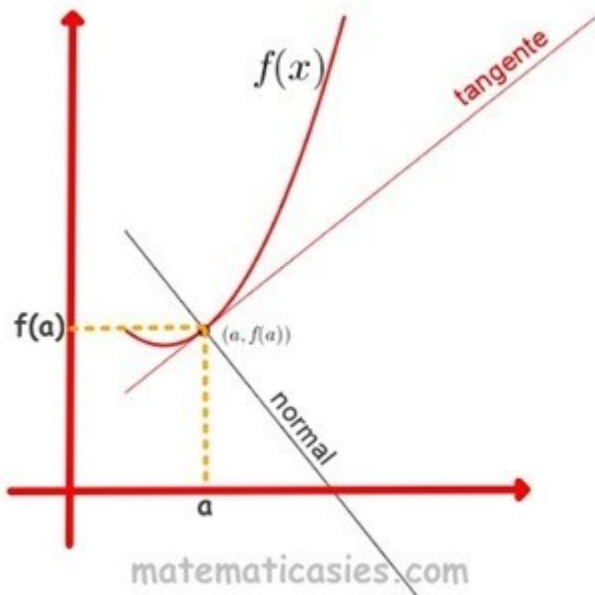


RECTA TANXENTE E RECTA NORMAL

ECUACIÓN DA RECTA TANXENTE E DA RECTA NORMAL DUNHA FUNCIÓN

$f(x)$ NUN PUNTO $x=a$



$f'(a)$ es la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto a

Ecuación recta tangente

$$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$$

Ecuación recta normal (perpendicular)

$$y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)} \cdot (x - a)$$

ECUACIÓN DA RECTA TANXENTE A UNHA FUNCIÓN NUN PUNTO $x=a$

Dado que la derivada de una función en un punto es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto $m = \text{pendiente recta tangente en } x=a = f'(a)$.

Utilizando la ecuación punto-pendiente de la recta, la recta tangente a $f(x)$ en el punto $(a, f(a))$ es la recta de ecuación:

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

ECUACIÓN DA RECTA NORMAL A UNHA FUNCIÓN NUN PUNTO $x=a$

La recta normal en $x=a$ es la recta perpendicular a la recta tangente en $\bar{x}=a$.

Por ser perpendicular, $m = \text{pendiente recta normal en } x=a = -\frac{1}{f'(a)}$. Utilizando la ecuación de la recta en forma punto-pendiente, la ecuación de la recta normal en $(a, f(a))$, es:

$$y = f(a) - \frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

Ejemplo: Escribe la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva $f(x) = x^2 - 6x + 11$ para $x=4$.

Resolución:

Calculamos el punto $P(4, f(4)) = (4, 3)$ porque $f(4) = 16 - 24 + 11 = 3$;

Recta tangente en $x=4$.

$$y = f(4) + f'(4)(x - 4) \quad \text{Como } f'(x) = 2x - 6 \text{ entonces } f'(4) = 2 \cdot 4 - 6 = 2$$

$$y = 3 + 2(x - 4)$$

$$y = 2x - 5$$

Recta normal en $x=4$.

$$y=f(4)-\frac{1}{f'(4)}(x-4) \quad \text{Como } f'(x)=2x-6 \text{ entón } f'(4)=2\cdot 4-6=2$$

$$y=3-\frac{1}{2}(x-4)$$

-

$$y=\frac{-x}{2}+5$$

Exemplo:

Escrebe a ecuación da recta tanxente a cada unha das seguintes funcións nos puntos que se indica:

a) $f(x)=xe^x$ en $x=0$

b) $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ en $x=0$ e $x=\ln 4$

Resolución:

a) $f'(x)=e^x+xe^x=(1+x)\cdot e^x$

$f(0)=0$ $f'(0)=(1+0)\cdot e^0=1$ A ecuación da recta tanxente é $y=x$

b) $f'(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

Facemos primeiro a recta tanxente en $x=0$

$$f(0)=\frac{e^0+e^{-0}}{2}=\frac{2}{2}=1; \quad f'(0)=\frac{e^0-e^{-0}}{2}=\frac{0}{2}=0$$

A ecuación da recta tanxente neste caso é:

$$y-1=0 \quad \text{ou sexa} \quad y=1$$

Imos achar agora a ecuación da recta tanxente en $x=\ln 4$

$$f(\ln 4)=\frac{e^{\ln 4}+e^{-\ln 4}}{2}=\frac{e^{\ln 4}+\frac{1}{e^{\ln 4}}}{2}=\frac{e^{\ln 4}+\frac{1}{4}}{2}=\frac{4+\frac{1}{4}}{2}=\frac{17}{8}; \quad \text{de xeito análogo } f'(\ln 4)=\frac{15}{8}$$

e a ecuación da recta tanxente é agora:

$$y-\frac{17}{8}=\frac{15}{8}\cdot(x-\ln 4)$$

EXERCICIOS PROPOSTOS:

- 1.- Indica a ecuación da recta tanxente e da recta normal á curva $f(x)=x^2-5x+6$ no punto de abscisa $x=2$.
- 2.- Escribe a ecuación da recta tanxente e da recta normal a $f(x)=\frac{1}{x^2}$ no punto de abscisa $x=-1$.
- 3.- Indica a ecuación da recta tanxente e da recta normal á curva $f(x)=\sqrt{2x+1}$ en $x=0$.
- 4.- Indica a ecuación da recta tanxente e da recta normal á curva $f(x)=(x+1)e^{2x}$ en $x=0$.
- 5.- Indica a ecuación da recta tanxente e da recta normal á curva $f(x)=\frac{\ln(3x-2)}{x}$ en $x=1$.
- 6.- Indica a ecuación da recta tanxente e da recta normal á curva $f(x)=\ln x^2$ en $x=1$.
- 7.- Escribe as ecuacións das rectas tanxentes á curva $f(x)=\frac{2x}{x-1}$ que son paralelas á recta $2x+y=0$.
- 8.- A ecuación da recta tanxente a unha función $f(x)$ no punto de abscisa $x=2$ é $4x-3y+1=0$. Cal é o valor de $f'(2)$? E o de $f(2)$?
- 9.- Indica unha función de segundo grao $f(x)=ax^2+bx+c$ se sabes que pasa por $(0, 1)$ e que a pendente da recta tanxente no punto $(2, -1)$ vale 0.
- 10.- Determina a parábola $y=ax^2+bx+c$ que é tanxente á recta $y=2x-3$ no punto $A(2, 1)$ e que pasa polo punto $B(5, -2)$.
- 11.- Determina o valor de x para o que as tanxentes ás curvas $y=3x^2-2x+5$ e $y=x^2+6x$ sexan paralelas. Escribe as ecuacións desas tanxentes.
- 12.- Indica a , b e c en $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ de modo que a gráfica de f teña tanxente horizontal en $x=-4$ e en $x=0$ e que pase por $(1, 1)$.

