772$ | b) $P[x \leq k] = 0,8$ |
|---------------------------|------------------------|

13.- As estaturas dos individuos dunha poboación distribúense normalmente con media 175 cm e desviación típica 10 cm. Calcula a probabilidade de que:

- Un individuo teña unha estatura maior que 180 cm.
- Un individuo teña unha estatura menor que 170 cm.
- Que proporción de individuos ten unha estatura comprendida entre 170 cm e 180 cm?

14.- O coeficiente intelectual dos individuos presentes nunha sala pode supoñerse que sigue unha distribución normal de media μ e varianza igual a 81.

- ¿Canto vale μ se sabemos que só un 10% das persoas na sala sobrepasa un coeficiente intelectual de 105?
No apartado seguintes supondremos que $\mu = 95$:
- Escollemos unha persoa ao chou, ¿cal é a probabilidade de que o seu coeficiente intelectual estea entre 86 e 107?

15.- O tempo medio de espera dun viaxeiro nunha estación ferroviaria, medido en minutos, segue unha distribución $N(7,5;2)$. Cada mañá 4000 viaxeiros acceden a esa estación. Determina o número de viaxeiros que esperan:

- Máis de 9 minutos.
- Entre 5 e 10 minutos.
- Completa: "*Os 1000 viaxeiros que menos tempo tardaron en subir ao tren tiveron que esperar menos deminutos*"

16.- Sábese que o 98,61% dos parafusos fabricados por unha empresa ten un diámetro menor que 3,398 mm. Se o diámetro segue unha distribución normal de media 3,2 mm, calcula a desviación típica.

17.- Estase experimentando unha nova vacina para a malaria que resulta efectiva no 60% dos casos. Se se escollen ao chou 45 persoas, calcula:

- a) Probabilidade de que nese grupo a vacina sexa efectiva en 27 persoas.
- b) Probabilidade de que sexa efectiva nun número de persoas comprendido entre 25 e 27, ambos incluídos.
- c) Probabilidade de que resulte efectiva en menos de 20 persoas.

18.- As compañías de seguros calcularon que 1 de cada 5 vehículos teñen un accidente ao ano. Se se toman ao chou 40 vehículos, determina:

- a) Probabilidade de que 10 deses vehículos teñan un accidente ese ano.
- b) Probabilidade de que o número de accidentes estea comprendido entre 10 e 12, ambos incluídos.
- c) Probabilidade de que o número de accidentes sexa maior que 15.

19.- A distribución dos puntos obtidos polos participantes nunhas oposicións é unha $N(110, 15)$.

- a) Cal é a probabilidade de que un opositor obteña máis de 125 puntos?
- b) Para aprobar é necesario obter 100 puntos ou máis. Que porcentaxe de opositores aproba?
- c) Cantos puntos, como mínimo, debe obter un opositor para estar entre o 25% dos mellores?

20.- A probabilidade de que un determinado xogador de fútbol marque gol desde o punto de penalti é $p=0,7$. Se lanza 2100 penaltis, calcula a probabilidade de que marque polo menos 1450 goles. Estase a asumir que os lanzamentos son sucesos independentes.

21.-

- a) Nunha determinada poboación de árbores, o 20 % teñen máis de 30 anos. Se se elixen 40 árbores ao azar, calcule a probabilidade de que soamente 4 deles teñan máis de 30 anos. O número total de árbores é tan grande que se pode asumir elección con substitución.
- b) Se X segue unha distribución normal de media 15 e $P(X \leq 18) = 0,6915$, cal é a desviación típica?