

UNIDAD 06: ECUACIONES DE 1º Y 2º GRADO

ECUACIONES DE 1º GRADO. PROBLEMAS.

Consejos para resolver una ecuación de primer grado:

1. Resolver primero los paréntesis en ambos miembros y agrupar términos.
2. Eliminar denominadores.
3. Agrupar los términos con incógnitas a un lado de la ecuación y los términos sin incógnita al otro.
4. Despejar la incógnita.

Por favor, recuerda que siempre puedes **comprobar** el resultado sustituyendo la solución en la ecuación y comprobando que se cumple la igualdad.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

ECUACIÓN	SOLUCIÓN	ECUACIÓN	SOLUCIÓN
a) $2(x-1)-(x+1)=3(x-4)+3$	$x=3$	b) $4(x-3)-5(x+8)-6(x-4)+2=0$	$x=-\frac{26}{7}$
c) $9(x-1)-2(2x+1)=10(x+3)-5x$	$\nexists \text{ solución}$	d) $4x-5(x-2)=6(x+4)-7x-14$	$\mathbb{R}$
e) $6(x-2)+6=-2(x+3)+x$	$x=0$	f) $\frac{x}{2}-\frac{4}{3}+\frac{x}{4}=1-\frac{x}{8}$	$x=\frac{8}{3}$
g) $x-\frac{2x}{7}+\frac{1}{7}=\frac{3}{7}+\frac{4x}{7}-1$	$x=-5$	h) $\frac{3x}{8}-x+\frac{7}{8}=2x-\frac{x}{8}-1$	$x=\frac{3}{4}$
i) $\frac{x}{3}-\frac{1}{2}+\frac{x}{6}=\frac{2x}{9}-\frac{2}{3}$	$x=-\frac{3}{5}$	j) $\frac{x}{6}-\frac{2}{15}+\frac{x}{10}=\frac{x}{15}-\frac{1}{3}$	$x=-1$
k) $\frac{4}{3}(1-2x)+\frac{5}{4}(2x-1)=\frac{7}{12}(x-2)$	$x=\frac{5}{3}$	l) $\frac{2(x+1)}{3}-\frac{1-x}{5}=x+\frac{3}{10}$	$x=\frac{5}{4}$
m) $2\left(\frac{x}{3}-2\right)+\frac{2(1-x)}{3}=0$	$\nexists \text{ solución}$	n) $\frac{3(t-2)}{4}-\frac{t+4}{2}+1=\frac{3(1-t)}{8}-t$	$t=\frac{23}{13}$
ñ) $\frac{7-x}{5}=\frac{7}{2}-(x+2)-\frac{7x-5}{10}$	$x=\frac{2}{5}$	o) $\frac{4x+5}{2}-x=x+\frac{5}{2}$	$\mathbb{R}$
p) $\frac{3(x+1)}{4}-\frac{x+3}{6}+x=2x+\frac{3-7x}{12}$	$x=0$	q) $\left(x-\frac{2}{3}\right)+4(2x-1)=\frac{x+4}{7}-2(x+4)$	$x=-\frac{1}{9}$

r) $x + \frac{3-x}{3} - 1 = \frac{2x}{3}$	IR	s) $\frac{z-1}{2} + \frac{2(z-1)}{3} = z$	$z=7$
t) $\frac{1}{2} \left(\frac{5x-3}{3} - \frac{7x-1}{2} \right) = \frac{4x-33}{7}$	$x=3$	u) $\frac{7x-3}{6} - \frac{3x-1}{4} = \frac{5x-1}{4}$	$x=0$
v) $\frac{1-2x}{3} - (3-x) = 2(x-2) - \frac{x+5}{2}$	$x = \frac{23}{7}$	w) $1 + \frac{x+1}{2} = x - \frac{2x+2}{4} + 2$	IR
x) $-3 + \frac{15x-6}{2} = 9x - \frac{6x-3}{4}$	$\nexists$ solución	y) $x + \frac{2x-7}{4} = 2x + \frac{1-x}{2}$	$\nexists$ solución
z) $\frac{5-y}{2} + 2(y-1) = 4 + \frac{2y+3}{3}$	$y = \frac{27}{5}$	A) $x-1 + \frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} = 0$	$x = \frac{18}{11}$
B) $\frac{4x}{15} - \frac{2x-5}{20} = \frac{2x-1}{5}$	$x = \frac{27}{14}$	C) $\frac{3x-11}{20} - \frac{5x-1}{14} = \frac{x-7}{10} - \frac{5x-6}{21}$	$x = \frac{-27}{29}$
D) $\frac{1-2x}{9} = 1 - \frac{x+4}{6}$	$x = -4$	E) $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$	$x=0$
F) $\frac{1}{2} [1 - (x+2)^2] = -x - \frac{x^2-1}{2}$	$x = -2$	G) $\frac{5x}{8} - 5(x-20) = \frac{-2x+18}{6}$	$x=24$
H) $3x - \frac{7-x}{8} = -1 + \frac{x-3}{4} + 2x$	$x = -1$	I) $\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3} \right) + \frac{x}{4} = 1 - \frac{x-2}{5}$	$x = \frac{188}{99}$
J) $\frac{10x+1}{6} = 2x - \frac{x+1}{3}$	$\nexists$ solución	K) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{x+4}{2} + 1 = \frac{3(1-x)}{8} - x$	$x = \frac{23}{13}$
L) $(5-x) + \frac{3x+6}{3} = 7$	IR	M) $\frac{2x+3}{5} + \frac{2x-1}{2} - x = 1 + \frac{4x-1}{10}$	$\nexists$ solución

2. El padre de Ana tiene 43 años. Esta edad es 4 años más que el tripe de la edad de Ana. ¿Cuál es la edad de Ana?
(SOLUCIÓN: 13 años)

3. Laura tiene 20 años menos que su padre, y este tiene el triple de los años de la hija. Halla la edad de cada uno.
(SOLUCIÓN: 10 años y 30 años)

4. Un padre tiene 39 años y su hijo 15. ¿Cuántos años hace que la edad del padre era el tripe que la edad del hijo?
(SOLUCIÓN: 3 años)

5. Una madre tiene 42 años y su hijo 10 años. ¿Dentro de cuántos años la edad de la madre será el triple que la de su hijo? (SOLUCIÓN: 6 años)
6. La edad actual de Andrés es de 19 años y hace tres años su amigo Xesús tenía el doble de la edad que tenía Andrés en aquel momento. ¿Qué edad tiene ahora Xesús? (SOLUCIÓN: 35 años)
7. Las edades actuales de una hija y su madre se diferencian en 30 años. Dentro de 12 años la edad de la hija será la tercera parte de la de su madre. ¿Cuáles son las edades actuales de cada una? (SOLUCIÓN: 3 años y 33 años)
8. Las edades de Manuel y Antía suman 24 años. Hace seis años la edad de Manuel era la tercera parte de la de Antía. Calcula las edades actuales. (SOLUCIÓN: Manuel tiene 9 años y Antía 15 años)
9. María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno? (SOLUCIÓN: 15, 20 y 41)
10. Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre? (SOLUCIÓN: 15 años)
11. Xabier tiene 27 años más que su sobrina Silvia. Dentro de 8 años, la edad del tío será el doble de la de la sobrina. ¿Cuántos años tiene cada uno? (SOLUCIÓN: Xabier tiene 46 años y Silvia 19 años)
12. Hace diez años, la edad de Iria era la mitad de la edad que tiene ahora. ¿Cuántos años tiene ahora? (SOLUCIÓN: 20 años)
13. Un Kilo de manzanas cuesta 0,50 euros más que uno de naranjas. Diana ha comprado tres kilos de naranjas y dos kilos de manzanas por 7 euros. ¿A cómo están las manzanas? ¿Y las naranjas? (SOLUCIÓN: 1,2 €/Kg manzanas y 1,7€/Kg naranjas)
14. Antonella es 22 años mayor que su amigo Hugo. ¿Qué edad tiene cada uno si dentro de 8 años Antonella tendrá el doble de edad que Hugo? (SOLUCIÓN: Antonella tiene 36 años y Hugo 14 años)
15. Tenemos un campo rectangular cuyo largo es doble que el ancho y necesitamos para cercarlo una red de 84 metros. ¿Cuánto mide de largo?, ¿y de ancho? (SOLUCIÓN: El largo es 28 m y el ancho 14 m)
16. Diego ha plantado $\frac{2}{5}$ de la superficie de su huerta de tomates y $\frac{7}{20}$ de zanahorias. Si aún le quedan 125 m^2 libres, ¿cuál es la superficie total de la huerta? (SOLUCIÓN: 500 m^2)

ECUACIONES DE 2º GRADO . PROBLEMAS

Ecuación de Segundo Grado

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$$

Diagrama de etiquetado de la ecuación:

- Grado de la ecuación: 2 (indicado sobre el x^2)
- coeficiente cuadrático: a
- coeficiente lineal: b
- término independiente: c

Ciencia Matemática

Ecuaciones de 2º grado

Una ecuación de segundo grado es toda expresión de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0.$$

Resolución de ecuaciones de segundo grado

Para resolver ecuaciones de segundo grado utilizamos la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{12}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Si es $a < 0$, multiplicamos los dos miembros por (-1) .

$$-x^2 + 7x - 10 = 0$$

$$(-1) \cdot (-x^2 + 7x - 10) = (-1) \cdot 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones:

ECUACIÓN	SOLUCIÓN	ECUACIÓN	SOLUCIÓN
a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$	$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 3$	b) $x^2 - 7x + 12 = 0$	$x_1 = 4, x_2 = 3$
c) $x^2 - 8x + 12 = 0$	$x_1 = 2, x_2 = 6$	d) $9x^2 - 6x + 1 = 0$	$x = \frac{1}{3}$ doble
e) $x^2 - 10x = 0$	$x_1 = 0, x_2 = 10$	f) $10x^2 - 3x - 1 = 0$	$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{5}$
g) $2x^2 - 7x - 4 = 0$	$x_1 = 4, x_2 = -\frac{1}{2}$	h) $5x^2 - 7x + 3 = 0$	∅ solución
i) $1 - \frac{x^2}{3} - \frac{3x+2}{3} = 1$	$x_1 = -2, x_2 = -1$	j) $\frac{(x-3)^2}{2} - x + x^2 = x - (x-2)$	$x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{3}$
k) $2x^2 - 3x + 5 = x^2 - 3(x+1)$	∅ solución	l) $\frac{3}{4}x^2 - 5x + \frac{2}{3} = -\frac{1}{4}x^2 - 3x - \frac{1}{3}$	$x = 1$ doble
m) $x^2 - x = \frac{2}{9} - \frac{2x}{3}$	$x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{2}{3}$	n) $\frac{x^2}{3} + 2 = \frac{5x}{3}$	$x_1 = 2, x_2 = 3$
ñ) $(x-2)^2 + 3 = 0$	∅ solución	o) $x(x+1) - \left(x + \frac{x}{2}\right) = 0$	$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 0$
p) $\frac{1}{4} = -t(t+1)$	$t = -\frac{1}{2}$ doble	q) $3(x-5)^2 - 75 = 0$	$x_1 = 0, x_2 = 10$
r) $(x-3)^2 - \frac{x-2}{3} + (3-x)(x-1) = (x-2)^2$	$x_1 = -1, x_2 = \frac{8}{3}$	s) $11(x-1)^2 = (2x-3)^2 + 4x^2 + 1$	$x_{12} = \frac{5 \pm \sqrt{22}}{3}$
t) $x(2x-1) + \frac{3}{5} = \frac{3x^2 - x}{5} + \frac{1}{15}$	∅ solución	u) $(x-2)x - \frac{x+2}{3} - \frac{(x-2)(x+2)}{2} = (x-2)^2 - 4$	$x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = 4$
v) $\frac{7}{6}y^2 + \frac{2}{3}y - \frac{1}{6}y + \frac{1}{3} = 1 + y^2 + \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}$	$y = 0$ doble	w) $\left(3x - \frac{1}{2}\right)\left(3x + \frac{1}{2}\right) - 2x = 8x^2 - 1$	$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$

Ecuaciones sin término en x , $ax^2 + c = 0$

Para resolver las ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$ no es necesario aplicar la fórmula general, pues se puede despejar x con toda sencillez:

$$x^2 = -\frac{c}{a} \rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Ecuaciones sin término independiente, $ax^2 + bx = 0$

Para resolver las ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$ no es necesario aplicar la fórmula general, pues se puede sacar factor común la x e igualar a cero cada uno de los dos factores:

$$(ax + b) \cdot x = 0 \rightarrow \text{Soluciones: } x_1 = -\frac{b}{a}, x_2 = 0$$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado sin usar la fórmula:

ECUACIÓN	SOLUCIÓN	ECUACIÓN	SOLUCIÓN
a) $2x^2 - 18 = 0$	$x_1 = -3, x_2 = 3$	b) $x(x-1) = 9 - x$	$x_1 = -3, x_2 = 3$
c) $3x^2 = 0$	$x = 0$ <i>doble</i>	d) $x^2 + 81 = 0$	$\nexists$ <i>solución</i>
e) $2x^2 = 16$	$x_{1y2} = \pm 2\sqrt{2}$	f) $2x^2 - 50 = 0$	$x_{1y2} = \pm 5$
g) $4x^2 - 9 = 0$	$x_{1y2} = \pm \frac{3}{2}$	h) $x^2 - 81 = 0$	$x_{1y2} = \pm 9$
i) $(3x+2)(3x-2) = 77$	$x_{1y2} = \pm 3$	j) $(2x-1)(2x+1) = -1$	$x = 0$ <i>doble</i>
k) $3x^2 - 4 = 28 + x^2$	$x_{1y2} = \pm 4$	l) $x^2 = -16$	$\nexists$ <i>solución</i>
m) $\frac{x^2}{5} = -5$	$\nexists$ <i>solución</i>	n) $4x^2 - 2 = 2$	$x_{1y2} = \pm 1$

15. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado sin usar la fórmula:

ECUACIÓN	SOLUCIÓN	ECUACIÓN	SOLUCIÓN
a) $x^2 - x = 0$	$x_1 = 0, x_2 = 1$	b) $x^2 + 2x = 0$	$x_1 = 0, x_2 = -2$
c) $8x^2 + 16x = 0$	$x_1 = 0, x_2 = -2$	d) $-24x = -6x^2$	$x_1 = 0, x_2 = 4$
e) $x^2 + x = 3x - x^2$	$x_1 = 0, x_2 = 1$	f) $10 - 4x - 20 = 5x^2 - 10$	$x_1 = 0, x_2 = \frac{-4}{5}$
g) $3x^2 = 12x$	$x_1 = 0, x_2 = 4$	h) $50 + 3x - 20 = 5x^2 + 30$	$x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{5}$
i) $\frac{x^2}{3} + 7 = 6 + \frac{x}{5} + 1$	$x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{5}$	j) $(x-5)(x+1) + 5 = 0$	$x_1 = 0, x_2 = 4$
k) $5x(2x-1) = 7x$	$x_1 = 0, x_2 = \frac{6}{5}$	l) $16x(x-5) = 0$	$x_1 = 0, x_2 = 5$

16. Al multiplicar un número entero por el resultado de aumentar su doble en 3 unidades, obtenemos 35. ¿De qué número se trata? (SOLUCIÓN: -5)

17. Halla un número entero sabiendo que si multiplicamos su anterior por su siguiente, obtenemos 360.
(SOLUCIÓN: 19 ó -19)
18. Si al cuadrado de un número le quitas el doble del propio número, obtienes el quíntuplo del número.
¿Cuál es ese número?
(SOLUCIÓN: 0 ó 7)
19. Si un número aumentado en tres unidades se multiplica por ese mismo número disminuido en otras tres, se obtiene 91. ¿De qué número se trata?
(SOLUCIÓN: 10 ó -10)
20. Calcula dos números naturales consecutivos tales que su producto sea 272.
(SOLUCIÓN: 16 y 17)
21. Calcula dos números enteros consecutivos tales que su producto sea 380.
(SOLUCIÓN: 19 y 20 o -20 y -19)
22. La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 265. ¿Cuáles son esos números?
(SOLUCIÓN: 11 y 12 o -12 y -11)
23. Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida tres números enteros consecutivos. Halla dichos números.
(SOLUCIÓN: 3, 4 y 5)
24. En un triángulo rectángulo un cateto es 2 cm mayor que el menor y la hipotenusa es 4 cm mayor que el menor de los catetos. ¿Cuánto mide cada lado?
(SOLUCIÓN: 6 cm, 8 cm y 10 cm)
25. Calcula las dimensiones de un rectángulo en el que la base mide 2 cm menos que la altura y la diagonal mide 10 cm.
(SOLUCIÓN: 6 cm x 8 cm)
26. Halla las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que la base mide 3 cm más que la altura y que la diagonal mide 15 cm.
(SOLUCIÓN: La base mide 12 cm y la altura 9 cm)
27. Los catetos de un triángulo rectángulo suman 31 cm y la hipotenusa mide 25 cm. ¿Cuánto miden los catetos?
(SOLUCIÓN: 7 cm y 24 cm)
28. Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm. Si le restamos un mismo número a cada uno de los lados, ese triángulo se convierte en un triángulo rectángulo. ¿Cuál es ese número?
(SOLUCIÓN: 1 cm)
29. La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 421. ¿Cuáles son esos números?
(SOLUCIÓN: 14 y 15 o -15 y -14)
19. Halla un número tal que al elevarlo al cuadrado sea 210 unidades mayor. (SOLUCIÓN: 15 o -14)
20. El dividendo de una división es 136 y el cociente y el resto son iguales. Si el divisor es el doble que el cociente, ¿cuál es el divisor?
(SOLUCIÓN: El divisor es 16)
21. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 13 cm. Si el cateto mayor mide 7 cm más que el cateto menor, ¿cuál es la longitud de los catetos?
(SOLUCIÓN: 5 cm y 12 cm)
22. El perímetro de un triángulo rectángulo mide 48 cm, y su hipotenusa mide 20 cm. Calcula la longitud de los catetos.
(SOLUCIÓN: 12 cm y 16 cm)

- 23.** La diagonal de un rectángulo mide 25 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo si la altura es $\frac{4}{3}$ de la base.
(SOLUCIÓN: La base mide 15 cm y la altura 20 cm)
- 24.** Una finca de forma rectangular tiene una superficie de 1.800 m^2 . Si mide el doble de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la finca?
(SOLUCIÓN: 60 m x 30 m)
- 25.** Si un campo de fútbol mide 30 m más de largo que de ancho y su área es 7.000 m^2 , determina sus dimensiones.
(SOLUCIÓN: 100 m x 70 m)
- 26.** Calcula la longitud de la base de un triángulo en el que la base mide 3 cm menos que la altura y la superficie del triángulo es igual a 35 cm^2 .
(SOLUCIÓN: 7 cm)
- 27.** Halla los lados de un rectángulo, sabiendo que la base es 5 unidades mayor que el doble de la altura, y que su área es de 33 cm^2 .
(SOLUCIÓN: La base mide 11 cm y la altura 3 cm)
- 28.** Calcula la longitud de las diagonales de un rombo de 96 cm^2 de área, sabiendo que la diagonal menor es $\frac{3}{4}$ de la diagonal mayor.
(SOLUCIÓN: 12 cm y 16 cm)

REPASO EXAMEN.-

Ejercicio nº1.-

Resuelve las siguientes ecuaciones de 1º grado:

a) $13x - 5(x + 2) = 4(x - 1) + 2$

b) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5}$

c) $\frac{1-x}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3x-1}{4}$

d) $\frac{3}{5} \left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3} \right) + x = \frac{3}{4} \left(x - \frac{2}{3} \right)$

Ejercicio nº2.-

Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado (las incompletas resuélvelas sin usar la fórmula):

a) $8x^2 - 6x + 1 = 0$

b) $10x^2 - 3x - 1 = 0$

c) $2x^2 - 50 = 0$

d) $(3x+2)(3x-2) = 77$

e) $8x^2 + 16x = 0$

f) $\frac{x^2}{3} + 7 = 6 + \frac{x}{5} + 1$

Ejercicio nº3.- Plantea la ecuación y luego, resuélvela.

- a) Un Kilo de manzanas cuesta 0,50 euros más que uno de naranjas. Diana ha comprado tres kilos de naranjas y dos kilos de manzanas por 7 euros. ¿A cómo están las manzanas? ¿Y las naranjas?
- b) Gabriel es 22 años mayor que su amigo Hugo. ¿Qué edad tiene cada uno si dentro de 8 años Gabriel tendrá el doble de edad que Hugo?

Ejercicio nº4.- Plantea la ecuación y luego, resuélvela.

- a) Al multiplicar un número entero por el resultado de aumentar su doble en 3 unidades, obtenemos 35. ¿De qué número se trata?
- b) En un triángulo rectángulo un cateto es 2 cm mayor que el menor y la hipotenusa es 4 cm mayor que el menor de los catetos. ¿Cuánto mide cada lado?