

EXAME GLOBAL 1ª AVALIACIÓN MATI.

(04 de Decembro de 2025)

É obrigatorio **escribir con bolígrafo**. As páxinas deberán estar numeradas indicando tamén o total de páxinas. Non é necesario responder as preguntas seguindo a orde numérica, pero deberá quedar claro cal é o exercicio que se está a facer e non intercalar respostas doutros exercicios.

No desenvolvemento dos exercicios, valorarase:

- A utilización da linguaxe, notación e símbolos matemáticos adecuados.
- A utilización de argumentos, xustificacións e razoamentos coherentes.
- A precisión e rigor adecuados para a resolución do problema.
- A interpretación da solución dos exercicios.

Nome e apelidos: _____

1	2	3	4	5	TOTAL

Exercicio 1.- (2 PUNTOS)

a) Utiliza o método de Gauss para discutir e resolver o seguinte sistema:

(1 PUNTO)

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{E_1 \leftrightarrow E_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 2E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 + 3E_1 \end{array}}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 3 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow 5E_3 + 7E_2 \end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 16 & 32 \end{array} \right)$$

$5 \cdot (-1) + 7 \cdot 3$ $5 \cdot 1 + 7 \cdot 1$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -5y + 3z = 1 \\ 16z = 32 \end{cases}$$

$$E_3: 16z = 32 \Rightarrow \underline{z = 2}$$

$$E_2: -5y + 3 \cdot 2 = 1 \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow \underline{y = 1}$$

$$E_1: x + 2 - 2 = 1 \Rightarrow \underline{x = 1}$$

$$\underline{\text{Sol.}} \quad \boxed{x = 1, y = 1, z = 2}$$

b) Calcula (pasa primeiro o número complexo en forma binómica a forma polar e despois de facer a operación volve a pasalo a forma binómica):

(1 PUNTO)

$$(-1+i)^{10}$$

$$z = -1 + i \text{ está no 2º cuadrante } a = -1, b = 1$$

$$|z| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2} \leftarrow \text{Módulo}$$

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{-1} = -1 \Rightarrow \alpha = 135^\circ \leftarrow \text{Argumento}$$

$$z = -1 + i = (\sqrt{2})_{135^\circ}$$

$$z^{10} = (-1+i)^{10} = (\sqrt{2})_{135^\circ}^{10} = (\sqrt{2})_{135^\circ \cdot 10}^{10} =$$

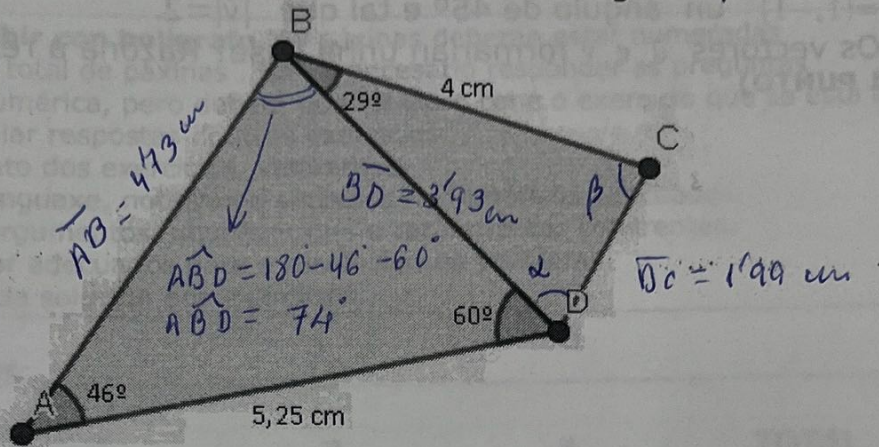
$$= 2_{1350^\circ}^5 = 32_{270^\circ} = 32 (\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ) =$$

$$\begin{array}{r} 1350 \quad 1360 \\ 270 \quad 9 \end{array}$$

$$= 32 \cdot (0 + i(-1)) = 32 \cdot (-i) = \underline{\underline{-32i}}$$

Exercício 3.- (2 PUNTOS)

Calcula o perímetro do seguinte quadrilátero e os ângulos que faltam.



Por Th. seno
em $\triangle ABD$

$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{5.25}{\sin 74^\circ} \Rightarrow AB = \frac{5.25 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 74^\circ} \approx 4.73 \text{ cm}$$

$$\frac{BD}{\sin 46^\circ} = \frac{5.25}{\sin 74^\circ} \Rightarrow BD = \frac{5.25 \cdot \sin 46^\circ}{\sin 74^\circ} \approx 3.93 \text{ cm}$$

Por Th. coseno
em $\triangle BDC$

$$DC^2 = BD^2 + BC^2 - 2 \cdot BD \cdot BC \cdot \cos 29^\circ$$

$$DC^2 = 3.93^2 + 4^2 - 2 \cdot 3.93 \cdot 4 \cdot \cos 29^\circ$$

$$DC = \sqrt{3.93^2 + 16 - 2 \cdot 3.93 \cdot 4 \cdot \cos 29^\circ}$$

$$DC = 1.99 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = AB + BC + CD + DA = 4.73 + 4 + 1.99 + 5.25 = 15.97 \text{ cm}$$

Por Th. coseno:

$$4^2 = 3.93^2 + 1.99^2 - 2 \cdot 3.93 \cdot 1.99 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3.93^2 + 1.99^2 - 4^2}{2 \cdot 3.93 \cdot 1.99} \Rightarrow \alpha = 77^\circ 25' 35''$$

$$\beta = 180^\circ - (29^\circ + 77^\circ 25' 35'') = 73^\circ 34' 25''$$

Exercicio 2.- (2,5 PUNTOS)

a) Sabendo que $\cos \alpha = \frac{+3}{5}$ e que $\text{sen} \alpha < 0$ calcula, sen achar o valor de α e xustificando as respostas:
(a1) 0,25; a2) 0,25; a3) 0,5; a4) 0,5=1,5 PUNTOS)

a1) ¿ En que cuadrante está o ángulo α ?

Como $\cos \alpha > 0$ e $\text{sen} \alpha < 0 \Rightarrow \alpha$ está no 4º cuadrante
 $270^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$

a2) $\text{sen} \alpha$

$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\text{sen}^2 \alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \text{sen}^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

α no 4º quad.

$$\Rightarrow \text{sen}^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \underline{\underline{\text{sen} \alpha = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}}}$$

$$135^\circ \leq \frac{\alpha}{2} \leq 180^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \text{ está}$$

no 2º cuadrante

$$\Downarrow$$
$$\tan \frac{\alpha}{2} \text{ é } \ominus$$

a3) $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$

$$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \frac{\pi}{3} =$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{4}{5} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{10} + \frac{4\sqrt{3}}{10} =$$

$$= \frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}$$

$\frac{\alpha}{2}$ está no 2º cuadrante

$$\text{a4) } \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) = -\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = -\sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{5}}} =$$

$$= -\sqrt{\frac{\frac{2}{5}}{\frac{8}{5}}} = -\sqrt{\frac{2 \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 8}} = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $\cos(2x) + \operatorname{sen} x - 1 = 0$
(1 PUNTO)

$$\underline{\cos(2x) + \operatorname{sen} x - 1 = 0}$$

$$\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x - 1 = 0$$

$$\Downarrow \cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x$$

$$1 - \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x - 1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$-2\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x = 0$$

$$-\operatorname{sen} x (2\operatorname{sen} x - 1) = 0$$

$$\operatorname{sen} x = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 0^\circ + 360^\circ k}$$

$$\underline{x_2 = 180^\circ + 360^\circ k}$$

$$2\operatorname{sen} x - 1 = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{x_3 = 30^\circ + 360^\circ k}$$

$$\underline{x_4 = 150^\circ + 360^\circ k}$$

fin

Exercicio 2.- (3 PUNTOS)

a) Dados os vectores $\vec{u}=(-1,2)$, $\vec{v}=(5,-3)$ e $\vec{w}=(3,-2)$, calcula:

(0,5 PUNTOS)

a1) $(\vec{u}-2\vec{v}) \cdot 3\vec{w}$

$$\begin{aligned} & ((-1,2) - 2 \cdot (5,-3)) \cdot 3 \cdot (3,-2) = \\ & = (-11,8) \cdot (9,-6) = \\ & = -99 - 48 = -147 \end{aligned}$$

a2) $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$

$$\begin{aligned} & ((-1,2) \cdot (5,-3)) \cdot (3,-2) = \\ & = -11 \cdot (3,-2) = \\ & = (-33, 22) \end{aligned}$$

b) ¿Que valor ten que ter x para que os vectores $\vec{u}=(1,2)$ e $\vec{v}=(-3,x)$ sexan perpendiculares? ¿E para que sexan paralelos?

(0,5 PUNTOS)

$$\boxed{\vec{u} \perp \vec{v}} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow -3 + 2x = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$$

$$\boxed{\vec{u} \parallel \vec{v}} \Rightarrow \frac{1}{-3} = \frac{2}{x} \Rightarrow \boxed{x = -6}$$

c) Determina as coordenadas dun vector $\vec{v}=(x,y)$ que forma con $\vec{u}=(1,-1)$ un ángulo de 45° e tal que $|\vec{v}|=2$.

¿Os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formarían unha base? Razona a resposta.

(1 PUNTO)

$\vec{v}$ e $\vec{u}$ forman ángulo $45^\circ \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cdot \cos 45^\circ$

$$\Rightarrow (x,y) \cdot (1,-1) = \sqrt{x^2+y^2} \cdot \sqrt{1+1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x-y = \sqrt{x^2+y^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x-y = \sqrt{x^2+y^2} \cdot \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{x-y = \sqrt{x^2+y^2}}$$

$|\vec{v}|=2 \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}=2 \Rightarrow \boxed{x^2+y^2=4}$

$$\begin{cases} x-y = \sqrt{x^2+y^2} \\ x^2+y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x-y = 2 \\ x^2+y^2 = 4 \end{cases}$$

$$y = x-2$$

$$x^2 + (x-2)^2 = 4 \Rightarrow$$

$$x^2 + x^2 + 4 - 4x = 4$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$2x(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow y=-2 \\ x=2 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

Sol. $\vec{v}_1 = (0,-2)$
 $\vec{v}_2 = (2,0)$

$\vec{u}$ e $\vec{v}$ forman base porque son
dous vectores non nulos de distinta dirección.

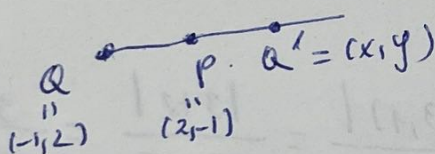
d) Sean $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dos vectores unitarios que forman un ángulo de 120° .
Calcula $|\vec{a} + \vec{b}|$.
(1 PUNTO)

$$\begin{aligned}
 |\vec{a} + \vec{b}|^2 &= (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) \stackrel{\text{DISTRIBUTIVA}}{=} \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = \\
 &\stackrel{\text{COMUTATIVA}}{=} |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 120^\circ + |\vec{b}|^2 = \\
 &= 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-\cos 60^\circ) + 1^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \\
 &= 1 - 1 + 1 = 1
 \end{aligned}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1} = 1$$

Exercicio 3.- (1,5 PUNTOS)

a) Sabendo que $P(2, -1)$ e $Q(-1, 2)$, calcula o simétrico de Q respecto a P.



Q' simétrico de Q respecto a P
 $\Rightarrow P$ punto medio de $\overline{QQ'}$

$$P(2, -1) = M_{\overline{QQ'}} = \left(\frac{x + (-1)}{2}, \frac{y + 2}{2} \right) = \left(\frac{x-1}{2}, \frac{y+2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{2} = 2 \Rightarrow x-1=4 \Rightarrow x=5$$

$$\frac{y+2}{2} = -1 \Rightarrow y+2=-2 \Rightarrow y=-4$$

$$\boxed{Q' = (5, -4)}$$

b) Calcula o valor de k para que os puntos $A(-5, -2)$, $B(0, 3)$ e $C(4, k)$ estean aliñados.

Para que A, B, C aliñados $\Rightarrow$

$\vec{AB} = (5, 5)$ teñen que $\vec{AB} \parallel \vec{BC}$
 $\vec{BC} = (4, k-3)$ ter a mesma dirección

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{5}{k-3} \Rightarrow 5k-15=20 \Rightarrow 5k=35 \Rightarrow \boxed{k=7}$$

Exercicio 4.- (3 PUNTOS)

Dados o punto A(2,-1) e B(0,3) e as rectas $r: 2x - y = 0$;

s: $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 + t \end{cases}$ e pídese:

s: $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{1} \Rightarrow x+1 = 3y-9 \Rightarrow \boxed{x-3y+10=0}$ ⁽³⁾

a) Posición relativa das rectas. No caso de que se corten, indica o punto de corte. **(0,75 PUNTOS)**

$\vec{d}_r = (1, 2)$ $\vec{d}_s = (3, 1)$ $\vec{d}_r \nparallel \vec{d}_s \Rightarrow r \text{ e } s \text{ secantes}$
 $(\frac{1}{3} \neq \frac{2}{1})$ (córtanse nun punto)

Resolvendo o sistema formado polas ecuacións en forma xeral das dúas rectas:

$$\begin{cases} r: 2x - y = 0 \\ s: x - 3y + 10 = 0 \end{cases}$$

Reducción

$$\begin{array}{r} 2x - y = 0 \\ -2x + 6y - 20 = 0 \\ \hline 5y - 20 = 0 \end{array}$$

$$5y - 20 = 0$$

$$y = 4$$

$$x = 2$$

PUNTO CORTE: $P = (2, 4)$

b) Calcula o ángulo que forman as rectas r e s. **(0,75 PUNTOS)**

$$\alpha = \angle(r, s) = \angle(\vec{d}_r, \vec{d}_s)$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{d}_s|}{|\vec{d}_r| |\vec{d}_s|} = \frac{|(1, 2) \cdot (3, 1)|}{\sqrt{1+4} \sqrt{9+1}} = \frac{|3+2|}{\sqrt{5} \sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{5} \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

c) Escribe a ecuación xeral da recta que pasa por A e B. **(0,5 PUNTOS)**

r_1 : recta pasa por A e B

→ pasa por A = (2, -1)

→ $\vec{d}_{r_1} = \vec{AB} = (-2, 4) \parallel (1, -2)$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y-(-1)}{-2} \Rightarrow -2x+4 = y+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{r_1: 2x + y - 3 = 0}$$

d) Escribe a ecuación xeral da recta que pasa por A e é paralela a s.
(0,5 PUNTOS)

r_2 : paralela a s que pasa por A

$$\left. \begin{array}{l} \text{pasa por } A = (2, -1) \\ r_2 \parallel s \Rightarrow \vec{dr}_2 \parallel \vec{ds} \Rightarrow \vec{dr}_2 = (3, 1) \end{array} \right\}$$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} \Rightarrow x-2 = 3y+3 \Rightarrow$$

$$\boxed{r_2: x - 3y - 5 = 0}$$

e) Escribe a ecuación xeral da recta que pasa por B e é perpendicular a r. (0,5 PUNTOS)

r_3 : perpendicular a r que pasa por B

$$\left. \begin{array}{l} \text{pasa por } B = (0, 3) \\ r_3 \perp r \Rightarrow \vec{dr}_3 \perp \vec{dr} \Rightarrow \vec{dr}_3 = (2, -1) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{x-0}{2} = \frac{y-3}{-1} \Rightarrow -x = 2y-6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{r_3: x + 2y - 6 = 0}$$

"O ESFORZO QUE FAS HOXE É A FORZA QUE TERÁS MAÑÁ. CADA PASO CONTA: CONFÍA EN TI E SEGUE ADIANTE."