

EXAME RECUPERACIÓN 1ª AVALIACIÓN MATI.
(16 de xaneiro de 2026)

É obrigatorio **escribir con bolígrafo**. As páxinas deberán estar numeradas indicando tamén o total de páxinas. Non é necesario responder as preguntas seguindo a orde numérica, pero deberá quedar claro cal é o exercicio que se está a facer e non intercalar respostas doutros exercicios.

No desenvolvemento dos exercicios, valorarase:

- A utilización da linguaxe, notación e símbolos matemáticos adecuados.
- A utilización de argumentos, xustificacións e razoamentos coherentes.
- A precisión e rigor adecuados para a resolución do problema.
- A interpretación da solución dos exercicios.

Nome e apelidos: _____

1	2	3	4	5	TOTAL

Exercicio 1.- (2 PUNTOS)

a) Utiliza o método de Gauss para discutir e resolver o seguinte sistema:

(1 PUNTO)

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 6 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 2 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 3E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 + 2E_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & 10 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow 5E_3 + E_2}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 16 & 48 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 5y - 4z = -2 \\ 16z = 48 \end{cases}$$

$$E_3: 16z = 48 \Rightarrow \boxed{z = 3}$$

$$E_2: 5y - 4z = -2 \Rightarrow 5y - 12 = -2 \Rightarrow 5y = 10 \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$E_1: x - y + z = 2 \Rightarrow x - 2 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

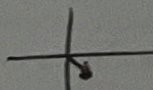
Sol. $x = 1, y = 2, z = 3$

b) Calcula (pasa primeiro o número complexo en forma binómica a forma polar e despois de facer a operación volve a pasalo a forma binómica):

(1 PUNTO)

$$(1-i)^6$$

$z = 1-i$ Pasamos a forma polar.

$z = 1-i$ está no 4º cuadrante  $\begin{matrix} a=1 \\ b=-1 \end{matrix}$

$$\text{Módulo} = |z| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{Argumento: } \tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\Rightarrow \alpha = 315^\circ = -45^\circ$$

α 4º cuadrante

Por tanto $z = 1-i = (\sqrt{2})_{315^\circ}$

$$z^6 = (1-i)^6 = (\sqrt{2})_{6 \cdot 315^\circ}^6 = 2^3_{1890} = 8_{90^\circ} = 8i$$

$\begin{matrix} 1890 & 1360 \\ 090 & 5 \end{matrix}$

b) Calcula (pasa primeiro o número complexo en forma binómica a forma polar e despois de facer a operación volve a pasalo a forma binómica):

(1 PUNTO)

$$\sqrt[4]{-16}$$

Pasamos $z = -16 = 16_{180^\circ}$ a forma polar

$$\sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{16_{180^\circ}} = \sqrt[4]{16} \frac{180^\circ + 360^\circ k}{4} \quad k=0,1,2,3$$

$$\begin{aligned} \rightarrow k=0 \quad \sqrt[4]{\frac{180^\circ}{4}} &= \sqrt[4]{45^\circ} = 2 (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \underline{\underline{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}} \\ \rightarrow k=1 \quad \sqrt[4]{\frac{180^\circ + 360^\circ}{4}} &= \sqrt[4]{135^\circ} = 2 (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) = 2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \underline{\underline{-\sqrt{2} + i\sqrt{2}}} \\ \rightarrow k=2 \quad \sqrt[4]{\frac{180^\circ + 720^\circ}{4}} &= \sqrt[4]{225^\circ} = 2 (\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) = 2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \underline{\underline{-\sqrt{2} - i\sqrt{2}}} \\ \rightarrow k=3 \quad \sqrt[4]{\frac{180^\circ + 1080^\circ}{4}} &= \sqrt[4]{315^\circ} = 2 (\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ) = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \underline{\underline{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 135^\circ &= 180^\circ - 45^\circ \\ \downarrow \\ \cos 135^\circ &= -\cos 45^\circ \\ \sin 135^\circ &= +\sin 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 225^\circ &= 180^\circ + 45^\circ \\ \downarrow \\ \cos 225^\circ &= -\cos 45^\circ \\ \sin 225^\circ &= -\sin 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 315^\circ &= 360^\circ - 45^\circ \\ \downarrow \\ \cos 315^\circ &= \cos 45^\circ \\ \sin 315^\circ &= -\sin 45^\circ \end{aligned}$$

Exercicio 2.- (2,5 PUNTOS)

a) Sabendo que $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ e que $\sin \alpha < 0$ calcula, sen achar o valor de α e xustificando as respostas:

(a1)0,25; a2)0,25; a3)0,5; a4)0,5=1,5 PUNTOS)

a1) ¿En que cuadrante está o ángulo α ?

α está 3º cuadrante pg. $\cos \alpha < 0$ e $\sin \alpha < 0$

$$180^\circ < \alpha < 270^\circ \Rightarrow 90^\circ < \frac{\alpha}{2} < 135^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \text{ en } 2^\circ \text{ cuadrante } \textcircled{3}$$

a2) $\sin \alpha$

Como $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow$
 $\sin \alpha < 0$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{25} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{5}$$

a3) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$

$$\begin{aligned} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) &= \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \\ &= -\frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3\sqrt{3} - 4}{10} \end{aligned}$$

$\frac{\alpha}{2}$ está 2º quad.

$$\text{a4) } \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = -\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = -\sqrt{\frac{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)}{1 + \left(-\frac{3}{5}\right)}} =$$

$$= -\sqrt{\frac{\frac{8}{5}}{\frac{2}{5}}} = -\sqrt{\frac{8 \cdot 5}{2 \cdot 5}} = -\sqrt{4} = -2$$

b) Resuelve a ecuación trigonométrica: $4\operatorname{sen}x + 2\cos(2x) = 3$
(1 PUNTO)

$$4\operatorname{sen}x + 2\cos(2x) = 3 \quad \cos(2x) = \cos^2x - \operatorname{sen}^2x$$
$$4\operatorname{sen}x + 2(\cos^2x - \operatorname{sen}^2x) = 3$$

$$4\operatorname{sen}x + 2\cos^2x - 2\operatorname{sen}^2x = 3$$
$$\cos^2x = 1 - \operatorname{sen}^2x$$
$$4\operatorname{sen}x + 2(1 - \operatorname{sen}^2x) - 2\operatorname{sen}^2x = 3$$

$$4\operatorname{sen}x + 2 - 2\operatorname{sen}^2x - 2\operatorname{sen}^2x = 3$$

$$-4\operatorname{sen}^2x + 4\operatorname{sen}x - 1 = 0$$

$$4\operatorname{sen}^2x - 4\operatorname{sen}x + 1 = 0$$

$$t = \operatorname{sen}x$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = \frac{+4}{8} = +\frac{1}{2}$$

Entón $t = \operatorname{sen}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = 30^\circ + 360^\circ K$

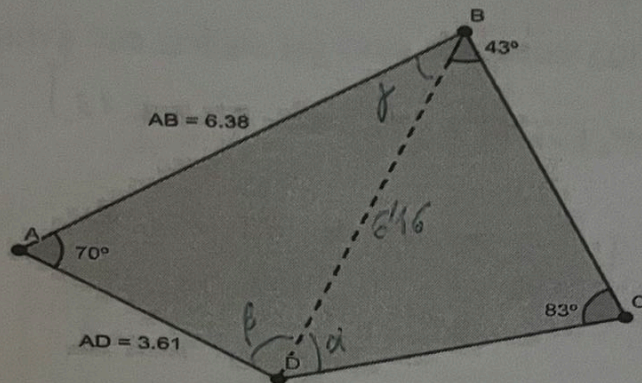
$$\boxed{x_1 = 30^\circ + 360^\circ K}$$

$$x_2 = (180^\circ - 30^\circ) + 360^\circ K$$

$$\boxed{x_2 = 150^\circ + 360^\circ K}$$

Exercício 3.- (2 PUNTOS)

Calcula o perímetro do seguinte quadrilátero e os ângulos que faltam.



Pelo th. do cosseno: $\overline{DB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 - 2\overline{AD}\overline{AB} \cdot \cos 70^\circ$

$$\overline{DB}^2 = 3'61^2 + 6'38^2 - 2 \cdot 3'61 \cdot 6'38 \cdot \cos 70^\circ$$
$$\overline{DB}^2 \approx 37'98'18$$
$$\overline{DB} \approx 6'16$$

$$\underline{\underline{\alpha}} = 180^\circ - 43^\circ - 83^\circ = 180^\circ - 126^\circ = \underline{\underline{54^\circ}}$$

Pelo th. do seno: $\frac{\overline{BC}}{\sin 54^\circ} = \frac{6'16}{\sin 83^\circ} \Rightarrow \overline{BC} = 5'02$

$$\frac{\overline{DC}}{\sin 43^\circ} = \frac{6'16}{\sin 83^\circ} \Rightarrow \overline{DC} = 4'23$$

Perímetro = $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{BC} + \overline{DC} \approx 6'38 + 3'61 + 5'02 + 4'23 = \underline{\underline{19'24 \text{ unid.}}}$

$$\cos \beta = \frac{3'61^2 + 6'16^2 - 6'38^2}{2 \cdot 3'61 \cdot 6'16} \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 76^\circ 38' 41''}}$$

$$\cos \gamma = \frac{6'38^2 + 6'16^2 - 3'61^2}{2 \cdot 6'38 \cdot 6'16} \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 33^\circ 24' 12''}}$$

Exercicio 4.- (1,5 PUNTOS)

a) Dados os vectores $\vec{u}=(5,-b)$ e $\vec{v}=(a,2)$, calcula a e b para que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sexan ortogonais (perpendiculares) e para que $|\vec{v}|=\sqrt{13}$.
¿Os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formarían unha base? Explica a resposta.
(0,75 PUNTOS)

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} \text{ e } \vec{v} \text{ ortogonais} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 5a - 2b = 0 \\ |\vec{v}| = \sqrt{13} \Rightarrow \sqrt{a^2 + 4} = \sqrt{13} \Rightarrow a^2 + 4 = 13 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \\ \text{se } a = 3 \xrightarrow{5a - 2b = 0} b = \frac{15}{2} \\ \text{se } a = -3 \xrightarrow{5a - 2b = 0} b = -\frac{15}{2} \end{array}$$

Nos dous casos: $\vec{u}_1(5, -\frac{15}{2})$ e $\vec{v}_1(3, 2)$ forman base
 $\vec{u}_2(5, \frac{15}{2})$ e $\vec{v}_2(-3, 2)$ pq. teñen
 $\neq$ dirección
(perpendiculares)

Dous vectores con $\neq$ dirección no plano forman base.

b) Calcula o valor de k para que os puntos de coordenadas A (1, 7) B(-3, 4) e C(k, 5) estean aliñados. Explica a resposta.
(0,75 PUNTOS)

$$\text{se } \underline{A(1, 7), B(-3, 4) \text{ e } C(k, 5) \text{ aliñados}} \Rightarrow \begin{array}{l} \vec{AB} = (-4, -3) \text{ teñen} \\ \vec{AC} = (k-1, -2) \text{ mesma} \\ \text{dirección} \end{array}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} \parallel \vec{AC} \Rightarrow \frac{-4}{k-1} = \frac{-3}{-2} \Rightarrow 8 = -3k + 3 \Rightarrow 3k = -5 \Rightarrow$$

(coordenadas proporcionais)

$$\Rightarrow \boxed{k = -\frac{5}{3}}$$

Exercicio 5.- (2 PUNTOS)