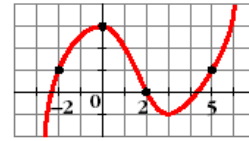


EXERCICIOS INICIACIÓN AO CÁLCULO DE DERIVADAS. APLICACIÓNS.

1.- Calcula a taxa de variación media desta función nos intervalos:

- a) $[-2, 0]$ b) $[0, 2]$ c) $[2, 5]$



2.- Indica a T.V.M. da función $y = x^2 - 8x + 12$ nos seguintes intervalos $[1, 2]$, $[1, 5]$, $[1, 8]$.

3.- Indica a T.V.M. de $y = x^2 - 8x + 12$ no intervalo variable $[1, 1 + h]$. Comproba, dándolle a h os valores axeitados, que se obteñen os resultados do exercicio anterior.

4.- Dada a función $f(x) = x^2 - 1$, indica a taxa de variación media no intervalo $[2, 2 + h]$.

5.- Comproba que a TVM da función $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ no intervalo $[1, 1 + h]$ é igual a $-h + 3$. Calcula a TVM desa función nos intervalos $[1, 2]$ e $[1, 1.5]$, utilizando a expresión anterior.

6.- Compara a TVM da función $f(x) = x^3$ e $f(x) = e^x$ nos intervalos $[2, 3]$ e $[3, 4]$, e di cal das dúas crece máis en cada intervalo.

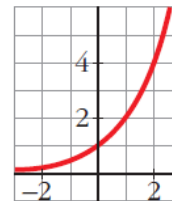
7.- Acha f' nos puntos de abscisa -3, 0 e 4

■ *Determina as pendentes das rectas tanxentes trazadas neses puntos.*



8.- Indica, na gráfica do exercicio anterior, os puntos nos que a derivada é cero. En $x = 1$, a derivada é positiva ou negativa? E en $x = 3$?

9.- Existe algún punto nesta función no que a derivada sexa negativa? Ordena de menor a maior os valores de $f'(-2)$, $f'(2)$ e $f'(0)$.



10.- Determina a derivada de $y = 5x - x^2$ nos puntos de abscisas 4 e 5.

11.- Determina a derivada de $y = \frac{3}{x-2}$ nos puntos de abscisas -1 e 5.

12.- Determina a derivada de $y = \frac{1}{x}$ nos puntos de abscisas -1, e 2.

13.- Aplicando a definición de derivada, calcula $f'(-2)$ e $f'(3)$, onde: $f(x) = \frac{2x-3}{5}$.

14.- Indica a derivada das seguintes funcións en $x = 1$, utilizando a definición de derivada:

a) $f(x) = 3x^2 - 1$

b) $f(x) = (2x + 1)^2$

c) $f(x) = 3/x$

d) $f(x) = 1/(x+2)$

15.- Determina a pendente da tanxente á curva $y = x^2 - 5x + 1$ no punto de abscisa $x = -2$, utilizando a definición de derivada e escribe a ecuación da recta tanxente nese punto.

16.- Determina a pendente da tanxente á curva $y = 4x - x^2$ no punto de abscisa $x = 2$, aplicando a definición de derivada, e escribe a ecuación da recta tanxente nese punto.

17.- Calcula a derivada de $f(x) = x^2$.

18.- Calcula a derivada de $f(x) = x^3$.

19.- Comproba, utilizando a definición, que la función derivada en cada caso:

a) $f(x) = 5x \rightarrow f'(x) = 5$

b) $f(x) = 7x^2 \rightarrow f'(x) = 14x$

c) $f(x) = x^2 + x \rightarrow f'(x) = 2x + 1$

d) $f(x) = \frac{3}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{-3}{x^2}$

REGRAS PARA OBTENIR AS DERIVADAS DALGUNHAS FUNCIÓNS.-

DERIVADA DUN NÚMERO POR UNHA FUNCIÓN

$$D[k \cdot f(x)] = k \cdot f'(x) \quad k \in \mathbb{R}$$

DERIVADA DA SUMA OU DIFERENCIA DE FUNCIÓNS

$$D[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

DERIVADA DO PRODUTO DE FUNCIÓNS

$$D[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

DERIVADA DO COCIENTE DE FUNCIÓNS

$$D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

DERIVADA DA COMPOSICIÓN DE FUNCIÓNS

$$D[(g \circ f)(x)] = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

POTENCIA

$$D(x^n) = n \cdot x^{n-1}$$

$$D[(f(x))^n] = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$$

EXPONENCIAIS

$$D(e^x) = e^x$$

$$D[e^{f(x)}] = f'(x) \cdot e^{f(x)}$$

$$D(a^x) = a^x \cdot \ln a$$

$$D[a^{f(x)}] = a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$$

LOGARÍTMICAS

$$D(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$D[\ln f(x)] = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$D(\log_a x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$$

$$D[\log_a f(x)] = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{1}{\ln a} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \ln a}$$

TRIGONOMÉTRICAS

$$D(\sin x) = \cos x$$

$$D[\sin f(x)] = f'(x) \cdot \cos f(x)$$

$$D(\cos x) = -\sin x$$

$$D[\cos f(x)] = -f'(x) \cdot \sin f(x)$$

$$D(\tan x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$$D(\tan f(x)) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} = f'(x) [1 + \tan^2 f(x)]$$

FUNCIÓNS ARCO

$$D(\arcsen x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$D(\arccos x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$D(\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$D(\arcsen f(x)) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$$

$$D(\arccos f(x)) = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$$

$$D(\arctan f(x)) = \frac{f'(x)}{1+(f(x))^2}$$

20.- Calcula (UTILIZANDO AS REGLAS DE DERIVACIÓN, XA NON COA DEFINICIÓN DE DERIVADA (sen facer límites)):

$$a) f(x) = 3x^2 - 6x + 5$$

$$f'(x) =$$

$$f'(1) =$$

$$b) f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(2) =$$

$$c) f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6$$

$$f'(x) =$$

$$f'(-2) =$$

$$d) f(x) = \frac{-2}{x^5}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(1) =$$

$$e) f(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(-1) =$$

$$f) f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} + 5 \cdot \sqrt[3]{x}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(1) =$$

$$g) f(x) = \frac{x}{3} + \sqrt{2}$$

$$f'(x) =$$

$$f'\left(\frac{-17}{3}\right) =$$

$$h) f(x) = \frac{x^3}{2} + \frac{3x^2}{2} - \frac{x}{2}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(2) =$$

$$i) f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(4) =$$

$$l) f(x) = \sen \frac{3\pi}{2}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(-1) =$$

21.- Indica a función derivada das seguintes funcións (UTILIZANDO AS REGLAS DE DERIVACIÓN DA SUMA E RESTA DE FUNCIÓNS):

$$a) f(x) = 2e^x - 3 \cos x + \sen \frac{\pi}{6}$$

$$b) f(x) = \frac{e^x}{5} - \ln x$$

$$c) f(x) = -x^3 + 7x^2 - 3x + \log 5 - \frac{2}{x^2}$$

$$d) f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$e) f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x - \arctan x$$

$$f) f(x) = \operatorname{arcsen} x + 3^x + \log x$$

$$g) f(x) = \sqrt[3]{3x} + \tan x = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{x} + \tan x$$

$$h) f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x^2}{2}$$

22.- Indica a función derivada das seguintes funcións (UTILIZANDO AS REGRAS DE DERIVACIÓN DO PRODUTO E DO COCIENTE DE FUNCIÓNS):

$$a) f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$$

$$b) f(x) = \frac{x}{4^x}$$

$$c) f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 1}$$

$$d) f(x) = \operatorname{sen} x \cdot (1 - \cos x)$$

$$e) f(x) = \tan x \cdot (1 + \operatorname{sen} x)$$

$$f) f(x) = \tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

$$g) f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

$$h) f(x) = (3x + 2) \cdot \operatorname{sen} x$$

$$i) f(x) = (x + 1) \cdot e^x$$

$$l) f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$$

$$m) f(x) = \frac{1 - e^x}{e^x}$$

$$n) f(x) = (x - 1) \cdot 2^x$$

$$o) f(x) = (x^2 + 1) \cdot \log_2 x$$

$$p) f(x) = \frac{x - \ln x}{1 + \ln x}$$

$$q) f(x) = x^2 \cdot \operatorname{arcsen} x$$

$$r) f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$s) f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 5x + 3}{x}$$

$$t) f(x) = \frac{\log x}{x^3}$$

$$u) f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 5x + 3}{x - 2}$$

$$v) f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 + x - 1}$$

23.- Indica a función derivada das seguintes funcións (UTILIZANDO A REGRA DE DERIVACIÓN DA COMPOSICIÓN DE FUNCIÓNS. REGRA DA CADEA):

$$a) y = e^{3x-1}$$

$$b) y = \ln(x^2 - 5x + 1)$$

$$c) y = \operatorname{sen}(4x^3 - 5x + 7)$$

$$c) y = \sqrt[3]{(5x+3)^2} = (5x+3)^{\frac{2}{3}}$$

$$d) y = \cos(3x - \pi)$$

$$e) y = (x^4 - 3x^3 + 2x^2 + \sqrt{2})^7$$

$$f) y = 2^{\operatorname{sen} x}$$

$$h) y = \sqrt[3]{1+2x} = (1+2x)^{\frac{1}{3}}$$

$$i) y = 3(\operatorname{sen} x - \cos x)^4$$

$$l) y = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \arctan(x^{-1})$$

$$m) y = (\ln x + e^x)^4$$

$$n) y = \sqrt{x^2 - 4x + 1} = (x^2 - 4x + 1)^{1/2}$$

$$o) y = e^{-x^2 + \pi}$$

$$p) y = \sqrt{3e^x - \ln x} = (3e^x - \ln x)^{1/2}$$

$$q) y = \cos(x^3 - 3x^2 + 5x - 1)$$

$$r) y = \log\left(3x^4 - \frac{2}{x}\right)$$

$$s) y = \ln(\ln x)$$

$$t) y = \cos(\operatorname{sen} x)$$

$$u) y = \tan(2x - 3)$$

$$v) y = \operatorname{arcsen}(-x + 10)$$

$$w) y = \operatorname{sen}^2\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x) y = \operatorname{sen} x^3 = \operatorname{sen}(x^3)$$

$$y) y = \operatorname{sen}^3 x = (\operatorname{sen} x)^3$$

$$z) y = \left(\frac{3x}{2} - 5\right)^4$$

Para as seguintes aplica primeiro as propiedades dos logaritmos e despois deriva !!!

Así as derivadas saen moito máis fácil!!!

$$a') y = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

$$b') y = \ln\left(\frac{e^{-x}}{1-e^{-x}}\right)$$

24.- Acha a función derivada das seguintes funcións.

$$a) y = 3x^3 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[5]{x} + \frac{3}{x^2} + \sqrt{2} + \log 7$$

$$b) y = \frac{\operatorname{sen}(x^2+1)}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$c) y = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$$

$$d) y = \operatorname{sen}(3x+1) \cos(3x+1)$$

$$e) y = \frac{2x^2 - x + 1}{(x^2 + x - 1)^2}$$

$$f) y = \ln(3x) + e^{\sqrt{x}}$$

$$g) y = e^{2x+1} \tan x$$

$$h) y = (x^2 - 1) \ln(x^2 - 1)$$

$$i) y = \sin^3 x - \sin x^2 + 5 \sin x$$

$$j) y = \frac{x^2 - 5x}{(x-1)^3}$$

$$k) y = 5^{\frac{x^2}{(2x-1)^2}}$$

$$l) y = \sqrt{\sin x}$$

$$m) y = \cos^2 x + e^{\sin x}$$

$$n) y = \frac{\log x^2}{x}$$

$$o) y = \arccos e^{-x}$$

$$p) y = (x^2 - 3)^3$$

$$q) y = \arctan \frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$r) y = \left(\frac{x}{1+x^2} \right)^2$$

$$s) y = \arcsen \sqrt{x} + \frac{7}{\tan x}$$

$$t) y = x e^{2x+1}$$

$$u) y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$$

$$v) y = x \sin(\pi - x)$$

$$w) y = \frac{2}{(x+3)^3}$$

Aplica as propiedades dos logaritmos e despois deriva!!!

$$x) y = \ln \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)$$

$$y) y = \ln \sqrt{\frac{x}{x^2 + 1}} = \ln \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$z) y = \ln(x e^{-x})$$

$$a') y = \log \frac{(3x-5)^3}{x}$$

$$b') y = \log(\tan x)^2$$

$$c') y = \ln x^x$$

25.- Indica a función derivada destas funcións:

$$a) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$b) y = \frac{x^3 - x^2}{x^2} = x - 1 \text{ se } x \neq 0$$

$$c) y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$d) y = \sqrt[3]{(x+6)^2}$$

$$e) y = \frac{1}{7x+1}$$

$$f) y = \frac{-3}{\sqrt{1-x^2}}$$

g) $y = 7^{x+1} \cdot e^{-x}$

h) $y = \frac{1}{3x} + \frac{x}{3}$

i) $y = \frac{1}{\sqrt{x+4}}$

j) $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

k) $y = \frac{x+3}{x-3}$

l) $y = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-4}}$

m) $y = \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot e^{1-x}$

n) $y = \ln 5$

o) $y = \log \frac{x^2}{3-x}$

p) $y = \operatorname{tg}^3 x^2$

q) $y = \sqrt{\ln x}$

r) $y = \operatorname{arcsen} \frac{x^2}{3}$

s) $y = \operatorname{arctg}(x^2+1)$

t) $y = \frac{x^3-2x}{(2x-1)^2}$

u) $y = \frac{\sqrt{\arctan x}}{3}$

v) $y = \sqrt{x+\sqrt{x}}$

w) $y = \operatorname{arctan}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

RECTA TANXENTE E RECTA NORMAL DUNHA FUNCIÓN NUN PUNTO.

26.- Indica a ecuación da recta tanxente á curva $y = x^2 - 5x + 6$ no punto de abscisa $x = 2$.

27.- Escribe a ecuación da recta tanxente a $y = -x^2 + 2x + 5$ no punto de abscisa $x = -1$.

28.- Escribe a ecuación da tanxente a $y = x^2 + 4x + 1$, cuxa pendente sexa igual a 2.

29.- Indica a ecuación da recta tanxente á curva $y = \sqrt{x+1}$ en $x = 0$.

30.- Escribe as ecuacións das rectas tanxentes á curva $y = x^3 - 3x$ que sexan paralelas á recta $6x - y + 10 = 0$. **A pendente da recta é o coeficiente de x cando y está despexado.**

31.- Escribe as ecuacións das rectas tanxentes á función $y = 4 - x^2$ nos puntos de corte co eixe de abscisas.

32.- En que puntos a recta tanxente a $y = x^3 - 4x$ ten a pendente igual a 8?

33.- Escribe as ecuacións das rectas tanxentes á curva $y = \frac{2x}{x-1}$ que son paralelas á recta $2x + y = 0$.

34.- Indica os puntos de tanxente horizontal da función $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$.

35.- En que puntos de $y = 1/x$ a recta tanxente é paralela á bisectriz do segundo cuadrante? Existe algún punto de tanxente horizontal nesa función?

36.- A ecuación da recta tanxente a unha función $f(x)$ no punto de abscisa $x = 2$ é $4x - 3y + 1 = 0$. Cal é o valor de $f'(2)$? E o de $f(2)$?

37.- Indica unha función de segundo grao se sabes que pasa por $(0, 1)$ e que a pendente da recta tanxente no punto $(2, -1)$ vale 0. **Chámalle á función $f(x) = ax^2 + bx + c$ e ten en conta que $f(0) = 1$, $f(2) = -1$ e**

$$f'(2)=0.$$

38.- Indica o vértice da parábola $y = x^2 + 6x + 11$ tendo en conta que nese punto a tanxente é horizontal.

39.- Determina a parábola $y = ax^2 + bx + c$ que é tanxente á recta $y = 2x - 3$ no punto $A(2, 1)$ e que pasa polo punto $B(5, -2)$.

40.- Determina o valor de x para o que as tanxentes ás curvas $y = 3x^2 - 2x + 5$ e $y = x^2 + 6x$ sexan paralelas e escribe as ecuacións desas tanxentes.

41.- Indica a , b e c en $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ de modo que a gráfica de f teña tanxente horizontal en $x = -4$ e en $x = 0$ e que pase por $(1, 1)$.

42.- Comproba que as seguintes funcións non teñen puntos singulares:

$$\text{a) } y = x^3 + 3x \quad \text{b) } y = \frac{1}{x} \quad \text{c) } y = \sqrt{x} \quad \text{d) } y = \ln x$$

43.- Obtén os intervalos de crecemento e de decrecemento de cada unha das seguintes funcións:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{3x+1}{2} & \text{b) } y = 5 - 2x & \text{c) } y = x^2 - 3x + 2 \\ \text{d) } y = 2x - x^2 & \text{e) } y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1 & \text{f) } y = x^3 - 3x \end{array}$$

44.- Dada a función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$, obtén a súa función derivada e estuda o seu signo. Cales son os intervalos de crecemento e de decrecemento de f ? Ten f máximo ou mínimo relativo?

45.- Se $f'(2) = 0$, cal destas afirmacións é correcta?

- a) A función f ten máximo ou mínimo en $x = 2$.
- b) A tanxente en $x = 2$ é horizontal.
- c) A función pasa polo punto $(2, 0)$

46.- Obtén os intervalos de concavidade e convexidade e os puntos de inflexión de cada unha das seguintes funcións:

$$\text{a) } y = 2x - x^2 \quad \text{b) } y = x^4 - 6x^2 \quad \text{c) }$$

REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES POLINÓMICAS.

47.- Representa as seguintes funcións polinómicas

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x & \text{b) } f(x) = (x+1)^3(x-3) & \text{c) } f(x) = -x^4 + 2x^2 \\ \text{d) } f(x) = (x-2)^2(x-1) & \text{e) } f(x) = x^4 + 4x^3 & \text{f) } f(x) = 1 + (1-x)^3 \\ \text{g) } f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 36x^2 - 90 & \text{h) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 & \text{i) } f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 \end{array}$$

REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES.

48.- Representa as seguintes funcións racionais, seguindo os pasos da páxina anterior:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{x^2 + 3x + 11}{x + 1} & \text{b) } y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1} & \text{c) } y = \frac{x}{x^2 - 16} \\ \text{d) } y = \frac{(x-1)^2}{x+2} & \text{e) } y = \frac{2x^2}{x-1} & \text{j) } y = 1 + \frac{2}{(x-2)^2} \end{array}$$

49.- Estuda e representa as seguintes funcións:

$$a) y = \frac{x^2}{x^2+1}$$

$$b) y = \frac{x}{1-x^2}$$

$$c) y = \frac{x+2}{x^2-6x+5}$$

$$d) y = \frac{1}{x^2+1}$$

$$e) y = \frac{x^2-1}{x+2}$$

$$f) y = \frac{x^2}{1-x^2}$$

$$g) y = \frac{x^2}{x^2-4x+3}$$

$$h) y = \frac{x^2}{(x-2)^2}$$

$$i) y = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$$

$$j) y = \frac{x^2-1}{x^2}$$

$$k) y = \frac{x^2-5}{2x-4}$$

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN.

1.- O custo total (en dólares) de fabricación de q unidades de certo artigo $C(q) = 3q^2 + 5q + 75$

O custo medio por unidade é: $M(q) = \frac{C(q)}{q}$

a) Cantas unidades se deben fabricar para que o custo medio por unidade sexa mínimo?

b) Calcula $C(q)$ e $M(q)$ para o valor de q que indicaches na epígrafe a).

2.- A función $f(x) = \frac{60x}{x^2+9}$ indica os beneficios obtidos por unha empresa desde que comezou a funcionar ($f(x)$ en miles de euros, x en anos).

a) Representaa graficamente.

b) Ao cabo de canto tempo obtén a empresa o beneficio máximo? Cal é ese beneficio?

c) Perderá diñeiro a empresa nalgún momento?

3.- Descompoñer o número 16 en dous sumandos positivos tales que o seu produto sexa máximo.

4.- Observouse que nunha carreteira de saída dunha grande cidade a velocidade dos coches entre as 2 horas e as 6 horas da tarde vén dada por: $v(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + 18$ para $t \in [2, 6]$.

¿A que hora circulan os coches a maior velocidade? ¿A que hora ca menor velocidade? Xustifica a resposta.

5.- Dispónse dunha barra de ferro de 10 m para construír unha portería, de maneira que a portería teña a máxima superficie interior posible. Que lonxitude deben ter os postes e o larguero? Que superficie máxima interior ten a portería?

6.- Descompoñer o número 81 en dous sumandos de maneira que o produto do primeiro sumando polo cadrado do segundo sexa máximo.

7.- A concentración de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, nunha cidade vén dada pola función $C(x) = 90 + 15x - 0,6x^2$, onde x é o tempo transcurrido dende o 1 de xaneiro de 1990 contado en anos. Ata que ano vai crecer a concentración de ozono? Cal vai ser esa concentración máxima?

8.- Os beneficios dunha empresa, expresados en centos de milleiros de euros, cando transcurren t anos, veñen dados pola función: $f(t) = \frac{75t}{t^2 + 100}$. ¿Cales son os seus máximos beneficios e cando se producen?

9.- Los costes de fabricación, $C(x)$ en euros, de cierta variedad de salchichas, dependen de la cantidad elaborada (x en kilos) de acuerdo con la siguiente expresión: $C(x) = 10 + 2x$. El fabricante estima que el precio de venta en euros de cada kilogramo de salchichas viene dado por: $P(x) = 20 - \frac{6x^2}{800}$.

Obtener la función de ganancias ¿Qué cantidad de salchichas interesa producir para maximizar ganancias? Calcular en este caso, el precio de venta y la ganancia que se obtiene.

10.- Determinar la mayor área que puede encerrar un triángulo rectángulo cuyo lado mayor mida 1 metro.

11.- La suma de tres números positivos es 60. El primero más el doble del segundo más el triple del tercero suman 120. Hallar los números que verifican estas condiciones y cuyo producto es máximo.

12.- Tenemos que hacer dos chapas cuadradas de dos materiales distintos. Los dos materiales tienen precios respectivamente de 2 y 3 euros por centímetro cuadrado. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo y si además nos piden que la suma de los perímetros de los dos cuadrados ha de ser de un metro?

13.- Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.

14.- Se dispone de un hilo metálico de longitud 140 metros. Se quiere dividir dicho hilo en tres trozos de forma que uno de ellos tenga longitud doble de otro y tal que al construir con cada uno de ellos un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Encontrar la longitud de cada trozo.