

**NON O FAGADES CON CHAT GPT. Á VOLTA DE VACACIÓNS
FAREIVOS UN EXAME NO QUE VOS PREGUNTAREI O MESMO E
SE NON O FACEDES VÓS NON VALE PARA NADA.**

**PODEDES USAR O GEOGEBRA PARA COMPROBAR AS
SOLUCIÓNS XEOMETRICAMENTE.**

**EXPLICADE OS PASOS QUE FACEDES PARA DAR COA
SOLUCIÓN E EMPREGADE DE MANEIRA RIGUROSA A
LINGUAXE MATEMÁTICA!**

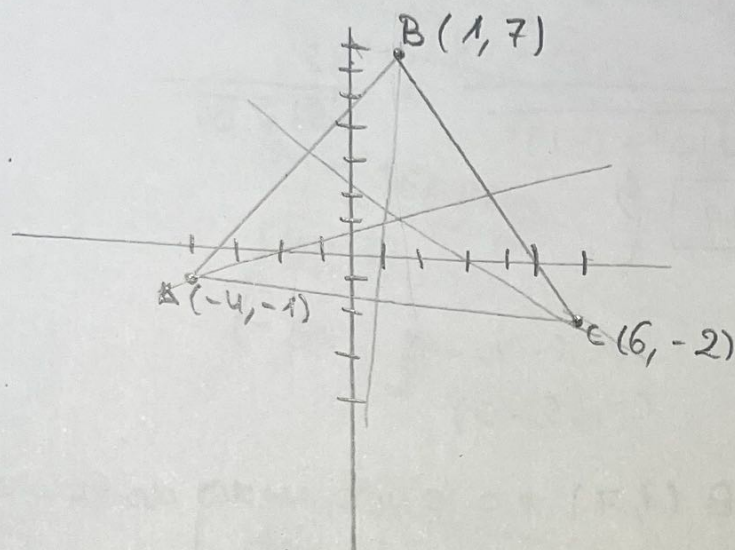
Exercicio.-

Nun triángulo de vértices $A(-4,-1)$, $B(1,7)$ e $C(6,-2)$.
Recoméndoches que fagas o debuxo!

Calcula:

- a) O perímetro.
- b) A área.
- c) O ángulo que forman os lados AB e AC.
- d) As medianas e o baricentro.
- e) As alturas e o ortocentro.
- f) As mediatrizes e o circuncentro.

Exercício.



Calcule:

a) O perímetro

$$\vec{AB} = (5, 8) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{89}$$

$$\vec{BC} = (5, -9) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{5^2 + (-9)^2} = \sqrt{106}$$

$$\vec{AC} = (10, -1) \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{10^2 + (-1)^2} = \sqrt{101}$$

$$\text{Perímetro} = \sqrt{89} + \sqrt{106} + \sqrt{101} = 29,78 \text{ unidades}$$

b) A área

$$[A] = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{AC}| \cdot d(B, r_{AC})}{2} = \frac{\sqrt{101} \cdot \frac{85}{\sqrt{101}}}{2} = \frac{85}{2} = 42,5 \text{ u}^2$$

$$r_{AC} \begin{cases} \text{passa por } A(-4, -1) \\ \vec{d} = \vec{AC} = (10, -1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+4}{10} = \frac{y+1}{-1} \Rightarrow -x-4 = 10y+10 \Rightarrow -x-10y-4-10=0 \\ -x-10y-14=0 \end{cases}$$

$$d(B=(1, 7), r_{AC}: x+10y+14=0) = \frac{|1+10 \cdot 7+14|}{\sqrt{1^2+10^2}} = \frac{85}{\sqrt{101}} = \frac{85}{101}$$

c) O ângulo que formam os lados AB e AC.

$$\vec{AB} = (5, 8)$$

$$\vec{AC} = (10, -1)$$

$$\alpha = \angle(\vec{AB}, \vec{AC}) = \angle(\vec{d}_{AB}, \vec{d}_{AC})$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{d}_{AB} \cdot \vec{d}_{AC}|}{|\vec{d}_{AB}| \cdot |\vec{d}_{AC}|} = \frac{|50 + 8|}{\sqrt{5^2 + 8^2} \sqrt{10^2 + (-1)^2}} = \frac{42}{\sqrt{89} \sqrt{101}}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{42}{\sqrt{89} \sqrt{101}}\right) = \boxed{63^\circ 42' 19''} \quad \beta$$

d) As medianas e o baricentro.

$$A = (-4, -1)$$

$$C = (6, -2)$$

A mediana relativa a B, passa por B (1, 7) e o ponto médio do lado oposto $\vec{AC}$

$$M_{AC} = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{-1+(-2)}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{-3}{2}\right) = \left(1, -\frac{3}{2}\right)$$

$$\vec{d} = \vec{BM}_{AC} = \left(0, -\frac{17}{2}\right)$$

Para tanto a equação seria:

$$\frac{x-1}{0} = \frac{y+\frac{3}{2}}{-\frac{17}{2}} \Rightarrow -\frac{17}{2}x + \frac{17}{2} = 0 \Rightarrow -17x + 17 = 0$$

$$-17x = -17$$

$$x = \frac{-17}{-17} \Rightarrow \boxed{x = 1} \quad \beta$$

A mediana relativa a C (6, -2), que passa pelo ponto médio do lado oposto $\vec{AB}$.

$$M_{AB} = \left(\frac{-4+1}{2}, \frac{-1+7}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{6}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 3\right)$$

$$\vec{d} = \vec{M}_{AB}C = \left(\frac{15}{2}, -5\right)$$

Para tanto a equação seria:

$$\frac{x-6}{\frac{15}{2}} = \frac{y+2}{-5} \Rightarrow -5x + 30 = \frac{15}{2}y + 15 \Rightarrow -5x - \frac{15}{2}y + 30 - 15 = 0$$

$$\boxed{-5x - \frac{15}{2}y + 15 = 0} \quad \beta$$

A mediana relativa a A (-4, -1) que passa pelo ponto médio do lado oposto $\vec{BC}$.

$$M_{BC} = \left(\frac{1+6}{2}, \frac{7+(-2)}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\vec{d} = \vec{M}_{BC}A = \left(-\frac{15}{2}, -\frac{7}{2}\right)$$

Para tanto a equação seria:

$$\frac{x+4}{\frac{15}{2}} = \frac{y+1}{-\frac{7}{2}} \Rightarrow -\frac{7}{2}x - 14 = -\frac{15}{2}y - \frac{15}{2} \Rightarrow -\frac{7}{2}x + \frac{15}{2}y - 14 + \frac{15}{2} = 0$$

$$-\frac{7}{2}x + \frac{15}{2}y - 14 + \frac{15}{2} = 0$$

$$-\frac{7}{2}x + \frac{15}{2}y - \frac{28}{2} + \frac{15}{2} = 0$$

$$-7x + 15y - 28 + 15 = 0$$

$$\boxed{-7x + 15y - 13 = 0}$$

BARICENTRO

$$\begin{cases} x = 1 \\ -5x - \frac{15}{2}y + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Baricentro} = \left(1, \frac{4}{3}\right)}$$

$$-5x - \frac{15}{2}y + 15 = 0$$

$$-5 - \frac{15}{2}y + 15 = 0$$

$$-\frac{15}{2}y = -15 + 5$$

$$-\frac{15}{2}y = -10$$

$$y = \frac{-10}{-\frac{15}{2}}$$

$$\boxed{y = \frac{4}{3}}$$

e) As alturas e o ortocentro.

→ A altura do lado AC (recto que passa pelo vértice B(1,7) e é perpendicular a AC).

$$\vec{AC} = (10, -1)$$

$$\vec{d} = (1, 10) \text{ e passa por } B(1,7)$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-7}{10} \Rightarrow 10x-10 = y-7 \Rightarrow 10x-y-10+7=0 \Rightarrow \boxed{10x-y-3=0}$$

→ A altura do lado AB (recta que passa pelo vértice C (6, -2) e é perpendicular a $\overrightarrow{AB}$).

$$\overrightarrow{AB} = (5, 8)$$

$$\vec{d} = (8, -5) \text{ e passa por C (6, -2)}$$

$$\frac{x-6}{8} = \frac{y+2}{-5} \Rightarrow -5x + 30 = 8y + 16 \Rightarrow -5x - 8y + 30 - 16 = 0 \Rightarrow \boxed{-5x - 8y + 14 = 0}$$

→ A altura do lado BC (recta que passa pelo vértice A (-4, -1) e é perpendicular a $\overrightarrow{BC}$).

$$\overrightarrow{BC} = (5, -9)$$

$$\vec{d} = (9, 5) \text{ e passa por A (-4, -1)}$$

$$\frac{x+4}{9} = \frac{y+1}{5} \Rightarrow 5x + 20 = 9y + 9 \Rightarrow 5x - 9y + 20 - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{5x - 9y + 11 = 0}$$

ORTOCENTRO

$$\begin{cases} 10x - y - 3 = 0 \\ -5x - 8y + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10x - y - 3 &= 0 \\ -y &= -10x + 3 \\ y &= 10x - 3 \end{aligned}$$

$$y = 10 \cdot \frac{38}{85} - 3$$

$$\boxed{y = \frac{76}{17} - 3 = \frac{25}{17}}$$

$$\begin{aligned} -5x - 8y + 14 &= 0 \\ -5x - 8\left(\frac{38}{85}\right) + 14 &= 0 \\ -5x - \frac{304}{85} + 14 &= 0 \\ -5x - \frac{304}{85} + \frac{1190}{85} &= 0 \\ -85x + 886 &= 0 \\ -85x &= -886 \\ x &= \frac{886}{85} = \frac{38}{85} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Ortcentro} = \left(\frac{38}{85}, \frac{25}{17} \right)}$$

f) As mediatrizes e o circuncentro.

→ A mediatriz do lado AB (recta que passa pelo ponto médio de AB e que é perpendicular a $\overrightarrow{AB}$).

$$M_{AB} = \left(\frac{-4+1}{2}, \frac{-1+7}{2} \right) = \left(\frac{-3}{2}, \frac{6}{2} \right) = \left(-\frac{3}{2}, 3 \right)$$

$$\vec{d} = (8, -5) \text{ porque é perpendicular a } \overrightarrow{AB} = (5, 8)$$

$$\frac{x + \frac{3}{2}}{8} = \frac{y - 3}{-5} \Rightarrow -5x - \frac{15}{2} = 8y - 24 \Rightarrow -5x - 8y - \frac{15}{2} + 24 = 0$$

$$\boxed{-5x - 8y + \frac{33}{2} = 0}$$

→ A mediatriz do lado BC (recta que pasa polo punto medio de BC e é perpendicular a $\vec{BC}$).

$$M_{BC} = \left(\frac{1+6}{2}, \frac{7+(-2)}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$\vec{d} = (9, 5)$ porque é perpendicular a $\vec{BC} = (5, -9)$

$$\frac{x - \frac{7}{2}}{9} = \frac{y - \frac{5}{2}}{5} \Rightarrow 5x - \frac{35}{2} = 9y - \frac{45}{2} \Rightarrow 5x - 9y - \frac{35}{2} + \frac{45}{2} = 0$$

$$\boxed{5x - 9y + 5 = 0}$$

→ A mediatriz do lado AC (recta que pasa polo punto medio de AC e é perpendicular a $\vec{AC}$).

$$M_{AC} = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{-1+(-2)}{2} \right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{-3}{2} \right) = (1, -\frac{3}{2})$$

$\vec{d} = (1, 10)$ porque é perpendicular a $\vec{AC} = (10, -1)$

$$\frac{x - 1}{1} = \frac{y + \frac{3}{2}}{10} \Rightarrow 10x - 10 = y + \frac{3}{2} \Rightarrow 10x - y - 10 - \frac{3}{2} = 0$$

$$10x - y - \frac{23}{2} = 0$$

$$\boxed{20x - 2y - 23 = 0}$$

CIRCUNCENTRO

$$\begin{cases} 5x - 9y + 5 = 0 \\ 20x - 2y - 23 = 0 \end{cases}$$

$$(-4) \begin{cases} -20x + 36y - 20 = 0 \\ 20x - 2y - 23 = 0 \end{cases}$$

$$\underline{34y - 43 = 0}$$

$$34y = 43$$

$$\boxed{y = \frac{43}{34}}$$

$$5x - 9y + 5 = 0$$

$$5x - 9\left(\frac{43}{34}\right) + 5 = 0$$

$$5x - \frac{387}{34} + 5 = 0$$

$$5x - \frac{217}{34} = 0$$

$$5x = \frac{217}{34}$$

$$\boxed{x = \frac{\frac{217}{34}}{5} = \frac{217}{170}}$$

Circuncentro: $\left(\frac{217}{170}, \frac{43}{34} \right)$