

EXEMPLOS REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES POLINÓMICAS

Exercicio nº1.-

Calcula dominio, cortes cos eixos ,simetrías ,ramas ,monotonía ,extremos relativos ,curvatura, puntos de inflexión e representa a seguinte función:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

SOLUCIÓN:

1º.- DOMINIO: $\mathbb{R}$

2º.- CORTES:

$$x=0 \Rightarrow y=0$$

$$y=0 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

$$CORTES : (0,0) ; (3,0)$$

3º.- SIMETRÍAS:

$$f(-x) = (-x)^3 - 6(-x)^2 + 9(-x) = -x^3 - 6x^2 - 9x \neq f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao eixo Y}$$

$$f(-x) = -x^3 - 6x^2 - 9x \neq -f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao } (0,0)$$

4º.- RAMAS:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

5º.- MONOTONÍA:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

$x=1$ e $x=3$ PUNTOS SINGULARES (POSIBLES MÁXIMOS O MÍNIMOS RELATIVOS)

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, 1)$	> 0 (pq $f'(0) = 9 > 0$)	$f(x)$ crece en $(-\infty, 1)$
$(1, 3)$	< 0 (pq $f'(2) = -3 < 0$)	$f(x)$ decrece en $(1, 3)$
$(3, \infty)$	> 0 (pq $f'(4) = 48 - 48 + 9 > 0$)	$f(x)$ crece en $(3, \infty)$

6º.- EXTREMOS RELATIVOS:

En $x=1$ hai máximo relativo. $(1, f(1)) = (1, 4)$ MÁXIMO RELATIVO

En $x=3$ hai mínimo relativo. $(3, f(3)) = (3, 0)$ MÍNIMO RELATIVO

7º.- CURVATURA:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow f''(x) = 6x - 12$$

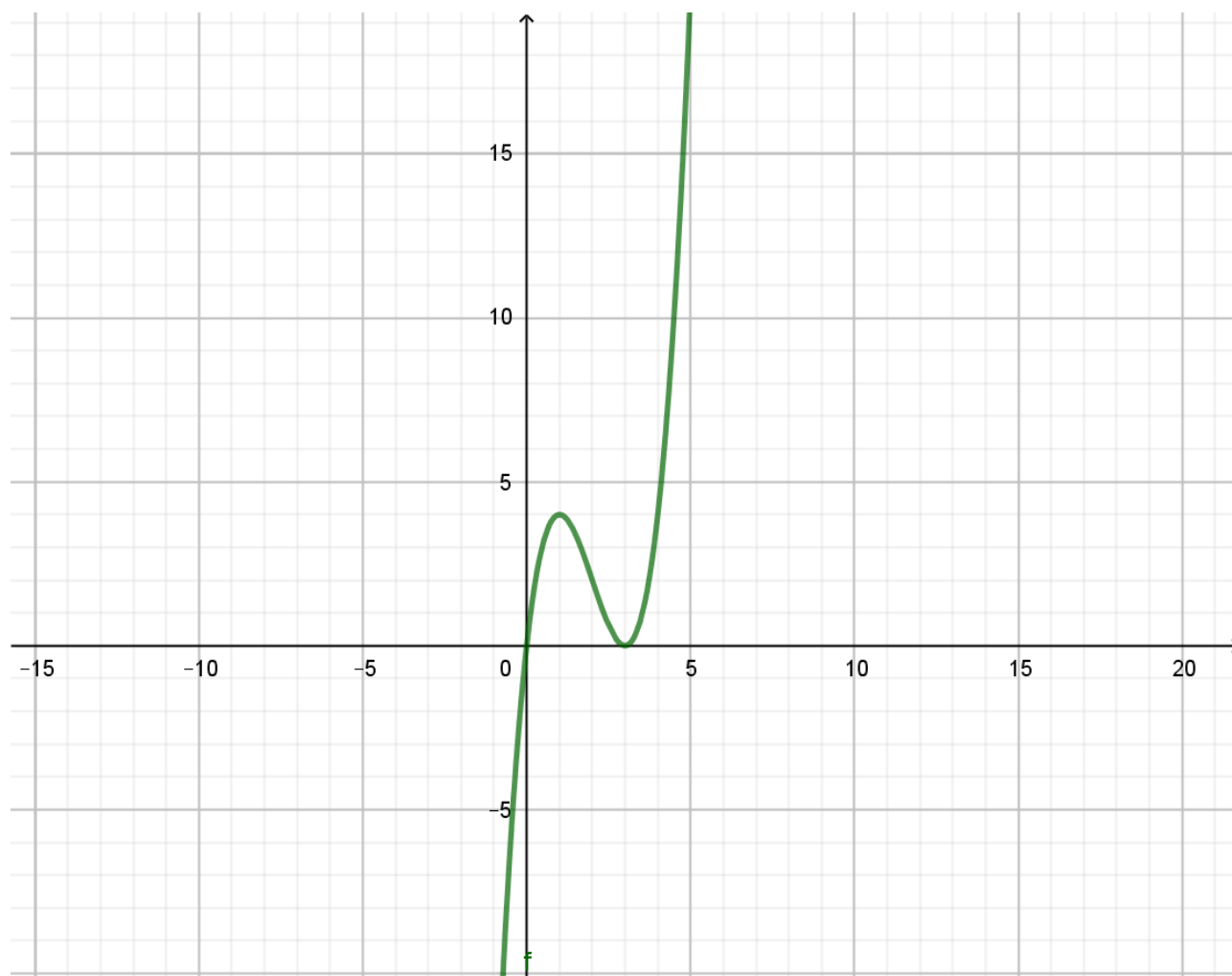
$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ (POSIBLES PUNTOS DE INFLEXIÓN)}$$

INTERVALO	$f''(x)$	$f(x)$
$(-\infty, 2)$	< 0 (pq $f''(1) = -6 < 0$)	$f(x)$ cóncava en $(-\infty, 2)$
$(2, \infty)$	> 0 (pq $f''(3) = 6 > 0$)	$f(x)$ convexa en $(2, \infty)$

8º.- PUNTOS DE INFLEXIÓN:

En $x=2$ hai punto de inflexión. $(2, f(2)) = (2, 2)$ PUNTO INFLEXIÓN

9º.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA:



Exercicio nº2. -

Calcula dominio, cortes cos eixos ,simetrías ,ramas ,monotonía ,extremos relativos ,curvatura, puntos de inflexión e representa a seguinte función:

$$f(x) = (x+1)^3 \cdot (x-3)$$

SOLUCIÓN:

1º.- DOMINIO: $\mathbb{R}$

2º.- CORTES:

$$x=0 \Rightarrow y = (0+1)^3 \cdot (0-3) = -3$$

$$y=0 \Rightarrow (x+1)^3 (x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x+1)^3 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x-3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$CORTES : (0, -3); (3, 0); (-1, 0)$$

3º.- SIMETRÍAS:

$$f(-x) = (-x+1)^3 \cdot (-x-3) = (x-1)^3 \cdot (x-3) \neq f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao eixo Y}$$

$$f(-x) = (x-1)^3 \cdot (x-3) \neq -f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao } (0,0)$$

4º.- RAMAS:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$$

5º.- MONOTONÍA:

$$f(x) = (x+1)^3 (x-3) \Rightarrow f'(x) = 3(x+1)^2 \cdot 1 \cdot (x-3) + (x+1)^3 \cdot 1 = (x+1)^2 [3(x-3) + (x+1)] = (x+1)^2 (4x-8)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (x+1)^2 (4x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ 4x-8 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = 2$ PUNTOS SINGULARES (POSIBLES MÁXIMOS O MÍNIMOS RELATIVOS)

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, -1)$	< 0 (pq $f'(-2) = (-2+1)^2 (-8-8) < 0$)	$f(x)$ decrece en $(-\infty, -1)$
$(-1, 2)$	< 0 (pq $f'(0) = (0+1)^2 (0-8) < 0$)	$f(x)$ decrece en $(-1, 2)$
$(2, \infty)$	> 0 (pq $f'(3) = (3+1)^2 (4 \cdot 3 - 8) = 16 \cdot 4 > 0$)	$f(x)$ crece en $(2, \infty)$

6º.- EXTREMOS RELATIVOS:

En $x = -1$ NON HAI EXTREMO RELATIVO ($f(x)$ decrece en $(-\infty, -1)$ E $f(x)$ decrece en $(-1, 2)$)

En $x = 2$ hai mínimo relativo. $(2, f(2)) = (2, -27)$ MÍNIMO RELATIVO

7º.- CURVATURA:

$$f(x) = (x+1)^3 \cdot (x-3) \Rightarrow f'(x) = (x+1)^2 (4x-8)$$

$$f''(x) = 2(x+1) \cdot 1 \cdot (4x-8) + (x+1)^2 \cdot 4 = (x+1) [2(4x-8) + 4(x+1)] = (x+1)(12x-12)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow (x+1)(12x-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = 1$ (POSIBLES PUNTOS DE INFLEXIÓN)

INTERVALO	$f''(x)$	$f(x)$
$(-\infty, -1)$	> 0 (pq $f''(-2) = (-2+1)(12 \cdot (-2) - 12) = 36 > 0$)	$f(x)$ convexa en $(-\infty, -1)$
$(-1, 1)$	< 0 (pq $f''(0) = (0+1)(0-12) < 0$)	$f(x)$ cóncava en $(-1, 1)$
$(1, \infty)$	> 0 (pq $f''(2) = (2+1)(12 \cdot 2 - 12) = 36 > 0$)	$f(x)$ convexa en $(1, \infty)$

8º.- PUNTOS DE INFLEXIÓN:

En $x = -1$ hai punto de inflexión. $(-1, f(-1)) = (-1, 0)$ PUNTO INFLEXIÓN

En $x = 1$ hai punto de inflexión. $(1, f(1)) = (1, -16)$ PUNTO INFLEXIÓN

9º.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

