

DISTANCIA ENTRE DOUS PUNTOS. DISTANCIA DUN PUNTO A UNHA RECTA.

$$s_1: -12x + 6y - 12 = 0$$

$$s_2: +30x + 6y - 12 = 0$$

35.- $P(-6, -3), Q(9, 5)$ $r: 3x - 4y + 9 = 0,$

$$s: 5x + 15 = 0$$

Indica a distancia entre os dous puntos. Indica tamén as distancias de cada un dos puntos a cada recta.

$$d(P, Q) = |\overrightarrow{PQ}| = |(15, 8)| = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$$

$$d(P, r) = d((-6, -3), r: 3x - 4y + 9 = 0) = \frac{|3 \cdot (-6) - 4 \cdot (-3) + 9|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$$

$$d(Q, r) = d((9, 5), r: 3x - 4y + 9 = 0) = \frac{|3 \cdot 9 - 4 \cdot 5 + 9|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{16}{\sqrt{25}} = \frac{16}{5}$$

$$d(P, s) = d((-6, -3), s: 5x + 15 = 0) = \frac{|5 \cdot (-6) + 15|}{\sqrt{5^2 + 0^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$d(Q, s) = d((9, 5), s: 5x + 15 = 0) = \frac{|5 \cdot 9 + 15|}{\sqrt{5^2 + 0^2}} = \frac{60}{5} = 12$$

- 36.- Calcula k de modo que a distancia entre os puntos $A(5, k)$ e $B(3, -2)$ sexa igual a 2.
Solución: $k=-2$

$$d(A, B) = |\overline{AB}| = |(-2, -2-k)| = \sqrt{(-2)^2 + (-2-k)^2} = 2$$

$$\Rightarrow (-2)^2 + (-2-k)^2 = 4 \Rightarrow 4 + 4 + k^2 + 4k = 4 \Rightarrow k^2 + 4k + 4 = 0 \Rightarrow (k+2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow k+2=0 \Rightarrow k=-2$$

- 37.- Indica o valor que debe ter a para que a distancia entre $A(a, 2)$ e $B(-3, 5)$ sexa igual a $\sqrt{13}$.

Solución: Dúas solucións: $a_1=-1$ ou $a_2=-5$

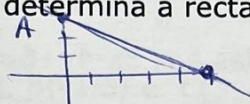
$$d(A, B) = |\overline{AB}| = |(-3-a, 3)| = \sqrt{(-3-a)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow (-3-a)^2 + 3^2 = 13 \Rightarrow 9 + a^2 + 6a + 9 = 13 \Rightarrow a^2 + 6a + 5 = 0 \Rightarrow$$

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = -5$$

- 38.- Indica a lonxitude do segmento que determina a recta $x - 2y + 5 = 0$ ao cortar aos eixos de coordenadas. **Solución:** $\sqrt{\frac{125}{4}}$



$$r: x - 2y + 5 = 0$$

$$y=0 \Rightarrow x=-5$$

$$x=0 \Rightarrow y=2.5$$

CONTES COS EIXOS

$$A(0, 2.5)$$

$$B(-5, 0)$$

$$d(A, B) = |\overline{AB}| = |(-5, -2.5)| = \sqrt{(-5)^2 + (-2.5)^2} = \sqrt{25 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{100+25}{4}} = \sqrt{\frac{125}{4}}$$

- 39.- Indica a distancia do punto $P(2, -3)$ ás seguintes rectas:

a) $\begin{cases} x=2t \\ y=-t \end{cases}$

b) $y = \frac{9}{4}$

c) $2x + 5 = 0$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} \quad r: x+2y=0$$

$$s: y - \frac{9}{4} = 0$$

$$t: 2x+5=0$$

$$d(P(2, -3), s: y - \frac{9}{4} = 0)$$

$$d(P(2, -3), t: 2x+5=0)$$

$$d(P(2, -3), r: x+2y=0) = \frac{|2+2(-3)|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{|-3 - \frac{9}{4}|}{\sqrt{0^2+1^2}} = \frac{\frac{21}{4}}{1} = \frac{21}{4}$$

$$\frac{|2 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{2^2+0^2}} = \frac{9}{2}$$

- 40.- Calcula a distancia da orixe de coordenadas ás seguintes rectas:

a) $3x - 4y + 12 = 0$

b) $2y - 9 = 0$

c) $x = 3$

d) $3x - 2y = 0$

$$a) d(P(0,0), r: 3x-4y+12=0) = \frac{|12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{12}{5}$$

$$b) d(P(0,0), s: 2y-9=0) = \frac{|-9|}{\sqrt{0^2+2^2}} = \frac{9}{2}$$

$$c) d(P(0,0), t: x-3=0) = \frac{|-3|}{\sqrt{1^2+0^2}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$d) d(P(0,0), q: 3x-2y=0) = \frac{0}{\sqrt{3^2+2^2}} = 0$$

- 41.- Determina c para que a distancia da recta $x - 3y + c = 0$ ao punto $(6, 2)$ sexa de $\sqrt{10}$ unidades. (Hai dúas solucións). **Solución:** $c_1=10$ ou $c_2=-10$

$$d(P(6,2), r: x-3y+c=0) = \frac{|6-3 \cdot 2+c|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|c| = 10$$

$$c_1 = 10$$

$$c_2 = -10$$

- 42.- Determina un punto na recta $y = 2x$ que diste 3 unidades da recta $3x - y + 8 = 0$.

Solución: Dúas solucións $A_1 = (-8 + 3\sqrt{10}, -16 + 6\sqrt{10})$, $A_2 = (-8 - 3\sqrt{10}, -16 - 6\sqrt{10})$

P punto da recta $y = 2x$ $P(x_0, 2x_0)$

$$d(P(x_0, 2x_0), r: 3x - y + 8 = 0) = \frac{|3x_0 - 2x_0 + 8|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|x_0 + 8|}{\sqrt{10}} = 3$$

$$\rightarrow x_0 + 8 = 3\sqrt{10} \Rightarrow x_0 = -8 + 3\sqrt{10}$$

$$\rightarrow x_0 - 8 = 3\sqrt{10} \Rightarrow x_0 = -8 - 3\sqrt{10}$$

$$A_1 = (-8 + 3\sqrt{10}, -16 + 6\sqrt{10}), A_2 = (-8 - 3\sqrt{10}, -16 - 6\sqrt{10})$$

- 43.- Atopa o punto da recta $r: 4x - 8y + 7 = 0$ que equidista dos puntos $A(2, 1)$ e $B(1, -3)$.

Chamámoslle $P(x, y)$ o punto de r que buscamos.

Como $P \in r \Rightarrow 4x - 8y + 7 = 0$

$$\text{Como } d(P, A) = d(P, B) \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \Rightarrow x^2 + 4 - 4x + y^2 + 1 - 2y = x^2 - 2x + y^2 + 9 + 6y$$

$$\Rightarrow 2x + 8y + 5 = 0$$

$$\text{Resolvendo o sistema: } \begin{cases} 4x - 8y + 7 = 0 \\ 2x + 8y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$x = -2, y = -\frac{1}{8}$$

$$\text{Por tanto } P(-2, -\frac{1}{8})$$

- 44.- Calcula a ecuación das rectas paralelas a $r: 3x - 4y + 6 = 0$ que disten de ela 2 unidades.

Como r_1 paralela a $r \Rightarrow r_1: 3x - 4y + c = 0$

Colo punto de $r: (-2, 0) = P$

$$2 = d(P, r_1) \Rightarrow 2 = \frac{|3 \cdot (-2) - 4 \cdot 0 + c|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|-6 + c|}{5} = 2 \Rightarrow |-6 + c| = 10 \Rightarrow \begin{cases} -6 + c = 10 \Rightarrow c = 16 \\ -6 - c = 10 \Rightarrow c = -16 \end{cases}$$

Sol.

$$r_1: 3x - 4y + 16 = 0$$

$$r_2: 3x - 4y - 16 = 0$$

- 45.- Calcula a ecuación da recta que pasa polo punto $P(2, -3)$ e forma un ángulo de 45° coa recta $r: 3x - y + 3 = 0$.

Recta s $\begin{cases} \rightarrow \text{pasa por } P(2, -3) \\ \rightarrow \text{forma ángulo } 45^\circ \text{ con } r: 3x - y + 3 = 0 \end{cases}$

$\vec{dr} = (1, 3)$. Como s forma ángulo de 45° con r

$\vec{ds} = (1, x)$ Entón, $\vec{dr} \cdot \vec{ds} = |\vec{dr}| \cdot |\vec{ds}| \cdot \cos 45^\circ$

$$1 + 3x = \sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + x^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 + 3x = \sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{1 + x^2}$$

$$1 + 3x = \sqrt{5} \cdot \sqrt{1 + x^2} \Rightarrow (1 + 3x)^2 = (5(1 + x^2))^2$$

$$1 + 9x^2 + 6x = 5(1 + x^2) \Rightarrow 1 + 9x^2 + 6x = 5 + 5x^2 \Rightarrow 4x^2 + 6x - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \end{cases}$$

$$\vec{ds}_1 = (1, \frac{1}{2})$$

$$\vec{ds}_2 = (1, -2)$$

$S_1 \rightarrow$ pasa por $P(2, -3)$

$$\vec{ds}_1 = (1, \frac{1}{2})$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{1/2} \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 = y + 3$$

$$\frac{1}{2}x - y - 4 = 0 \Rightarrow S_1: x - 2y - 8 = 0$$

$S_2 \rightarrow$ pasa por $P(2, -3)$

$$\vec{ds}_2 = (1, -2)$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} \Rightarrow -2x + 4 = y + 3$$

$$-2x - y + 1 = 0 \Rightarrow S_2: 2x + y - 1 = 0$$

PERÍMETRO E ÁREA DUN TRIÁNGULO. CÁLCULO RECTAS NOTABLES: MEDIATRIZ, MEDIANA E ALTURA DUN TRIÁNGULO.

46.- Comproba que o triángulo de vértices $A(-3, 1)$, $B(0, 5)$ e $C(4, 2)$ é rectángulo e indica a área.

Solución: Área = $12,5 u^2$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (3, 4) \\ \vec{BC} &= (4, -3) \\ \vec{AC} &= (7, 1) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Como } \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{BC} \Rightarrow \text{En } \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ triángulo rectángulo} \\ |\vec{AB}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \\ |\vec{BC}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5 \end{array} \right.$$

FORMA RÁPIDA: Tomamos como base $\vec{AB}$, entón $\vec{BC}$ é a altura relativa a esa base, polo tanto

$$\text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}|}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5 u^2$$

OUTRA FORMA: Tomamos base $\vec{AC}$.
 $b = |\vec{AC}| = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$. E entón, a altura
 $a = d(B, r_{AC}) = d(0, 5), r_{AC}: x - 7y + 10 = 0$
 $r_{AC} \rightarrow$ pasa por $A = (-3, 1) \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-7} \Rightarrow r_{AC}: x - 7y + 10 = 0$
 $a = \frac{|0 - 7 \cdot 5 + 10|}{\sqrt{1^2 + (-7)^2}} = \frac{25}{\sqrt{50}} \quad \text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{50} \cdot \frac{25}{\sqrt{50}}}{2} = 12,5$

47.- Os vértices dun triángulo son: $A(4, 4)$, $B(-1, 3)$ e $C(3, -1)$. Comproba que é isósceles e calcula a súa área.

Solución: Área = $12 u^2$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (-5, -1) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{26} \\ \vec{AC} &= (-1, -5) \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{26} \\ \vec{BC} &= (4, -4) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{32} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Como } |\vec{AB}| = |\vec{AC}| \Rightarrow \triangle ABC \text{ é isósceles} \end{array} \right.$$

Tomamos como base $\vec{AC}$, $b = |\vec{AC}| = \sqrt{26}$. E entón, a altura $a = d(B, r_{AC})$
 $r_{AC} \rightarrow$ pasa por $A = (4, 4) \quad \frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{-5} \Rightarrow -5x + 20 = -y + 4 \Rightarrow r_{AC}: 5x - y - 16 = 0$
 $a = d(B = (-1, 3), r_{AC}: 5x - y - 16 = 0) = \frac{|5(-1) - 3 - 16|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2}} = \frac{24}{\sqrt{26}}$

$$\text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{AC}| \cdot d(B, r_{AC})}{2} = \frac{\sqrt{26} \cdot \frac{24}{\sqrt{26}}}{2} = \frac{24}{2} = 12 u^2$$

48.- Indica a área e o perímetro do triángulo cuxos vértices son $P(-1, 2)$, $Q(4, 7)$, $R(7, 0)$.

Solución: Área = $25 u^2$ e Perímetro = $5\sqrt{2} + \sqrt{58} + 2\sqrt{17} u$

$$\begin{aligned} \vec{PQ} &= (5, 5) \Rightarrow |\vec{PQ}| = \sqrt{50} \\ \vec{QR} &= (3, -7) \Rightarrow |\vec{QR}| = \sqrt{58} \\ \vec{PR} &= (8, -2) \Rightarrow |\vec{PR}| = \sqrt{68} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Perímetro} = |\vec{PQ}| + |\vec{QR}| + |\vec{PR}| = \sqrt{50} + \sqrt{58} + \sqrt{68} = 5\sqrt{2} + \sqrt{58} + 2\sqrt{17} \text{ unidades} \end{array} \right.$$

Tomamos como base $\vec{PR}$, $b = |\vec{PR}| = \sqrt{68}$. E entón, a altura $a = d(Q, r_{PR})$

$$\begin{aligned} r_{PR} \rightarrow \text{pasa por } P = (-1, 2) \quad \frac{x+1}{8} = \frac{y-2}{-2} \Rightarrow -2x - 2 = 8y - 16 \Rightarrow r_{PR}: 2x + 8y - 14 = 0 \\ a = d(Q = (4, 7), r_{PR}: 2x + 8y - 14 = 0) = \frac{|2 \cdot 4 + 8 \cdot 7 - 14|}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = \frac{50}{\sqrt{68}} \end{aligned}$$

$$\text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{PR}| \cdot d(Q, r_{PR})}{2} = \frac{\sqrt{68} \cdot \frac{50}{\sqrt{68}}}{2} = \frac{50}{2} = 25 u^2$$

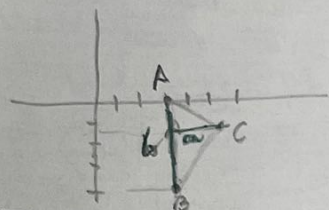
49.- Calcula a área do triângulo de lados sobre as rectas: $r: x = 3$, $s: 2x + 3y - 6 = 0$ e $t: x - y - 7 = 0$.

A: punto corte r e $s: \begin{cases} x=3 \\ s: 2x+3y-6=0 \end{cases} \Rightarrow A(3,0)$

B: punto corte r e $t: \begin{cases} x=3 \\ t: x-y-7=0 \end{cases} \Rightarrow B(3,-4)$

C: punto corte s e $t: \begin{cases} s: 2x+3y-6=0 \\ t: x-y-7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s: 2x+3y-6=0 \\ t: -2x+2y+14=0 \end{cases}$

$\Rightarrow C: \begin{pmatrix} \frac{27}{5} \\ -\frac{8}{5} \end{pmatrix}$



Tomo como base $b = |\vec{AB}| = 4$
 $a = \text{altura} = d(C, r_{AB}) = d\left(\left(\frac{27}{5}, -\frac{8}{5}\right), x-3=0\right)$
 $= \frac{|\frac{27}{5} - 3|}{\sqrt{1^2+0^2}} = \frac{2\frac{2}{5}}{1} = 2\frac{2}{5}$
 $\frac{b \cdot a}{2} = \text{Área} = \frac{|\vec{AB}| \cdot d(C, r_{AB})}{2} = \frac{4 \cdot 2\frac{2}{5}}{2} = 4\frac{4}{5} \text{ u}^2$

50.- O lado desigual do triângulo isósceles ABC, tem por extremos A(1, -2) e B(4, 3). O vértice C está na recta $3x - y + 8 = 0$. Indica as coordenadas de C e a área do triângulo.

Como $\triangle ABC$ isósceles $\Rightarrow d(A, C) = d(B, C) \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 \Rightarrow 0 = 6x + 10y - 20$

Como C está em $3x - y + 8 = 0$. Resolvendo o sistema: $\begin{cases} 6x + 10y - 20 = 0 \\ 3x - y + 8 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 6x + 10y - 20 = 0 \\ -6x + 2y - 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow 12y - 36 = 0 \Rightarrow y = 3$
 $x = -\frac{5}{3}$

$\vec{AC} = (3, 5)$

$C = \left(-\frac{5}{3}, 3\right)$

Tomo base $b = |\vec{AB}| = \sqrt{34}$

$a = d(C, r_{AB}) = d\left(C, M_{AB}\right) = d\left(-\frac{5}{3}, 3\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{25}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{250}{36}} = \frac{5\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}$

$\text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{34} \cdot \frac{5\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}}{2} = \frac{5 \cdot 17}{6} = \frac{85}{6} \text{ u}^2$

51.- No triângulo cujos vértices são A(1, 0), B(-3, 2) e C(3, 5), calcula:

a) Medida dos lados a, b e o ângulo C no triângulo ABC.

b) Perímetro

c) Área

d) Um ponto D de tal forma que o quadrilátero ABCD seja um paralelogramo e calcular a sua área e perímetro.

Solução:

a) $a = \sqrt{45}$; $b = \sqrt{29}$; $c = \sqrt{20}$; $C = 41^\circ 38'$ b) Perímetro $= \sqrt{45} + \sqrt{29} + \sqrt{20} = 5\sqrt{5} + \sqrt{29}$ unidades

c) Área $= 12 \text{ u}^2$ d) D(7,3)

a) $\vec{AB} = (-4, 2) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{20} \leftarrow \text{lado } c$
 $\vec{BC} = (6, 3) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{45} \leftarrow \text{lado } a$
 $\vec{AC} = (2, 5) \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{29} \leftarrow \text{lado } b$

b) Perímetro $= |\vec{AB}| + |\vec{BC}| + |\vec{AC}| = \sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{29} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + \sqrt{29}$
 $= 5\sqrt{5} + \sqrt{29}$ unidades

c) Tomo como base $b' = |\vec{AB}| = \sqrt{20}$. Entón a' = altura relativa a esa base
 $e' \quad a' = d(C, r_{AB})$ $r_{AB} \rightarrow$ pasa por $A(1,0)$ $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-0}{2} \Rightarrow r_{AB}: 2x+4y-2=0$
 $d = AB = (-4,2)$ $2x-2 = -4y$
 $a' = d(C=(3,5), r_{AB}: 2x+4y-2=0) = \frac{|2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{20}} = \frac{24}{\sqrt{20}}$
 $\text{Area} = \frac{b' \cdot a'}{2} = \frac{|\vec{AB}| \cdot d(C, r_{AB})}{2} = 2 \rightarrow \frac{\sqrt{20} \cdot \frac{24}{\sqrt{20}}}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ u}^2$

d) Como ABCD paralelogramo $\vec{AB} = \vec{DC}$ $D=(x,y)$
 $(-4,2) = (3-x, 5-y) \Rightarrow x=7$
 $y=3$
 $\text{Perímetro} = 2|\vec{AB}| + 2|\vec{BC}| = 2\sqrt{20} + 2\sqrt{45} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 10\sqrt{5} \text{ u}^2$

52.- No triángulo cuxos vértices son O(0, 0), A(4, 2) e B(6, -2), calcula: $\text{Área} = 2 \cdot A_{\text{triáng.}} = 24 \text{ u}^2$

- a) Perímetro
 b) Área
 c) Mediatriz segmento AB
 d) Altura relativa ao lado AO
 e) Mediana relativa ao lado OB

Solución:

a) $\text{Perímetro} = \sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{20} = 4\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$ unidades b) $\text{Área} = 10 \text{ u}^2$ c) mediatriz $AB: x - 2y - 5 = 0$

d) $h_{AO}: 2x + y - 10 = 0$ e) mediana $OB: 3x - y - 10 = 0$

a) $\vec{OA} = (4,2) \Rightarrow |\vec{OA}| = \sqrt{20}$
 $\vec{OB} = (6,-2) \Rightarrow |\vec{OB}| = \sqrt{40}$
 $\vec{AB} = (2,-4) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{20}$
 $\text{Perímetro} = \sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{20} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 2\sqrt{10} \text{ u}$

b) $\text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{OA}| \cdot d(B, r_{OA})}{2} = \frac{1 \cdot \sqrt{20} \cdot \frac{20}{\sqrt{20}}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ u}^2$

$r_{OA} \rightarrow$ pasa por O(0,0) $d = \vec{OA} = (4,2)$ $2x - 4y = 0 \leftarrow r_{OA}$
 $d(B(6,-2), r_{OA}: 2x-4y=0) = a = \frac{|2 \cdot 6 - 4 \cdot (-2)|}{\sqrt{20}} = \frac{20}{\sqrt{20}}$

c) $m_{AB} \rightarrow$ pasa $M_{AB} = (5,0)$
 $d = \text{perpendicular a } \vec{AB} = (2,-4) = (4,2)$
 $\left. \begin{array}{l} \frac{x-5}{4} = \frac{y-0}{2} \\ m_{AO}: 2x-4y-10=0 \\ m_{AB}: x-2y-5=0 \end{array} \right\}$
 $d) h_{AO} \rightarrow$ pasa por B(6,-2)
 $d = \text{perpendicular a } \vec{AO} = (-4,-2) = (2,4)$
 $\left. \begin{array}{l} \frac{x-6}{2} = \frac{y+2}{4} \\ h_{AO}: 4x+2y-20=0 \leftarrow \frac{x-6}{2} = \frac{y+2}{4} \\ h_{AO}: 2x+y-10=0 \end{array} \right\}$

e) mediana $OB \rightarrow$ pasa por A(4,2) y $M_{OB} = (3,-1)$
 $d = \vec{AM} = (-1,-3)$
 $\left. \begin{array}{l} \text{Mediana } OB: 3x-y-10=0 \leftarrow \frac{x-4}{-1} = \frac{y-2}{-3} \end{array} \right\}$

53.- No triángulo de vértices A(-2, 3), B(5, 1), C(3, -4), indica as ecuacións:

- a) Da altura que parte de B.
 b) Da mediana que parte de A
 c) Da mediatriz do lado CA.
 d) Área

Solución:

a) $h_B: 5x - 7y - 18 = 0$ b) mediana $B: x - 3y - 2 = 0$ c) mediatriz $CA: 5x - 7y - 6 = 0$ d) $A = \frac{39}{2} \text{ u}^2$

mediante $A \rightarrow$ para $A = (-2,3)$ dirección $\vec{AM} = \vec{d} = (6, -4.5)$
 $M_{BC} = (4, -1.5)$
 $\frac{x+2}{6} = \frac{y-3}{-4.5}$
 $-4.5x - 9 = 6y - 18$
 $4.5x + 6y - 9 = 0$

$A(-2,3)$ $B(5,1)$ $C(3,-4)$ $\vec{AB} = (7, -2)$ $|\vec{AB}| = \sqrt{53}$
 a) $h_a \rightarrow$ pasa por $B(5,1)$
 $\vec{d} =$ perpendicular a $\vec{AC} = (5, -7)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-5}{7} = \frac{y-1}{5} \Rightarrow 5x-25 = 7y-7 \\ h_a: 5x-7y-18=0 \end{array} \right.$
 $\vec{d} = (7, 5)$
 b) Mediana $\rightarrow$ pasa por $B(5,1)$ y $M_{AC} = (0.5, -0.5)$
 $\vec{d} = \vec{BM} = (4.5, 1.5)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-5}{4.5} = \frac{y-1}{1.5} \Rightarrow 1.5x-7.5 = 4.5y-4.5 \\ \text{Mediana } B: 3x-15 = 9y-9 \\ \text{Mediana } B: 3x-9y-6=0 \\ \text{Mediana } B: x-3y-2=0 \end{array} \right.$
 c) Mediatriz $\rightarrow$ pasa $M_{CA} = (0.5, -0.5)$
 $\vec{d} =$ perpend. $\vec{AC} = (5, -7) = (7, 5)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-0.5}{7} = \frac{y+0.5}{5} \Rightarrow 5x-2.5 = 7y+3.5 \\ \text{Mediatriz } CA: 5x-7y-6=0 \end{array} \right.$
 d) $\text{Área} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{|\vec{AB}| \cdot d(C, \vec{AB})}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{53} \cdot \frac{39}{\sqrt{53}} = \frac{39}{2}$
 $r_{AB} \rightarrow$ pasa por $A(-2,3)$ $\frac{x+2}{7} = \frac{y-3}{-2} \Rightarrow r_{AB}: 2x+7y-17=0$
 $\vec{d}_{AB} = (7, -2)$ $d(C(3,-4), r_{AB}) = \frac{|16-28+71|}{\sqrt{53}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Mediatriz } AB: 5x-7y-6=0 \end{array} \right.$

54.- A recta $2x + 3y - 6 = 0$ determina, al cortar los ejes de coordenadas, el segmento AB. Indica la ecuación de la mediatriz de AB.

Cortes r: $2x + 3y - 6 = 0$ con eje x: $\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y - 6 = 0 \\ y = 0 \end{array} \right. \Rightarrow x = 3$ $A: (3, 0)$
 con eje y: $\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y - 6 = 0 \\ x = 0 \end{array} \right. \Rightarrow y = 2$ $B: (0, 2)$
 Mediatriz $AB \rightarrow$ pasa $M_{AB} = (\frac{3}{2}, 1) = (1.5, 1)$
 $\vec{d} =$ perpend. a $\vec{AB} = (-3, 2) = (2, 3)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1.5}{2} = \frac{y-1}{3} \\ \Rightarrow 3x-4.5 = 2y-2 \Rightarrow 3x-2y-2.5=0 \Rightarrow 6x-4y-5=0 \end{array} \right.$
 Mediatriz AB

CÁLCULO DEL SIMÉTRICO DE UN PUNTO RESPECTO A UNA RECTA (SIMETRÍA AXIAL)

55.- Indica el punto simétrico de $P(1, 1)$ respecto a la recta $x - 2y - 4 = 0$.

Solución: $P' = (3, -3)$

1º r : perpendicular a r' que pasa por P $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2}$
 $\rightarrow$ pasa por $P(1,1)$ $\left\{ \begin{array}{l} r: 2x+y-3=0 \end{array} \right.$
 $\vec{d}$ perpendicular a $r' = (1, -2)$
 2º M punto corte entre r y r' $\left\{ \begin{array}{l} r: 2x+y-3=0 \\ r': x-2y-4=0 \end{array} \right. \Rightarrow H(2, -1)$
 3º M punto medio $\overline{PP'} \Rightarrow (2, -1) = (\frac{x+1}{2}, \frac{y+1}{2}) \Rightarrow P'(3, -3)$

56.- Indica el punto simétrico de $P(2, 3)$ respecto a la recta $3x - y + 2 = 0$.

Solución: $P' = (-1, 4)$

1º r : perpendicular a r' que pasa por P $\rightarrow$ pasa por $P(2,3)$
 $\vec{d} =$ perpend. a $r' = (3, -1)$
 $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} \Rightarrow -x+2 = 3y-9$
 $r: x+3y-11=0$ 2º Mpto corte r y r' $\left\{ \begin{array}{l} r: x+3y-11=0 \\ r': 3x-y+2=0 \end{array} \right. \Rightarrow H(0.5, 3.5)$
 3º M punto medio $\overline{PP'} \Rightarrow (0.5, 3.5) = (\frac{x+2}{2}, \frac{y+3}{2})$
 $\Rightarrow x = -1 \Rightarrow P'(-1, 4)$