

LENGUAJE ALGEBRAICO

TRADUCIR DEL LENGUAJE HABITUAL AL LENGUAJE ALGEBRAICO

Las matemáticas también tiene su propio lenguaje, el llamado **lenguaje algebraico**. Este lenguaje nos sirve para expresar "matemáticamente" nuestro lenguaje habitual.

En el lenguaje algebraico las cantidades desconocidas se representan por letras y el producto se indica con un punto o con ausencia de signo.

Una expresión algebraica es una expresión matemática que intenta describir una situación de forma abreviada y en la que aparecen números y letras ligadas mediante operaciones matemáticas. Ej. $2xy+x$

1.- Llamando x a un número natural cualquiera, escribe una expresión algebraica para cada uno de los siguientes enunciados. Fíjate en el ejemplo:

El número siguiente	$x + 1$
El número anterior	$x - 1$
Otro número tres unidades mayor	$x + 3$
Otro número 2 unidades menor	$x - 2$
La cuarta parte del número siguiente	$\frac{x+1}{4}$
La cuarta parte del número más uno	$\frac{x}{4} + 1$
El doble del número	$2x$
La suma de los dos números anteriores	$(x-1) + (x-2) = \underline{2x-3}$
La mitad del número siguiente	$\frac{x+1}{2}$
El doble del resultado que se obtiene a sumarle 2 al número	$2 \cdot (x+2) = \underline{2x+4}$
La tercera parte del número que se obtiene al restarle 5 unidades	$\frac{x-5}{3}$
El triple del número siguiente	$3 \cdot (x+1) = \underline{3x+3}$
El triplo del número más 1	$3x + 1$
El doble del número anterior	$2 \cdot (x-1) = \underline{2x-2}$
La cuarta parte del resultado de ese número más dos unidades	$\frac{x+2}{4}$

2.- Llamando x a la edad de Juan, escribe una expresión algebraica para cada uno de los siguientes enunciados. Fíjate en el ejemplo:

La edad de Rosa que es 5 años mayor que Juan	$x + 5$
La edad de Ana que es 2 años menor que Juan	$x - 2$
La edad de la madre que es el triple de la de Juan	$3x$
La edad de Laura que es igual a la suma de las edades	$x + (x + 5) + (x - 2) + 3x = 6x + 3$
La suma de las edades de todos	$x + (x + 5) + (x - 2) + 3x = 12x + 6$

3.- Describe mediante una expresión algebraica los enunciados siguientes:

a) El doble de un número menos su tercera parte.

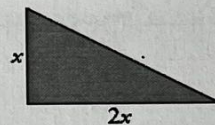
$$x \rightarrow n^o \quad 2x - \frac{x}{3}$$

b) El doble del resultado de sumarle tres unidades a un número.

$$x \rightarrow n^o \quad 2 \cdot (x + 3) = 2x + 6$$

c) El área del triángulo de la derecha es 36 cm^2 .

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{2x \cdot x}{2} = x^2$$



4.- Expresa en lenguaje algebraico empleando una sola incógnita:

a) El doble de un número más su cuadrado.

$$2x + x^2$$

b) El producto de dos números consecutivos.

$$x \cdot (x + 1)$$

c) La mitad del resultado de un número aumentado en 3 unidades.

$$\frac{x + 3}{2}$$

d) Un múltiplo de 3 menos 7.

$$3x - 7$$

c) La mitad de un número aumentada en 3 unidades.

$$\frac{x}{2} + 3$$

5.- Utiliza dos incógnitas para expresar en lenguaje algebraico estos enunciados:

a) Un número más la mitad del cuadrado de otro.

$$x + \frac{y^2}{2}$$

b) El cuadrado de la diferencia de dos números.

$$(x - y)^2$$

c) La suma de las edades de un padre y su hijo hace 5 años.

$$x \rightarrow \text{edad padre}$$

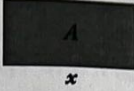
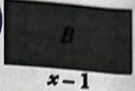
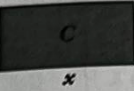
$$y \rightarrow \text{edad hijo}$$

$$x - 5 \rightarrow \text{edad padre hace 5 años}$$

$$y - 5 \rightarrow \text{edad hijo hace 5 años}$$

$$(x - 5) + (y - 5)$$

6.- Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:

a) $\text{ÁREA} = x \cdot y$ $\text{PERÍMETRO} = 2x + 2y$ a)  b)  c) 

b) $\text{ÁREA} = (x-1)y = xy - y$
 $\text{PERÍMETRO} = 2y + 2(x-1) = 2y + 2x - 2$

c) $\text{ÁREA} = x \cdot (y+1) = xy + x$
 $\text{PERÍMETRO} = 2x + 2 \cdot (y+1) = 2x + 2y + 2$

MONOMIOS. OPERACIONES CON MONOMIOS.

MONOMIO. GRADO DE UN MONOMIO

Un monomio es un producto indicado de un valor conocido (COEFICIENTE) y un valor o valores desconocidos, representados por letras (PARTE LITERAL).

El grado de un monomio es el número de factores que forman la parte literal.

Ej.- $-3x^2$ COEFICIENTE: -3 PARTE LITERAL: x^2 GRADO: 2

$\frac{2}{3}a^2bc^3$ COEFICIENTE: $\frac{2}{3}$ PARTE LITERAL: a^2bc^3
 GRADO: 6

7.- ¿Cuál es el grado de cada uno de los siguientes monomios?:

a) $5xy^2z^3$ GRADO = 6 b) $11xy^2$ GRADO = 3 c) -12 GRADO = 0

SUMAS DE MONOMIOS

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal. P. ej. $5a^3b$ y $-a^3b$ son semejantes.

Dos monomios sólo se pueden sumar si son semejantes. En este caso, se suman los coeficientes y se deja la misma parte literal. P. ej. $5a^3b - a^3b = 4a^3b$

8.- Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

a) $-5xy$ b) $(-7x)^3 = -343x^3$ c) $8x$ d) $(xy)^2 = x^2y^2$
 GRADO = 2 GRADO = 3 GRADO = 1 GRADO = 4

GRADO=0

e) $\frac{2}{3}$

GRADO=3

f) $\frac{4}{5}x^3$

GRADO=2

g) $\frac{-3yx}{5}$

GRADO=1

h) $\frac{1}{2}x$

$$\begin{array}{l} -5xy \quad y \quad \frac{-3yx}{5} \quad \text{EQUIVALENTES} \\ -343x^3 \quad y \quad \frac{4}{5}x^3 \quad \text{EQUIVALENTES} \end{array}$$

$$8x \quad y \quad \frac{1}{2}x \quad \text{EQUIVALENTES}$$

9.- Efectúa las siguientes sumas de monomios:

$$\begin{array}{l} \text{a) } 5x + 3x^2 - 11x + 8x - x^2 + 7x \\ = 2x^2 + 9x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } 6x^2y - 13x^2y + 3x^2y - x^2y \\ = -5x^2y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } 2x - 5x^2 + 3x + 11y + 2x^3 \\ = 2x^3 - 5x^2 + 5x + 11y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } 3yz^3 + y^3z - 2z^3y + 5zy^3 \\ = 1yz^3 + 6zy^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{e) } 5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2 \\ = 6x^2 - 4x + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{f) } 2x + 7y - 3x + y - x^2 \\ = -x^2 - x + 8y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{g) } x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2 \\ = x^2y^2 - 2x^2y - 4xy^2 \end{array}$$

PRODUCTO DE MONOMIOS

10.- Efectúa los siguientes productos de monomios:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left(\frac{2}{3}x^3\right) \cdot (-6x) \\ = -\frac{12}{3}x^4 = -4x^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \left(\frac{2}{9}x^2\right) \cdot \left(\frac{-3}{5}x^3\right) \\ = \frac{-6}{45}x^5 = -\frac{2}{15}x^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } (7xy^2) \cdot (2y) \\ = 14xy^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } (5xyz) \cdot (-3x^2z) \\ = -15x^3yz^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{e) } (6x^2) \cdot (-3x) \\ = -18x^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{f) } (2xy^2) \cdot (4x^2y) \\ = 8x^3y^3 \end{array}$$

$$\text{g) } \left(\frac{3}{4}x^3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x^3\right) = \frac{3}{8}x^6$$

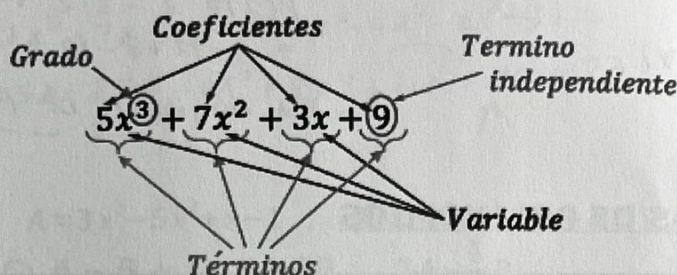
$$\text{h) } \left(\frac{1}{4}xy\right) \cdot \left(\frac{3xz}{2}\right) = \frac{3}{8}x^2yz$$

POLINOMIO. GRADO DE UN POLINOMIO

Un polinomio es la suma de varios monomios.

El grado de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.

P. ej. $5x^3 + 7x^2 + 3x + 9$ GRADO: 3



11.- Di el grado de cada uno de estos polinomios:

a) $x^6 - 3x^4 + 2x^2 + 3$

b) $5x^2 + x^4 - 3x^2 - 2x^4 + x^3$

c) $x^3 + 3x^2 - 2x^3 + x + x^3 - 2$

VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO. RAÍZ DE UN POLINOMIO

Se llama **valor numérico de un polinomio** $P(x)$ para $x=a$, y se escribe $P(a)$, al valor que toma el polinomio al sustituir la x por a , y hacer las operaciones correspondientes.

Por ejemplo: El valor numérico de $P(x) = 3x^5 - x^2 + 7$ para $x = -2$ es $P(-2) = 3 \cdot (-2)^5 - (-2)^2 + 7 = 3 \cdot (-32) - 4 + 7 = -96 - 4 + 7 = -93$.

Si el valor numérico es cero, diremos que **a** es una **raíz o cero** del polinomio.

Por ejemplo: Si $P(x) = 2x^2 - 8$, $x = 2$ es raíz de $P(x)$ porque $P(2) = 2 \cdot 2^2 - 8 = 8 - 8 = 0$

(El valor numérico de $P(x)$ para $x = 2$ es cero).

12.- Calcula el valor numérico de los monomios siguientes para $x = -1$ e $y = 3$

a) $-5xy + x^2 = P(x, y)$

$$\begin{aligned} P(-1, 3) &= -5 \cdot (-1) \cdot 3 + (-1)^2 \\ &= +5 \cdot 3 + 1 = 15 + 1 = 16 \end{aligned}$$

c) $8x - 3y + y^2 = P(x, y)$

$$\begin{aligned} P(-1, 3) &= 8 \cdot (-1) - 3 \cdot 3 + 3^2 \\ &= -8 - 9 + 9 = -8 \end{aligned}$$

b) $x^2 - x = P(x)$

$$P(-1) = (-1)^2 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

d) $y^4 + 3y^2 - 5 = P(y)$

$$\begin{aligned} P(3) &= 3^4 + 3 \cdot 3^2 - 5 = 81 + 27 - 5 = 103 \end{aligned}$$

13.- Prueba si los números -1, 2 son raíces de alguno de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x + 6 = p(x)$

$$p(-1) = (-1)^3 - 7 \cdot (-1) + 6 = -1 + 7 + 6 = 12$$

-1 NO RAÍZ DE $p(x)$

$$p(2) = 2^3 - 7 \cdot 2 + 6 = 8 - 14 + 6 = 0$$

2 RAÍZ DE $p(x)$

b) $x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = p(x)$

$$p(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 12 = -1 - 3 - 4 - 12 = -20$$

-1 NO RAÍZ DE $p(x)$

$$p(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 12 = 8 - 12 + 8 - 12 = -24 + 16 = -8$$

2 NO RAÍZ DE $p(x)$

SUMAS Y RESTAS DE POLINOMIOS

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS:

$$P(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \text{ y } Q(x) = 2x^3 + 2x^2 + x - 5$$

$$P(x) + Q(x) = (4x^3 - 5x^2 + 2x - 1) + (2x^3 + 2x^2 + x - 5) \xrightarrow{\text{quitamos paréntesis}} 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1 + 2x^3 + 2x^2 + x - 5 =$$

agrupamos los términos semejantes

$$= 4x^3 + 2x^3 - 5x^2 + 2x^2 + 2x + x - 1 - 5 \xrightarrow{\text{sumamos los términos semejantes}} 6x^3 - 3x^2 + 3x - 6$$

$$P(x) + Q(x) = (4x^3 - 5x^2 + 2x - 1) - (2x^3 + 2x^2 + x - 5) \xrightarrow{\text{quitamos paréntesis}} 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1 - 2x^3 - 2x^2 - x + 5 =$$

agrupamos los términos semejantes

$$= 4x^3 - 2x^3 - 5x^2 - 2x^2 + 2x - x - 1 + 5 \xrightarrow{\text{sumamos los términos semejantes}} 2x^3 - 7x^2 + x + 4$$

MULTIPLICACIÓN DE UN NÚMERO POR UN POLINOMIO:

$$P(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1$$

$$-2 \cdot P(x) = -2 \cdot (4x^3 - 5x^2 + 2x - 1) = -8x^3 + 10x^2 - 4x + 2$$

14.- Sean $P = 5x^3 - 2x + 1$ y $Q = x^4 - 2x^2 + 2x - 2$. Halla $P + Q$ y $P - Q$.

$$P + Q = (5x^3 - 2x + 1) + (x^4 - 2x^2 + 2x - 2) = \underbrace{5x^3}_{\text{w}} - \underbrace{2x}_{\text{w}} + \underbrace{1}_{\text{w}} + \underbrace{x^4}_{\text{w}} - \underbrace{2x^2}_{\text{w}} + \underbrace{2x}_{\text{w}} - \underbrace{2}_{\text{w}} =$$

$$= x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 1$$

$$P - Q = (5x^3 - 2x + 1) - (x^4 - 2x^2 + 2x - 2) = \underbrace{5x^3}_{\text{w}} - \underbrace{2x}_{\text{w}} + \underbrace{1}_{\text{w}} - \underbrace{x^4}_{\text{w}} + \underbrace{2x^2}_{\text{w}} - \underbrace{2x}_{\text{w}} + \underbrace{2}_{\text{w}} =$$

$$= -x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x + 3$$

13.- Prueba si los números -1 , 2 son raíces de alguno de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x + 6 = p(x)$

$$p(-1) = (-1)^3 - 7 \cdot (-1) + 6 = -1 + 7 + 6 = 12$$

-1 NO RAÍZ DE $p(x)$

$$p(2) = 2^3 - 7 \cdot 2 + 6 = 8 - 14 + 6 = 0$$

2 RAÍZ DE $p(x)$

b) $x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = p(x)$

$$p(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 12 = -1 - 3 - 4 - 12 = -20$$

-1 NO RAÍZ DE $p(x)$

$$p(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 12 = 8 - 12 + 8 - 12 = -24 + 16 = -8$$

2 NO RAÍZ DE $p(x)$

SUMAS Y RESTAS DE POLINOMIOS

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS:

$$P(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \quad \text{y} \quad Q(x) = 2x^3 + 2x^2 + x - 5$$

$$P(x) + Q(x) = (4x^3 - 5x^2 + 2x - 1) + (2x^3 + 2x^2 + x - 5) \xrightarrow{\text{quitamos paréntesis}} 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1 + 2x^3 + 2x^2 + x - 5 =$$

$$\xrightarrow{\text{agrupamos los términos semejantes}} = 4x^3 + 2x^3 - 5x^2 + 2x^2 + 2x + x - 1 - 5 \xrightarrow{\text{sumamos los términos semejantes}} 6x^3 - 3x^2 + 3x - 6$$

$$P(x) - Q(x) = (4x^3 - 5x^2 + 2x - 1) - (2x^3 + 2x^2 + x - 5) \xrightarrow{\text{quitamos paréntesis}} 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1 - 2x^3 - 2x^2 - x + 5 =$$

$$\xrightarrow{\text{agrupamos los términos semejantes}} = 4x^3 - 2x^3 - 5x^2 - 2x^2 + 2x - x - 1 + 5 \xrightarrow{\text{sumamos los términos semejantes}} 2x^3 - 7x^2 + x + 4$$

MULTIPLICACIÓN DE UN NÚMERO POR UN POLINOMIO:

$$P(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 1$$

$$-2 \cdot P(x) = -2 \cdot (4x^3 - 5x^2 + 2x - 1) = -8x^3 + 10x^2 - 4x + 2$$

14.- Sean $P = 5x^3 - 2x + 1$ y $Q = x^4 - 2x^2 + 2x - 2$. Halla $P + Q$ y $P - Q$.

$$P + Q = (5x^3 - 2x + 1) + (x^4 - 2x^2 + 2x - 2) = \underbrace{5x^3 - 2x + 1}_{\text{w}} + \underbrace{x^4 - 2x^2 + 2x - 2}_{\text{w}} =$$

$$= x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 1$$

$$P - Q = (5x^3 - 2x + 1) - (x^4 - 2x^2 + 2x - 2) = \underbrace{5x^3 - 2x + 1}_{\text{w}} - \underbrace{x^4 + 2x^2 - 2x + 2}_{\text{w}} =$$

$$= -x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x + 3$$

$$v) (x^2+1)(x^2-1) = (x^2)^2 - 1^2 = x^4 - 1$$

$$w) (7x+2)^2 = (7x)^2 + 2^2 + 2 \cdot 7x \cdot 2 = 49x^2 + 4 + 28x = 49x^2 + 28x + 4$$

$$x) \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1 - \frac{1}{x^2}$$

22.- Simplifica las expresiones siguientes:

$$a) (x-2)(x+2) - (x^2+4) = (x^2-4) - (x^2+4) = x^2-4-x^2-4 = -8$$

$$b) (3x-1)^2 - (3x+1)^2 = ((3x)^2 + 1^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1) - ((3x)^2 + 1^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1) = \\ = (9x^2 + 1 - 6x) - (9x^2 + 1 + 6x) = 9x^2 + 1 - 6x - 9x^2 - 1 - 6x = -12x$$

$$c) 2(x-5)^2 - (2x^2+3x+50) = 2(x^2+5^2-2 \cdot x \cdot 5) - (2x^2+3x+50) = \\ = 2(x^2+25-10x) - (2x^2+3x+50) = 2x^2+50-20x-2x^2-3x-50 = \\ = -23x$$

$$d) (5x-4)(2x+3) - 5(2x-6)^2 = (10x^2+15x-8x-12) - 5 \cdot (12x^2+6^2-2 \cdot 2x \cdot 6) = \\ = 10x^2+15x-8x-12-5(4x^2+36-24x) = 10x^2+15x-8x-12-20x^2-180+120x = \\ = -10x^2+127x-192$$

$$e) 3(x^3+5)^2 - (x^2-3)^2 = 3 \cdot ((x^3)^2 + 5^2 + 2 \cdot x^3 \cdot 5) - ((x^2)^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot x^2) = \\ = 3(x^6+25+10x^3) - (x^4+9-6x^2) = 3x^6+75+30x^3-x^4-9+6x^2 = \\ = 3x^6-x^4+30x^3+6x^2+66$$

$$f) (x+3)^2 - [x^2+(x-3)^2] = (x^2+3^2+2 \cdot 3 \cdot x) - [x^2+(x^2+3^2-2 \cdot x \cdot 3)] = (x^2+9+6x) - (x^2+x^2+9-6x) = \\ = x^2+9+6x-x^2-x^2-9+6x = -x^2+12x$$

EXTRACCIÓN DE FACTOR COMÚN

Sacar factor común consiste en extraer el monomio que se repite en todos los términos.

EJEMPLO

$$15x^3 + 3x^2 - 12x = 3x(5x^2 + x - 4)$$

MONOMIO (factor común)

17.- Halla los siguientes productos :

$$a) 2x(x^2+3x-1) = 2x^3+6x^2-2x$$

$$b) 2x^2(3x^2-4x+6) = 6x^4-8x^3+12x^2$$

$$c) -2(-3x^3-x) = 6x^3+2x$$

18.- Siendo $P(x)=4x^2+3$, $Q(x)=5x^2-3x+7$ y $R(x)=5x-8$, calcula:

$$a) P(x) \cdot Q(x) = (4x^2+3) \cdot (5x^2-3x+7) = \underline{20x^4} - \underline{12x^3} + \underline{28x^2} + \underline{15x^2} - \underline{9x} + \underline{21} = 20x^4 - 12x^3 + 43x^2 - 9x + 21$$

$$b) P(x) \cdot R(x) = (4x^2+3) \cdot (5x-8) = \underline{20x^3} - \underline{32x^2} + \underline{15x} - \underline{24} = 20x^3 - 32x^2 + 15x - 24$$

$$c) Q(x) \cdot R(x) = (5x^2-3x+7) \cdot (5x-8) = \underline{25x^3} - \underline{40x^2} - \underline{15x^2} + \underline{24x} + \underline{35x} - \underline{56} = 25x^3 - 55x^2 + 59x - 56$$

19.- Siendo $P(x)=2x^2+3x-2$, $Q(x)=3x^3-2x+7$ y $R(x)=5x^2-8$, calcula:

$$a) P(x) \cdot Q(x) = (2x^2+3x-2) \cdot (3x^3-2x+7) = \underline{6x^5} - \underline{4x^3} + \underline{14x^2} + \underline{9x^4} - \underline{6x^2} + \underline{21x} - \underline{6x^3} + \underline{4x} - \underline{14} = 6x^5 + 9x^4 - 10x^3 + 8x^2 + 25x - 14$$

$$b) P(x) \cdot R(x) = (2x^2+3x-2) \cdot (5x^2-8) = \underline{10x^4} - \underline{16x^2} + \underline{15x^3} - \underline{24x} - \underline{10x^2} + \underline{16} = 10x^4 + 15x^3 - 26x^2 - 24x + 16$$

$$c) Q(x) \cdot R(x) = (3x^3-2x+7) \cdot (5x^2-8) = \underline{15x^5} - \underline{24x^3} - \underline{10x^3} + \underline{16x} + \underline{35x^2} - \underline{56} = 15x^5 - 34x^3 + 35x^2 + 16x - 56$$

20.- Opera y simplifica:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (2x^2+3)(x-1) - x(x-2) \\ & = (2x^3 - 2x^2 + 3x - 3) - (x^2 - 2x) \\ & = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 3 - x^2 + 2x = \\ & = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & (x^2-5x+3)(x^2-x) - x(x^3-3) \\ & = (x^4 - x^3 - 5x^3 + 5x^2 + 3x^2 - 3x) - (x^4 - 3x) = \\ & = \cancel{x^4} - \cancel{x^3} - 5x^3 + 5x^2 + 3x^2 - 3x - \cancel{x^4} + 3x = \\ & = -6x^3 + 8x^2 \end{aligned}$$

PRODUCTOS O IDENTIDADES NOTABLES

Identidades notables

- Cuadrado de una suma:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- Cuadrado de una diferencia:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- Suma por diferencia:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

21.- Desarrolla los siguientes cuadrados:

$$\text{a)} \quad (x+4)^2 = x^2 + 16 + 8x = x^2 + 8x + 16$$

$$\text{b)} \quad (3x-6) \cdot (3x+6) = (3x)^2 - 6^2 = 9x^2 - 36$$

$$\text{c)} \quad (1-6x)^2 = 1^2 + (6x)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 6x = 1 + 36x^2 - 12x = 36x^2 - 12x + 1$$

$$\text{d)} \quad \left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{x^2}{4} + \frac{9}{16} + \frac{3x}{4}$$

$$\text{e)} \quad \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = (2x)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 4x^2 + \frac{1}{4} - 2x$$

$$f) (5x+4)^2 = (5x)^2 + 4^2 + 2 \cdot 5x \cdot 4 = 25x^2 + 16 + 40x = 25x^2 + 40x + 16$$

$$g) (x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

$$h) (2x+3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$i) (x+6)^2 = x^2 + 6^2 + 2 \cdot x \cdot 6 = x^2 + 36 + 12x = x^2 + 12x + 36$$

$$j) \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{x}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{9} - \frac{1}{4}$$

$$k) (7-x)^2 = 7^2 + x^2 - 2 \cdot 7 \cdot x = 49 + x^2 - 14x = x^2 - 14x + 49$$

$$l) \left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 1^2 = \frac{x^2}{4} - 1$$

$$m) (3x-2)^2 = (3x)^2 + 2^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 = 9x^2 + 4 - 12x = 9x^2 - 12x + 4$$

$$n) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} = x^2 + \frac{1}{4} + x = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$o) (x-2y)^2 = x^2 + (2y)^2 - 2 \cdot x \cdot 2y = x^2 + 4y^2 - 4xy$$

$$p) \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2 = \left(\frac{2}{5}x\right)^2 + \left(\frac{1}{3}y\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{5}x \cdot \frac{1}{3}y = \frac{4x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{4xy}{15}$$

$$q) (2x-5)^2 = (2x)^2 + 5^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 = 4x^2 + 25 - 20x = 4x^2 - 20x + 25$$

$$r) \left(\frac{2x}{5} - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2x}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{2x}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4x^2}{25} + \frac{1}{9} - \frac{4x}{15} = \frac{4x^2}{25} - \frac{4x}{15} + \frac{1}{9}$$

$$s) (x+7)(x-7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

$$t) (3+x)(3-x) = 3^2 - x^2 = 9 - x^2 = -x^2 + 9$$

$$u) (3+4x)(3-4x) = 3^2 - (4x)^2 = 9 - 16x^2 = -16x^2 + 9$$

23.- Extrae factor común:

$$a) 12x^3 - 8x^2 - 4x = 4x (3x^2 - 2x - 1)$$

$$b) -3x^3 + x - x^2 = x (-3x^2 + 1 - x)$$

$$c) 2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2 = xy (2y - 4x + xy)$$

$$d) \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}x (2x + x^2 - 5)$$

$$e) 5x^2 - 15x^3 + 25x^4 = 5x^2 (1 - 3x + 5x^2)$$

$$f) \frac{x^4}{3} - \frac{x}{9} - \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \left(x^4 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{5} \right)$$

$$g) 2x^3y^5 - 3x^2y^4 + 2x^7y^2 + 7x^3y^3 = x^2y^2 (2xy^3 - 3y^2 + 2x^5 + 7xy)$$

$$h) 2xy^2 - 6x^2y^3 + 4xy^3 = 2xy^2 (1 - 3xy + 2y)$$

AUTOEVALUACIÓN

1.- Describe, mediante una expresión algebraica, los enunciados siguientes:

a) El precio de la pintura que se obtiene al mezclar 5 kg de una de 3 €/kg con 7 kg de otra de x€/kg.

$$\frac{5 \cdot 3 + 7x}{12} = \frac{15 + 7x}{12}$$

b) Lo que tenemos que pagar por un helado, un refresco y un café, si el helado cuesta el triple que el café y el refresco la mitad que el helado.

$x \rightarrow$ café
 $3x \rightarrow$ helado

$\frac{3x}{2} \rightarrow$ refresco

$$x + 3x + \frac{3x}{2}$$

$x \rightarrow$ cuesta café

2.- Dados los polinomios $A = 5x^3 - 3x^2 + 2x - 1$; $B = -2x^3 + 6x^2 - 3x + 5$; $C = x^2 - 2x$. Calcula:

$$a) A - B + 2C = (5x^3 - 3x^2 + 2x - 1) - (-2x^3 + 6x^2 - 3x + 5) + 2(x^2 - 2x) =$$

$$= \underbrace{5x^3}_{\uparrow} - \underbrace{3x^2}_{\uparrow} + \underbrace{2x}_{\uparrow} - 1 + \underbrace{2x^3}_{\uparrow} - \underbrace{6x^2}_{\uparrow} + \underbrace{3x}_{\uparrow} - 5 + \underbrace{2x^2}_{\uparrow} - \underbrace{4x}_{\uparrow} = 7x^3 - 7x^2 + 5x - 6$$

$$b) A \cdot C = (5x^3 - 3x^2 + 2x - 1) \cdot (x^2 - 2x) =$$

$$= 5x^5 - 10x^4 - 3x^4 + 6x^3 + 2x^3 - 4x^2 - x^2 + 2x =$$

$$= 5x^5 - 13x^4 + 8x^3 - x^2 - 2x$$

3.- Calcula:

$$a) (3x-5)^2 = (3x)^2 + 5^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 = 9x^2 + 25 - 30x = 9x^2 - 30x + 25$$

$$b) (2x-8)(2x+8) = (2x)^2 - 8^2 = 4x^2 - 64$$

$$c) (4x+7)^2 = (4x)^2 + 7^2 + 2 \cdot 4x \cdot 7 = 16x^2 + 49 + 56x = 16x^2 + 56x + 49$$

$$d) (x-3)^2 = x^2 + 3^2 - 2 \cdot x \cdot 3 = x^2 + 9 - 6x = x^2 - 6x + 9$$

$$e) \left(\frac{x}{3} + \frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{x^2}{9} + \frac{4}{25} + \frac{4x}{15} = \frac{x^2}{9} + \frac{4x}{15} + \frac{4}{25}$$

$$f) (2x+7)(2x-7) = (2x)^2 - 7^2 = 4x^2 - 49$$

$$g) (4x-1)(4x+1) = (4x)^2 - 1^2 = 16x^2 - 1$$

$$h) (x^2+x)(x^2-x) = (x^2)^2 - x^2 = x^4 - x^2$$

4.- Efectúa y reduce:

$$a) x(3x-2)^2 - (x-3)(2x-1)x = x \cdot (9x^2 - 12x + 4) - (2x^3 - x^2 - 6x^2 + 3x) \\ = \underline{9x^3} - \underline{12x^2} + \underline{4x} - \underline{2x^3} + \underline{x^2} + \underline{6x^2} - \underline{3x} = 7x^3 - 5x^2 + x$$

$$b) (x+3)(x-3) - (x+3)^2 = (x^2 - 9) - (x^2 + 9 + 6x) = \\ = \cancel{x^2} - 9 - \cancel{x^2} - 9 - 6x = -6x - 18$$

$$c) (2x+3)^2 - (2x-3)^2 - 9 = (4x^2 + 9 + 12x) - (4x^2 + 9 - 12x) - 9 = \\ = \cancel{4x^2} + 9 + \underline{12x} - \cancel{4x^2} - 9 + \underline{12x} - 9 = 24x - 9$$

$$d) 3x(x+1)^2 - (2x+1)(2x-1) = 3x(x^2 + 2x + 1) - (4x^2 - 1) = \\ = \underline{3x^3} + \underline{6x^2} + \underline{3x} - \underline{4x^2} + 1 = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$$

$$e) (x^2+2)(x^2-2) - (x^2-1)^2 = (x^2 - 4) - (x^4 + 1 - 2x^2) = \\ = \underline{x^2} - 4 - x^4 - 1 + \underline{2x^2} = -x^4 + 3x^2 - 5$$

5.- Sacar factor común (si es posible):

$$a) 6x - 12xy = 6x(1 - 2y)$$

$$b) 2a^2b - 8ab + 4a^2b^2 = 2ab(a - 4 + 2ab)$$

$$c) 4x^2 - 25 \xrightarrow{\text{IDENTIDADES NOTABLES}} (2x - 5) \cdot (2x + 5)$$

$$d) \frac{x^2}{4} - x + 1 = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$$

$$e) 3x^3 + 6x^2 + 3x = 3x(x^2 + 2x + 1)$$

$$f) 6x^3 - 6x = 6x(x^2 - 1)$$