

FUNCIÓNS ELEMENTAIS. LÍMITES E CONTINUIDADE. MATEMÁTICAS I.

(16 de Marzo de 2026)

Nome: _____

É obrigatorio **escribir con bolígrafo**. As páxinas deberán estar numeradas indicando tamén o total de páxinas. Non é necesario responder as preguntas seguindo a orde numérica, pero deberá quedar claro cal é o exercicio que se está a facer e non intercalar respostas doutros exercicios.

No desenvolvemento dos exercicios, valorarase:

- A utilización da linguaxe, notación e símbolos matemáticos adecuados.
- A utilización de argumentos, xustificacións e razoamentos coherentes.
- A precisión e rigor adecuados para a resolución do problema.
- A interpretación da solución dos exercicios.

1	2	3	4	5	6	7	TOTAL

1.- Nun triángulo de vértices A(-4,-3), B(-2,7) e C(3,1).

Recoméndoches que fagas o debuxo!

1,5 puntos

Calcula:

a) A recta que pasa por A e B.

$$\begin{aligned} & \text{pasa por } A(-4,3) \\ & \vec{r}_{AB} \rightarrow \vec{P} = \vec{AB} = (2,10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{10} \Rightarrow 10x+40=2y+6 \\ \Rightarrow 10x-2y+34=0 \Rightarrow \boxed{r_{AB}: 5x-y+17=0} \end{array} \right. \end{aligned}$$

b) A distancia de C á recta que pasa por A e B e a área do triángulo.

$$d(C, r_{AB}: 5x-y+17=0) = \frac{|5 \cdot 3 - 1 + 17|}{\sqrt{25 + (-1)^2}} = \frac{31}{\sqrt{26}}$$

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{AB}| \cdot d(C, r_{AB})}{2} = \frac{\sqrt{104} \cdot \frac{31}{\sqrt{26}}}{2} = 31 \text{ u}^2$$

$$\vec{AB} = (2,10) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{4+100} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$$

c) A mediatriz de AB.

$$\begin{aligned} & \text{pasa pto medio } \vec{AB} \\ & M_{AB} = \left(\frac{-4+(-2)}{2}, \frac{-3+7}{2} \right) = (-3,2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+3}{10} = \frac{y-2}{-2} \Rightarrow \\ \Rightarrow -2x-6=10y-20 \\ \Rightarrow 2x+10y-14=0 \\ \Rightarrow \boxed{m_{AB}: x+5y-7=0} \end{array} \right. \\ & \vec{d} = \text{perpend. a } \vec{AB} = (10,-2) \end{aligned}$$

6 min

2.- Acha o dominio de definición das seguintes funções (explica o que fas para obtelo):

1 punto

a) $y = \frac{2x+1}{25x-x^3}$

$D(f) = \{ x \in \mathbb{R} / 25x - x^3 \neq 0 \}$

$25x - x^3 = 0 \Rightarrow x(25 - x^2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 25 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 5 \end{cases}$

$D(f) = \mathbb{R} - \{0, \pm 5\}$

b) $y = \sqrt{\frac{1-x}{x-3}}$

$D(f) = \{ x \in \mathbb{R} / \frac{1-x}{x-3} \geq 0 \text{ e } x \neq 3 \}$

$1-x$ $\begin{array}{c} + \quad - \\ | \quad | \\ 1 \quad 3 \end{array}$

$x-3$ $\begin{array}{c} - \quad - \quad + \\ | \quad | \\ 1 \quad 3 \end{array}$

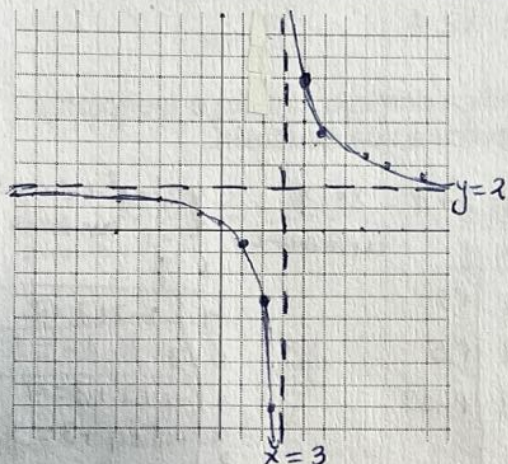
$\frac{1-x}{x-3}$ $\begin{array}{c} (-) \quad (+) \quad (-) \\ | \quad | \\ 1 \quad 3 \end{array}$

$D(f) = [1, 3)$

3.-

1 ponto

a) Debuxa a gráfica de $y = \frac{2x-1}{x-3}$. Indica as súas asíntotas. Indica dominio e imaxe. Fai unha táboa de polo menos 5 valores !!!



$$\frac{2x-1}{x-3} = \frac{2x-6+5}{x-3} = 2 + \frac{5}{x-3}$$

$$\frac{2x-1}{x-3} = 2 + \frac{5}{x-3}$$

$x < 3$

x	y
2	$\frac{3}{-1} = -3$
2.5	$\frac{4}{-0.5} = -8$
1	$\frac{1}{-2} = -0.5$
0	$\frac{1}{-3}$
-1	$\frac{-3}{-4} = 0.75$
-3	$\frac{-7}{-6} \approx 1.17$
-5	$\frac{-11}{-8} = 1.375$
-9	$\frac{-19}{-12} \approx 1.58$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$Im(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

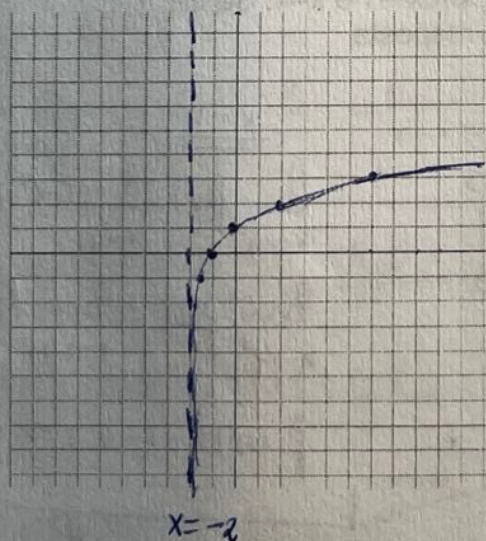
(graf. de $y = \frac{5}{x}$ movida 2 para arriba y 3 derreda)

$$ASÍNTOTAS: \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$$

$x > 3$

x	y
4	$\frac{7}{1} = 7$
5	$\frac{9}{2} = 4.5$
7	$\frac{13}{4} = 3.25$
8	$\frac{15}{5} = 3$
10	$\frac{19}{7} \approx 2.71$

b) Representa $y = \log_2(x+2)$ e indica a asíntota. Indica dominio e imaxe. Fai táboa de polo menos 5 valores !!!



$$D(f) = (-2, \infty)$$

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ x > -2 \end{cases}$$

$$Im(f) = \mathbb{R}$$

x	y	x	y
-1	0	-1	-1
0	1	-1	-2
2	2	-1	-3
6	3		
14	4		

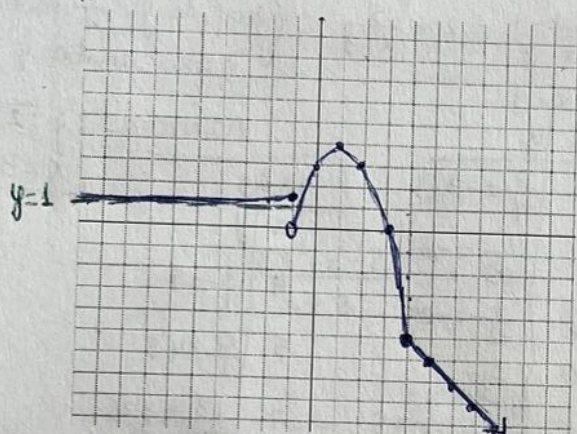
$$ASÍNTOTA: x = -2$$

4.- Dada a función :

a) 1, 5 ; b) 1 punto

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{se } -1 < x < 4 \\ -1 - x & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

a) Representa graficamente a función f . Indica dominio, imaxe e monotonía. Ten algunha asíntota? En caso afirmativo, indica a súa ecuación.



$$y = 2^x + 1 \quad x \leq -1$$

EXPONENCIAL

x	y
-1	1.5
-2	1.25
-3	1.125

$$y = -x^2 + 2x + 3 \quad -1 < x < 4$$

CUADRÁTICA PARABÓLICA

x	y
-1	-1 - 2 + 3 = 0
0	3
1	-1 + 2 + 3 = 4
2	-4 + 4 + 3 = 3
3	-9 + 6 + 3 = 0
4	-16 + 8 + 3 = -5

• Δ cóncava
• V(1, 4)
• cortes: (0, 3), (3, 0), (-1, 0)

$$y = -1 - x, \quad x \geq 4$$

RECTA

x	y
4	-5
5	-6
6	-7

TEN ASÍNTOTA

$y = 1$

$\text{Dominio}(f) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
 $\text{Im}(f) = (-\infty, 4]$
 f CRECE en $(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$
 f DECRECE en $(1, \infty)$

b) Estuda analiticamente a continuidade de f en $x = -1$ e $x = 4$. Se hai descontinuidades, indica de que tipo e razo a resposta.

$x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 2^x + 1 = 2^{-1} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = 1.5$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (-x^2 + 2x + 3) = -1 - 2 + 3 = 0$$

$$f(-1) = 2^{-1} + 1 = 1.5$$

$\Downarrow$
 f NON CONTINUA EN $x = -1$

pg. $\nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

EN $x = -1$ DESCONTINUIDADE
 SALTO FINITO (existen límites laterais finitos pero distintos)

$x = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (-x^2 + 2x + 3) = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (-1 - x) = -5$$

$$f(4) = -1 - 4 = -5$$

$\Downarrow$
 f CONTINUA EN $x = 4$

pg. $\exists \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4) = -5$

5- Calcula as ramas infinitas das seguintes funcións e, de ter asíntotas, calcula as súas ecuacións e sitúa a curva respecto a elas:

a) 1,5; b) 1 punto

a) $f(x) = \frac{2x^2 + x - 2}{x + 3}$

A.V.

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 2}{x + 3} = \frac{18 - 3 - 2}{-3 + 3} = \frac{13}{0} = \pm \infty$

II
 $x = -3$ A.V.

$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x^2 + x - 2}{x + 3} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2x^2 + x - 2}{x + 3} = +\infty$

A.H. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x = \infty \Rightarrow$ Non hai A.H.

A.O.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 2}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2 = m \neq 0 \Rightarrow$ VAI HABER A.O. e $m = 2$

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x - 2}{x + 3} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 2 - 2x^2 - 6x}{x + 3} =$

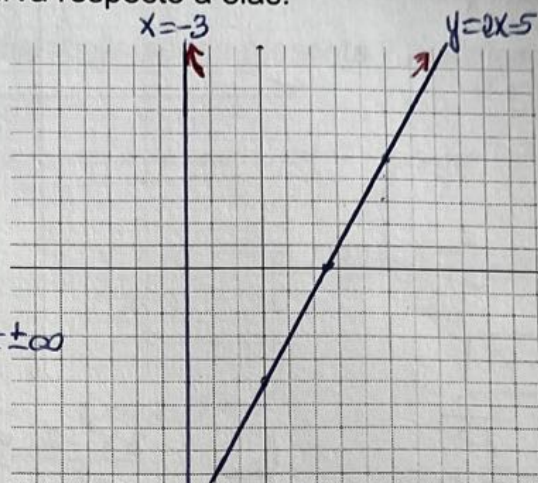
$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x}{x} = -5$

$y = 2x - 5$ é A.O.

x	y
0	-5
2,5	0
5	5

$f(x) - A.O. = \frac{2x^2 + x - 2}{x + 3} - (2x - 5) = \frac{2x^2 + x - 2 - 2x^2 - 6x + 10x + 15}{x + 3} = \frac{13}{x + 3}$

$f(x) - A.O. = \frac{13}{x + 3}$
 $\xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0^+ \Rightarrow f(x) > A.O.$
 $\xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0^- \Rightarrow f(x) < A.O.$



b) $g(x) = \frac{3x^3 - 2}{x^3}$

$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$

A.V.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 2}{x^3} = \frac{-2}{0} = \pm\infty$

EN $x=0$ A.V.

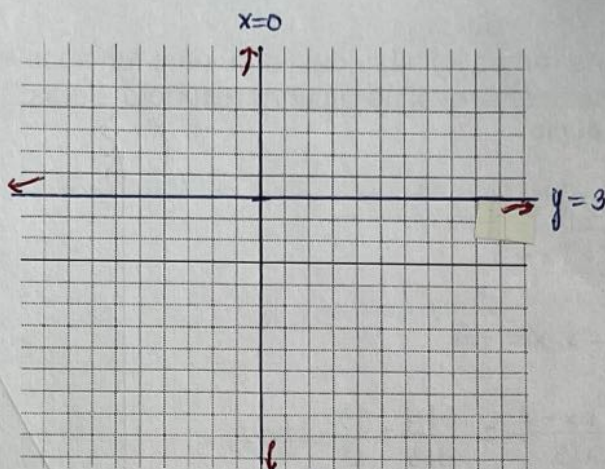
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x^3 - 2}{x^3} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^3 - 2}{x^3} = -\infty$

A.H.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3}{x^3} = 3 \Rightarrow$ EN $y=3$ A.H.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2}{x^3} = 3^-$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 2}{x^3} = 3^+$

x	1000	-1000
$f(x)$	2'99...	3'000... 2



3/ 6.- Dada a función $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$. ¿f ten algún punto de descontinuidade?

En caso afirmativo, que tipo de descontinuidade presenta? Xustifica a resposta.

0,75 puntos

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \quad \underline{f \text{ DESCONTINUA EN } x = 3 \text{ porque } 3 \notin D(f)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \frac{9 - 3 - 6}{3 - 3} = \frac{0}{0} \text{ INDETERM.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 5$$

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 1 & -1 & -6 \\ & & 3 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Entón } \exists \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5 \\ \quad \neq f(3) \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{EN } x=3 \text{ HAI}} \\ \underline{\text{DESCONTINUIDADE}} \\ \underline{\text{EVITABLE}}$$

5/ 7.- Calcula o valor de k para que a función sexa continua en todo $\mathbb{R}$. Explica coa terminoloxía correcta o que fas.

0,75 puntos

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 + kx - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2^x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

f CONTINUA EN $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ por ser polinómica e exponencial que son continuas nos intervalos nos que están definidas (de feito son continuas en $\mathbb{R}$)

¿ $x = 1$?

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (4x^2 + kx - 1) = 4 + k - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2^x = 2^1 = 2$$

$$f(1) = 4 \cdot 1^2 + k \cdot 1 - 1 = 4 + k - 1$$

Para f CONTINUA en $\mathbb{R}$ $\left\{ \begin{array}{l} f \text{ cont. en } (-\infty, 1) \cup (1, \infty) \\ \text{e } f \text{ cont. en } x = 1 \end{array} \right.$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

$$4 + k - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{k = -1}$$

"O ESFORZO QUE FAS HOXE É A FORZA QUE TERÁS MAÑÁ. CADA PASO CONTA: CONFÍA EN TI E SEGUE ADIANTE."

LÍMITES E CONTINUIDADE. MATEMÁTICAS I.
(16 de Marzo de 2026)

48 min

Nome: _____

É obrigatorio **escribir con bolígrafo**. As páxinas deberán estar numeradas indicando tamén o total de páxinas. Non é necesario responder as preguntas seguindo a orde numérica, pero deberá quedar claro cal é o exercicio que se está a facer e non intercalar respostas doutros exercicios.

No desenvolvemento dos exercicios, valorarase:

- A utilización da linguaxe, notación e símbolos matemáticos adecuados.
- A utilización de argumentos, xustificacións e razoamentos coherentes.
- A precisión e rigor adecuados para a resolución do problema.
- **A interpretación da solución dos exercicios.**

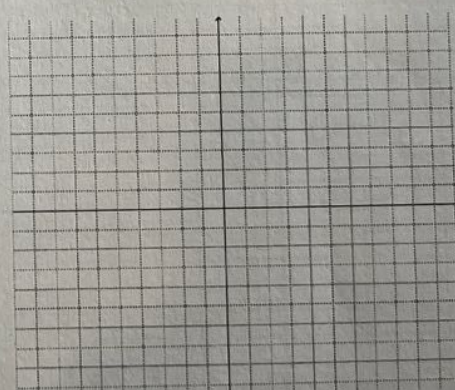
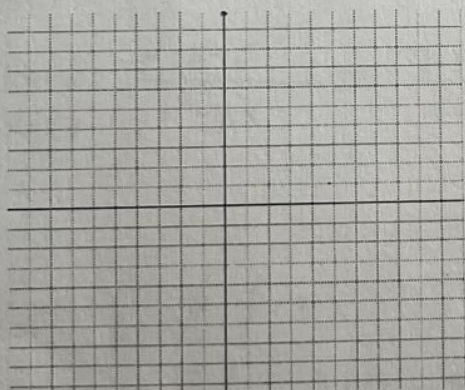
1	2	3	4	TOTAL

1.- Calcula as ramas infinitas das seguintes funcións e, de ter asíntotas, calcula as súas ecuacións e sitúa a curva respecto a elas:

a) 2 ; b) 1,5 ; c) 1 punto

a) $f(x) = \frac{2x^2 + x - 2}{x+3}$

b) $g(x) = \frac{3x^3 - 2}{x^3}$



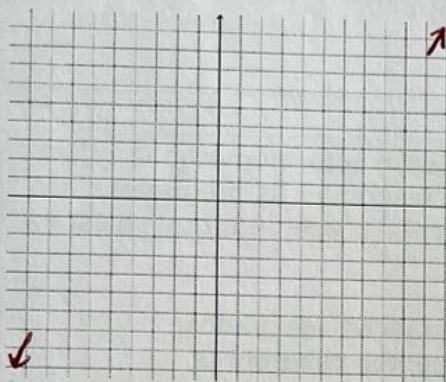
Hecho
en
el de todo!

10 min

Hecho
en
el de todo!

6 min

c) $h(x) = \frac{x^5}{x^2+1}$



A.V.

$x^2+1=0$ NOW SOLUÇÃO REAL

$\Rightarrow$ NON HAI A.V.

5 min

A.H.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty \text{ (*)}$$

$\Rightarrow$ NOW HAI A.H.

A.O. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^3+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$

$\Rightarrow$ NOW HAI A.O. KAMAS (*)

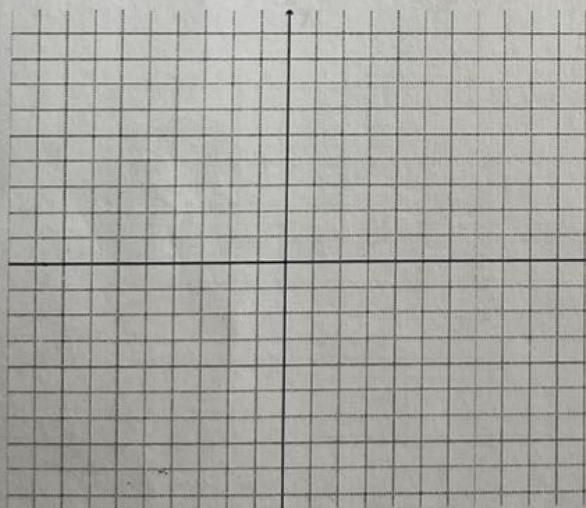
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = (-\infty)^3 = -\infty \text{ (*)}$$

a) 1, 5 ; b) 1 punto

2.- Dada a função :

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{se } -1 < x < 4 \\ -1 - x & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

a) Representa graficamente a função f . Indica dominio, imaxe e monotonia. Ten algunha asíntota? En caso afirmativo, indica a súa ecuación.



b) Estuda analiticamente a continuidade de f en $x=-1$ e $x=4$. Se hai descontinuidades, indica de que tipo e razoa a resposta.

10 min 3.- Dada a função $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x}$. ¿f ten algún punto de descontinuidade?

En caso afirmativo, que tipo de descontinuidade presenta en cada un? Xustifica as respostas.

1,5 puntos

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \rightarrow x=0 \text{ e } x=3$$

f DESCONTINUA EN $x=0$ e $x=3$ porque $0, 3 \notin D(f)$

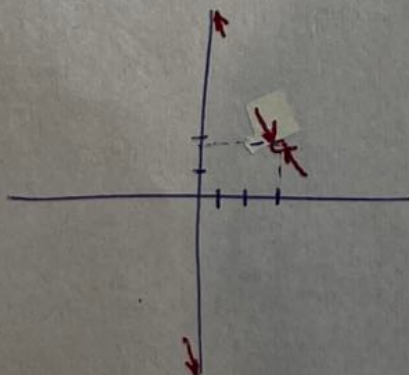
$$\begin{aligned} \underline{x=0} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} &= \frac{-6}{0} = \pm\infty \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} = -\infty \\ &\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} = +\infty \end{aligned}$$

Como $\neq f(0)$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \pm\infty \quad \Rightarrow \text{EN } x=0 \text{ DESCONTINUIDADE SALTO INFINITO}$

$$\begin{aligned} \underline{x=3} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} &= \frac{9-3-6}{9-9} = \frac{0}{0} \stackrel{\text{INDET.}}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3) \cdot (x+2)}{x(x-3)} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 1 & -1 & -6 \\ & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

Como $\neq f(3)$
 $\exists \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \text{EN } x=3 \text{ DESCONT. EVITABLE}$



	3^+	3^-
x	3.01	2.99
f(x)	1.6644	1.6688...
	$(\frac{5}{3})^-$	$(\frac{5}{3})^+$

$\frac{5}{3} = 1.666...$

6 min 4.- Calcula o valor de a e b para que a función para que a función

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{se } x < 1 \\ ax^2+bx & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 3^x & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \text{ sexa continua en todo } \mathbb{R}. \text{ Explica coa}$$

terminoloxía correcta o que fas.

1,5 puntos

f cont. en $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$ por ser polinómicas e exponencial que son continuas nos intervalos nos que están definidas (cont. abí e en todo $\mathbb{R}$)

$$\begin{aligned} \underline{x=1} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x-1) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax^2+bx) = a+b \\ f(1) &= a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = a+b \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Para } f \text{ cont. en } x=1 \\ \Downarrow \\ \boxed{a+b=2}$$

$$\begin{aligned} \underline{x=2} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax^2+bx) = 4a+2b \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} 3^x = 3^2 = 9 \\ f(2) &= 3^2 = 9 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Para } f \text{ cont. en } x=2 \\ \Downarrow \\ \boxed{4a+2b=9}$$

Para f cont. en $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} a+b=2 \\ 4a+2b=9 \end{cases}$

Resolvendo

$$\begin{aligned} -4a - 4b &= -8 \\ 4a + 2b &= 9 \\ \hline -2b &= 1 \\ b &= -0,5 \\ a &= 2,5 \end{aligned}$$

f cont. en $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} a=2,5 \\ b=-0,5 \end{cases}$

"O ESFORZO QUE FAS HOXE É A FORZA QUE TERÁS MAÑÁ. CADA ASO CONTA: CONFÍA EN TI E SEGUE ADIANTE."