

UNIDAD 04: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

PROPORCIONALIDAD DIRECTA, INVERSA Y COMPUUESTA

¿Cuándo hablamos de magnitudes directa e inversamente proporcionales?

Dos magnitudes se relacionan cuando al modificar una de ellas la otra se modifica



TABLA DE CORRESPONDENCIA

	Vasos de helado	precio
Al doble	5	\$ 300
Al triple	10	\$ 600
A la quinta parte	15	\$ 900
Al sexto de la parte	1	\$ 60

El doble
El triple
La quinta parte
Al sexto de la parte



TABLA DE CORRESPONDENCIA

	Lápiz por caja	cajas
Al doble	6	120
Al triple	3	240
A la mitad	12	60
Al sexto de la parte	1	720

Al doble
A la mitad
El sexto de la parte

Dos Magnitudes son **Directamente Proporcionales** cuando a una de las cantidades se la multiplica (o divide) por un número su correspondiente queda multiplicada (o dividida) por el mismo número

Dos Magnitudes son **Inversamente Proporcionales** cuando a una de las cantidades se la multiplica por un número su correspondiente queda dividida por el mismo número (y si se divide a la otra se la multiplica por el mismo número)

VOLVER

EJEMPLO PROBLEMA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Con 200 g. de harina se elaboran 6 barras de pan. ¿Cuántas barras se elaboran con 5 kg?

Pasamos 5 kg a gramos para trabajar en la misma unidad: 5 kg = 5.000 g

Harina (g) D Barras de pan

$$\frac{200}{5.000} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 6 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5.000}{5.000} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad x \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{matrix} + \\ + \end{matrix} \quad \begin{matrix} + \\ + \end{matrix}$$

$$\frac{200}{5.000} = \frac{6}{x} \quad 200 \cdot x = 6 \cdot 5.000$$

$$5.000 \quad x \quad 200 \cdot x = 30.000$$

$$x = \frac{30.000}{200}$$

$$x = 150 \text{ barras}$$

Solución: Elaboraré 150 barras de pan.

EJEMPLO PROBLEMA PROPORCIONALIDAD INVERSA

5 Obreros hacen una pared en 15 días. ¿Cuánto tardarán 3 obreros en hacer la misma pared?

Nº de Obreros I Tiempo (días)

$$\begin{array}{ccc}
 5 & \xrightarrow{\quad} & 15 \\
 3 & \xrightarrow{\quad} & x \\
 - & & + \\
 \hline
 \frac{3}{5} = \frac{15}{x} & & 3 \cdot x = 15 \cdot 5 \\
 & & 3 \cdot x = 75 \\
 & & x = \frac{75}{3} \\
 & & \boxed{x = 25 \text{ días}}
 \end{array}$$

inversa

Solución: Tardarán 25 días.

1.- Un grifo que arroja un caudal de 3 litros por minuto, llena un depósito en 20 minutos. ¿Cuánto tardará en llenar ese mismo depósito otro grifo cuyo caudal es de 5 litros por minuto?
 (SOLUCIÓN: 12 minutos)

2.- Una máquina embotelladora llena 45 botellas en 5 minutos. ¿Cuántas botellas podrá llenar en una hora? (SOLUCIÓN: 540 botellas)

3.- En la granja, 30 gallinas tardan 10 minutos en comer un saco de pienso. Si se compran 20 gallinas más, ¿cuánto tardarán todas en consumir el saco? (SOLUCIÓN: 6 minutos)

4.- Una explotación ganadera tiene 12 vacas que producen 300 litros de leche al día. ¿Cuántas vacas deberían comprar si quieren producir diariamente 500 litros de leche? (SOLUCIÓN: 8 vacas)

5.- Para vender unas magdalenas hemos utilizado 30 bolsas con 8 magdalenas cada una. Si se quisiesen vender en bolsas de 6 magdalenas, ¿cuántas bolsas se necesitarían?
 (SOLUCIÓN: 40 bolsas)

6.- Una moto gasta 7,3 litros cada 100 km. ¿Cuántos km puede recorrer si le quedan 4 litros en el depósito? (SOLUCIÓN: 54,8 km)

7.- En una bodega con dos máquinas embotelladoras se envasa la cosecha de vino en 15 días. ¿Cuánto se tardaría con una máquina más? (SOLUCIÓN: 10 días)

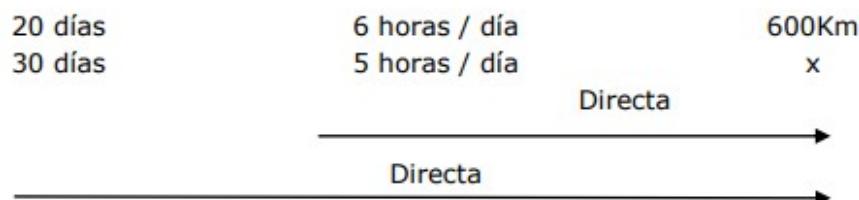
8.- Un jardinero necesita 20 macetas para sembrar los bulbos que tiene colocando 3 en cada maceta. ¿Cuántas necesitaría si colocase 4 bulbos en cada una? (SOLUCIÓN: 15 macetas)

9.- Las almendras se venden a 10,50 €/kg. ¿Cuánto te cobrarán por 230 gramos? (SOLUCIÓN: 2,42€)

10.- Un besugo de un kilo y doscientos gramos ha costado 14,40 €. ¿Cuánto costará otro besugo de ochocientos gramos? (SOLUCIÓN: 9,6€)

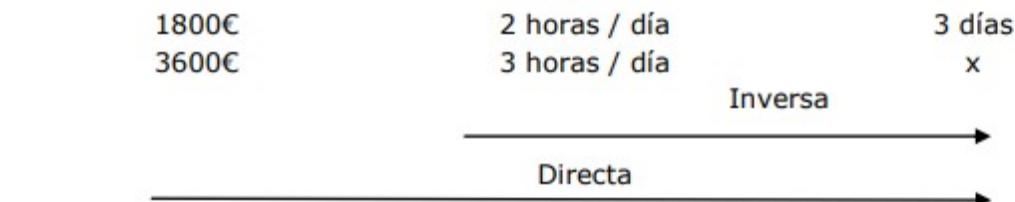
EJEMPLOS PROBLEMAS PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

Un peregrino ha recorrido 600 Km del camino de Santiago en 20 días a razón de 6 horas diarias. ¿Cuántos Km podría recorrer a la misma velocidad en 30 días, a 5 horas al día?



$$\frac{20 \cdot 6}{30 \cdot 5} = \frac{600}{x}; x = \frac{600 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 6}; x = 750 \text{ Km}$$

Hemos pagado 1800€ a un grupo musical por actuar 3 días en las fiestas del barrio durante 2 horas diarias. ¿Cuántos días podremos pagar con 3600€ si actúan durante 3 horas diarias?



$$\frac{1800}{3600} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{x}; x = \frac{3600 \cdot 2 \cdot 3}{1800 \cdot 3}; x = \frac{2^3 \cdot 3^3}{3^3 \cdot 2}; x = 4 \text{ días}$$

Si se abren 3 bocas de riego con un caudal de 1.5 litros por segundo cada una, un aljibe se vacía en 8 horas. ¿Durante cuánto tiempo daría servicio el aljibe si se abrieran 4 bocas de riego con un caudal de 0.9 litros por segundo cada una?



$$\frac{4}{3} \cdot \frac{0.9}{1.5} = \frac{8}{x}; x = \frac{3 \cdot 1.5 \cdot 8}{4 \cdot 0.9}; x = \frac{3 \cdot 15 \cdot 8}{4 \cdot 9}; x = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2}; x = 10 \text{ horas}$$

11.-Un cine, dando dos sesiones diarias, puede dar entrada a 18.000 personas en 30 días. ¿A cuántas personas podrá recibir ese local en 45 días si amplía su oferta a tres sesiones diarias?
(SOLUCIÓN: 40.500 personas)

12.-Ocho máquinas tejedoras, en cuatro días, hacen 384 chalecos de punto. ¿Cuántos días necesitarán cinco de esas máquinas para fabricar 180 chalecos? (SOLUCIÓN: 3 días)

13.- Un ganadero necesita 750 kilos de pienso para alimentar a 50 vacas durante 10 días. ¿Durante cuántos días podrá alimentar a 40 vacas con 1.800 kilos de pienso? (SOLUCIÓN: 30 días)

14.- Doce obreros, trabajando 8 horas diarias, terminan un trabajo en 25 días. ¿Cuánto tardarán en hacer ese mismo trabajo 5 obreros trabajando 2 horas más cada día? (SOLUCIÓN: 48 días)

15.- Una persona lee un libro en 24 días leyendo 3 horas diarias a razón de 15 páginas por hora. ¿Cuántas horas diarias debe leer para acabar el libro en 30 días leyendo 8 páginas por hora? (SOLUCIÓN: 4,5 horas por día)

16.- Un obrero gana 600 € por trabajar durante 20 días 6 horas diarias. ¿Cuánto ganará por 12 días de trabajo de 8 horas diarias? (SOLUCIÓN: 480 €)

17.- Durante unas vacaciones 7 personas gastan en alimentación 56 € diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 30 días con 2.880 €. (SOLUCIÓN: 12 personas)

18.- Una empresa cobra 30 € por alquilar una máquina cortacésped durante 5 días. ¿Cuánto recibirá por el alquiler de dos máquinas durante 1 días menos? (SOLUCIÓN: 48 €)

19.- Una pieza de tela de 2,80 m de largo por 1,20 m de ancho cuesta 42 €. ¿Cuál será el ancho de otra pieza de la misma tela que mide 0,80 m de largo y cuesta 16,50 €? (SOLUCIÓN: 1,65 m)

20.- Transportar 200 cajas a 450 km cuesta 300 €. ¿Cuántas cajas se pueden transportar a 280 km por 350 €? (SOLUCIÓN: 375 cajas)

21.- Cinco grifos llenan un depósito de 20.000 litros en 16 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ocho grifos iguales a los anteriores en llenar un depósito con 10.000 litros más de capacidad? (SOLUCIÓN: 15 horas)

22.- Para llenar un depósito hasta una altura de 80 cm se ha necesitado aportar un caudal de 20 litros por minuto durante 1 h y 20 min. ¿Cuánto tiempo se tardará en llenar otro depósito hasta una altura de 90 cm si se le aporta un caudal de 15 litros por minuto? (SOLUCIÓN: 2 horas)

23.- Doce obreros, trabajando 8 horas diarias hacen una pared de 50 m de largo en 25 días. ¿Cuánto tardarán cinco obreros en hacer una pared de 100 m de largo si trabajan 10 horas diarias? (SOLUCIÓN: 96 días)

24.- Un cine con 2 sesiones diarias puede dar entrada a 18.000 personas en 30 días. ¿A cuántas personas podrán recibir 4 cines con 3 sesiones diarias durante 45 días? (SOLUCIÓN: 162.000 personas)

25.- Con 12 botes de medio kilo de pintura cada uno, se han pintado 90 m de verja de 80 cm de altura. Calcular cuántos botes de 2 kg de pintura serán necesarios para pintar una verja similar de 1,20 m de altura y 200 metros de longitud. (SOLUCIÓN: 10 botes)

EJEMPLOS PROBLEMAS REPARTOS PROPORCIONALES

Repartir 1000 euros en partes directamente proporcionales a las edades de 3, 5 12.

Sean $x, y z$ las partes que le corresponderán a 3, 5 y 12 años, respectivamente.

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{12} = \frac{x+y+z=1000}{3+5+12=20} = 50$$

Calculando cada parte, una a una:

$\frac{x}{3} = 50 \rightarrow x = 3 \cdot 50 = 150$	$\frac{y}{5} = 50 \rightarrow y = 50 \cdot 5 = 250$	$\frac{z}{12} = 50 \rightarrow z = 12 \cdot 50 = 600$
---	---	---

Repartir 320 euros a 3 personas de edades 2, 5 y 10, de forma inversamente proporcional.

Sean a,b,c las cantidades correspondientes a 2, 5 y 10 años, respectivamente.

$$\frac{a}{1/2} = \frac{b}{1/5} = \frac{c}{1/10} = \frac{a+b+c=320}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{320}{\frac{8}{10}} = \frac{320 \cdot 5}{4} = 80 \cdot 5 = 400$$

$\frac{a}{1/2} = 400; 2a = 400;$ $a = 200$	$\frac{b}{1/5} = 400; 5b = 400;$ $b = 80$	$\frac{c}{1/10} = 400; 10c = 400;$ $c = 40$
---	--	--

26.- Laura quiere repartir 600 € de forma directamente proporcional a las edades de sus 3 hijos, María, Manuel y Bieito, que tienen 4, 12 y 14 años, respectivamente. Calcula la cantidad que le corresponde a cada uno. (SOLUCIÓN: María 80 €, Manuel 240 € y Bieito 280 €)

27.- Se deben repartir 330 € de forma inversamente proporcional al lugar en el que entran los tres primeros competidores de una carrera. ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno?
(SOLUCIÓN: 180 € el primero, 90 € el segundo y 60 € el tercero)

28.- Tres amigas se organizan para jugar a la quiniela durante una temporada y cada una proporciona 23, 34 y 41 euros. Si acierten una quiniela por la que cobran 120.540 euros, ¿qué cantidad le corresponde a cada una si el reparto se hace de forma directamente proporcional al dinero contribuido?

(SOLUCIÓN: 28.290 € la primera, 41.820 € la segunda y 50.430 € la tercera)

29.- Se reparte una cantidad entre tres personas en partes directamente proporcionales a 3, 5 y 7. Si a la segunda persona le corresponden 2.200 €, calcula cuánto le corresponde a cada uno y la cantidad total repartida. (SOLUCIÓN: 1.320 € para el primero, 3.080 € para el tercero y 6.600 € en total)

30.- Una empresa reparte ciertos beneficios entre tres empleados de forma directamente proporcional al número de años que llevan en la empresa: 8, 12 y 15 años. Si el que lleva menos años obtiene 12.000 €, calcula la cantidad total repartida y las cantidades correspondientes a los otros dos empleados.(SOLUCIÓN: 18.000 € para el segundo, 22.500 € para el tercero y 52.500 € en total)

31.- El coste de la matrícula de una academia de música es menor cuantos más notables se han obtenido en el curso anterior. Tres amigos han obtenido 2, 3 y 5 notables y entre los tres han pagado 310 €. ¿Cuánto le ha costado la matrícula a cada uno? (SOLUCIÓN: 150 €, 100 € y 60 € respectivamente)

32.- Una madre decide repartir una herencia de 330.000 € entre sus tres hijos, dando proporcionalmente más dinero a los que menos tienen. El mayor tiene 20.000 €, el mediano tiene 40.000 € y el menor tiene 5.000 €. ¿Cuánto le toca a cada uno? (SOLUCIÓN: 60.000 € al mayor, 30.000 € al mediano y 240.000 € al pequeño)

33.- Reparte 11.050 € en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4. (SOLUCIÓN: 5.100 €, 3.400 € y 2.550 € respectivamente)

34.- Se reparte cierta cantidad en partes inversamente proporcionales a 4, 5 y 9. La parte correspondiente a 4 es 900. ¿Cuál es la cantidad repartida y cuánto les corresponde a los otros números? (SOLUCIÓN: 2.020 € en total y 720 € y 400 € para los otros)

PORCENTAJES. AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES.

35.- Observa una forma rápida de calcular los tantos por ciento. Copia y completa las casillas vacías.

20% de 350	$\frac{20}{100} \cdot 350 = \frac{20 \cdot 350}{100} = 70$	0,2 · 350 = 70
13% de 200		
85% de 420		
6% de 500		
35% de 400		
20% de 560		
2% de 650		
9% de 700		
72% de 925		
16% de 1250		

36.- En un pueblo de 20.000 habitantes, el 74% quieren que se construya un nuevo parque. ¿Cuántos habitantes no quieren que se construya el parque? (SOLUCIÓN: 5.200 habitantes)

37.- En un grupo de amigos hay 24 mujeres que suponen el 60% del total. ¿Cuántos hombres hay? (SOLUCIÓN: 16 hombres)

38.- En un aula de 20 alumnos y alumnas 15 son mujeres. ¿Cuál es el tanto por cien de mujeres? ¿Y el de hombres? (SOLUCIÓN: 75% mujeres y 25% hombres)

39.- De los 40 técnicos que han realizado un curso de formación, 36 han mejorado su rendimiento. Expresa en forma de porcentaje el número de técnicos que han mejorado su rendimiento. (SOLUCIÓN: 90%)

40.- El 24% de la masa de una pieza de bollería industrial es grasa. Calcula la cantidad de grasa que tiene la pieza si pesa 125 gramos en total. (SOLUCIÓN: 30 gramos de grasa)

41.- En unas votaciones el 32% del censo ha votado a la candidata del Partido Matemático Independiente. Este partido ha tenido 12.800 votos en total. ¿Cuál es el número total de votantes del censo? (SOLUCIÓN: 40.000 votantes)

42.- En una encuesta sobre los programas de televisión más vistos, 45 personas opinan que son las noticias, 35, los deportes, y 40, las películas. Calcula el porcentaje de cada tipo de opinión. (SOLUCIÓN: 37,5% las noticias, 29,17% los deportes y 33,33% las películas)

43.- En un congreso de médicos el 20% no son cardiólogos. Si sabemos que hay 56 cardiólogos, ¿cuántos son los asistentes al congreso? (SOLUCIÓN: 70 médicos)

44.- A una trabajadora le han subido su sueldo un 24%. Después de la subida cobra 1.302 €. ¿Cuánto cobraba antes de que le subieran el sueldo? (SOLUCIÓN: 1.050 €)

45.- Las reservas de agua de una comunidad han sufrido en el último mes un aumento del 10%. Si actualmente se cifran en 275 hm³, ¿cuáles eran las reservas hace un mes? (SOLUCIÓN: 250 hm³)

46.- En la época de rebajas compré unos pantalones y una camiseta que antes del descuento costaban 54 € y 17 € respectivamente. ¿Cuánto tengo que pagar si me hacen una rebaja del 20%? (SOLUCIÓN: 43,20 € y 13,60 €)

47.- Después de aplicarle un descuento del 20% una lavadora cuesta 388 €. ¿Cuánto costaba sin descuento? (SOLUCIÓN: 485 €)

48.- Indica la variación porcentual que le corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

- a) De 125 € a 137,50 € b) De 70 € a 59,50 € c) De 140 € a 123,20 €
(SOLUCIÓN: a) Aumento del 10% ; b) Disminución del 15% ; c) Disminución del 12%)

49.- En la compra de un artículo que costaba 85 € nos hicieron un descuento de 10,20 €. ¿Qué tanto por ciento de rebaja supone? (SOLUCIÓN: 12%)

50.- Pagamos 3.025 € por una moto a la que se le aplicó un 21% de IVA. ¿Cuál era el precio sin IVA? (SOLUCIÓN: 2.500 €)

51.- El número de desempleados y desempleadas en una villa aumentó el 4%. Si había 225 personas en esa situación, ¿cuántos hay ahora? (SOLUCIÓN: 234 desempleados y desempleadas)

52.- En una oferta especial en una tienda rebajan todos sus productos un 30%. Calcula el precio final de un producto que antes de la rebaja cuesta 750 €. (SOLUCIÓN: 525 €)

53.- El menú de un restaurante cuesta 10 € de lunes a viernes y 12,50 € los fines de semana. ¿En qué porcentaje aumentan su precio? (SOLUCIÓN: 25%)

54.- El salario bruto de un trabajador son 1.525 € y el salario neto son 1.326,75 €. ¿Qué porcentaje le descuentan? (SOLUCIÓN: 13%)

55.- El precio de una chaqueta que costaba 250 € baja un 15%, sube un 5% y baja un 8%.

- a) ¿Cuál fue su índice de variación total?
- b) ¿Qué porcentaje de rebaja supone?
- c) ¿Cuánto cuesta al final?

(SOLUCIÓN: a) 0,8211 b) 17,89% c) 205,28 €)

56.- El precio de un sofá que costaba 400 € sube un 30%, sube un 5% y baja un 10%.

- a) ¿Cuál fue su índice de variación total?
- b) ¿Qué porcentaje de aumento supone?
- c) ¿Cuánto cuesta al final?

(SOLUCIÓN: a) 1,2285 b) 22,85% c) 491,40 €)

57.- El precio final de un televisor fue 516,12 € después de bajar un 12%, subir un 15% y bajar un 15%.

- a) ¿Cuál fue su índice de variación total?
- b) ¿Qué porcentaje de rebaja supone?
- c) ¿Cuál era su precio inicial?

(SOLUCIÓN: a) 0,8602 b) 13,98% c) 600 €)

58.- El precio final de un vestido fue 178,61 € después de subir un 8%, bajar un 10% y subir un 5%.

- a) ¿Cuál fue su índice de variación total?
- b) ¿Qué porcentaje de aumento supone?
- c) ¿Cuánto era su precio inicial?

(SOLUCIÓN: a) 1,0206 b) 2,06% c) 175 €)

59.- Se ha vendido un coche, que costaba inicialmente 13.000 € por un 30% menos de aquel precio. ¿Cuánto dinero se ha recibido si en la factura hay que aumentar el 21% de IVA?

(SOLUCIÓN: 11.011 €)

60.- Se ha comprado una garrafa de 10 litros de agua por 2,86 € después de aplicarle un descuento del 20% y el IVA que supone un 10%. ¿Cuánto costaba inicialmente la garrafa?

(SOLUCIÓN: 3,25 €)