

P1. GAUSS.COMPLEXOS.TRIGONOMETRÍA.MATI.

(7 de Novembro de 2025)

É obrigatorio **escribir con bolígrafo**. As páxinas deberán estar numeradas indicando tamén o total de páxinas. Non é necesario responder as preguntas seguindo a orde numérica, pero deberá quedar claro cal é o exercicio que se está a facer e non intercalar respostas doutros exercicios.

No desenvolvemento dos exercicios, valorarase:

- A utilización da linguaxe, notación e símbolos matemáticos adecuados.
- A utilización de argumentos, xustificacións e razoamentos coherentes.
- A precisión e rigor adecuados para a resolución do problema.
- A interpretación da solución dos exercicios.

Nome e apelidos: _____

1	2	3	4	5	6	TOTAL

1.- Nunha papelería véndense tres tipos de cadernos: pequeno, mediano e grande.

Un cliente compra 2 pequenos, 1 mediano e 3 grandes e paga 26 euros.

Outro cliente compra 1 pequeno, 2 medianos e 1 grande e paga 16 euros.

Un terceiro cliente compra 3 pequenos, 1 mediano e 2 grandes e paga 22 euros.

Cal é o prezo de cada tipo de caderno?

Plantea o sistema e utiliza o método de Gauss para discutilo e resóvelo (se é posible). Indica as transformacións que fas en cada paso.

$x \rightarrow$ prezo caderno pequeno ; $y \rightarrow$ prezo caderno mediano (1,5 PUNTOS)
 $z \rightarrow$ prezo caderno grande

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 26 \\ x + 2y + z = 16 \\ 3x + y + 2z = 22 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 26 \\ 1 & 2 & 1 & 16 \\ 3 & 1 & 2 & 22 \end{array} \right) \xrightarrow{E_1 \leftrightarrow E_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 16 \\ 2 & 1 & 3 & 26 \\ 3 & 1 & 2 & 22 \end{array} \right)$$

$$\begin{matrix} E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 2E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - 3E_1 \end{matrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 16 \\ 0 & -3 & 1 & -6 \\ 0 & -5 & -1 & -26 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow -3E_2 + 5E_1 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 16 \\ 0 & -3 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 8 & 48 \end{array} \right)$$

STMA EQUIVALENTE

$$\begin{cases} x + 2y + z = 16 \\ -3y + z = -6 \\ 8z = 48 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} E_3: 8z &= 48 \Rightarrow z = 6 \\ E_2: -3y + 6 &= -6 \Rightarrow -3y = -12 \Rightarrow y = 4 \\ E_1: x + 8 + 6 &= 16 \Rightarrow x = 16 - 14 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Sol. O caderno pequeno custa 2€, o mediano 4€ e o grande 6€.

2.- Calcula (pasa primeiro o número complexo en forma binómica a forma polar e despois de facer a operación volve a pasalo a forma binómica):

(2 PUNTOS)

a) $(-\sqrt{3}-i)^4$

$z = -\sqrt{3} - i$ (está no 3º cuadrante) $a = -\sqrt{3}$
 $b = -1$

$|z| = \text{Módulo} = r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

$\tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ Non vale pq. z está no 3º cuadrante.
ou
 $\alpha = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ Si z no 3º cuadrante

$z = -\sqrt{3} - i \xrightarrow{\text{pasando a forma polar}} 2_{210^\circ}$

$z^4 = (2_{210^\circ})^4 = 2^4_{4 \cdot 210^\circ} = 16_{840^\circ} = 16_{120^\circ} \xrightarrow{\frac{840^\circ - 360^\circ}{2} = 120^\circ}$

$= 16 (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \xrightarrow{120^\circ = 180^\circ - 60^\circ}$

$= 16 (-\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

$= \underline{\underline{-8 + 8\sqrt{3} i}}$

b) $\sqrt[3]{-i}$ (Tres soluciones)

$z = -i = 1_{270^\circ}$ Entón $\sqrt[3]{-i} = \sqrt[3]{1_{270^\circ}} = \left(\sqrt[3]{1}\right)_{\frac{270^\circ + 360^\circ k}{3}} \quad k=0,1,2$

$= \frac{1_{270^\circ + 360^\circ k}}{3} \quad k=0,1,2$

Se $k=0$ $\frac{1_{270^\circ}}{3} = \frac{1_{90^\circ}}{3} = \underline{\underline{i}}$

Se $k=1$ $\frac{1_{630^\circ}}{3} = \frac{1_{210^\circ}}{3} = \frac{1}{3} (\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ) \xrightarrow{210^\circ = 180^\circ + 30^\circ} = \frac{1}{3} (-\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ)$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2} - i \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i}}$

Se $k=2$ $\frac{1_{990^\circ}}{3} = \frac{1_{330^\circ}}{3} = \frac{1}{3} (\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) \xrightarrow{330^\circ = 360^\circ - 30^\circ} = \frac{1}{3} (\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - i \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{+\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i}}$

3.- Calcula sen utilizar a calculadora:

(1,5 PUNTOS)

$$\begin{aligned}
 & 2\sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{4} + 2\sqrt{3} \cos \frac{11\pi}{6} - 2 \cos \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2} - \tan \pi = \\
 & = 2\sqrt{2} \cdot \sin 225^\circ + 2\sqrt{3} \cdot \cos 330^\circ - 2 \cos 240^\circ + \sin 270^\circ - \tan 180^\circ \\
 & = 2\sqrt{2} \cdot (-\sin 45^\circ) + 2\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ - 2 \cdot (-\cos 60^\circ) + (-1) - 0 = \\
 & = 2\sqrt{2} \cdot \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 - 0 = \\
 & = -2 + 3 + 1 - 1 = 1
 \end{aligned}$$

$$225 = 180^\circ + 45^\circ \quad (3^\text{er} \text{ quad.})$$

$$\sin 225^\circ = -\sin 45^\circ$$

$$330^\circ = 360^\circ - 30^\circ \quad (4^\text{er} \text{ quad.})$$

$$\cos 330^\circ = \cos 30^\circ$$

$$240^\circ = 180^\circ + 60^\circ \quad (3^\text{er} \text{ quad.})$$

$$\cos 240^\circ = -\cos 60^\circ$$

4.- Sabendo que $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ e $\cos \alpha < 0$, calcula sen achar o valor de α e utilizando as fórmulas trigonométricas (indica as fórmulas que empregues). (a) 0,25 + b) 0,75+ c) 0,25+ d) 0,25=1,5 PUNTOS)

a) En que cuadrante está α ? Xustifica a resposta.

b) $\cos \alpha$ c) $\sin \alpha$ d) $\sin(180+\alpha)$

(a) α está en 2º cuadrante $\Rightarrow \sin \alpha > 0$
 pq. $\tan \alpha < 0$ e $\cos \alpha < 0$ $\cos \alpha < 0$

(b) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$\Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$
 como α está 2º quad.

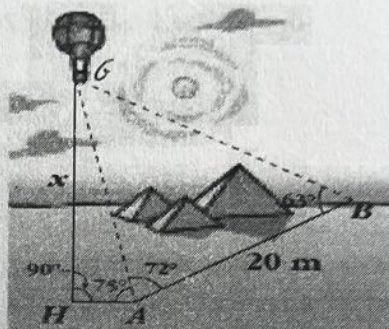
$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$

(c) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $-\frac{4}{3} = \frac{\sin \alpha}{-3/5} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{5}$

(d) $\sin(180+\alpha) = -\sin \alpha = -\frac{4}{5}$

5.- Para calcular a altura dun globo, realizamos as medicións indicadas na figura.

(a) 0,5 + b) 0,5+ c) 0,5+ d) 0,25=1,75 PUNTOS)



- a) Canto dista o globo do punto A?
 b) Canto do punto B?
 c) A que altura está o globo?
 d) Enuncia os teoremas que empregaches para resolver o problema.

Considero o triángulo $\triangle AGB$ $\hat{G} = 180^\circ - 72^\circ - 63^\circ = 180 - 135 = 45^\circ$

Co TH. SENO : $\frac{20}{\text{sen } 45^\circ} = \frac{AG}{\text{sen } 63^\circ} \Rightarrow AG = \frac{20 \cdot \text{sen } 63^\circ}{\text{sen } 45^\circ} = 25'20 \text{ m}$

$\frac{20}{\text{sen } 45^\circ} = \frac{BG}{\text{sen } 72^\circ} \Rightarrow BG = \frac{20 \cdot \text{sen } 72^\circ}{\text{sen } 45^\circ} = 26'90 \text{ m}$

a) O globo dista do punto A : 25'20 m

b) O globo " " " B : 26'90 m

c) No triángulo $\triangle HGA$ (triángulo rectángulo)

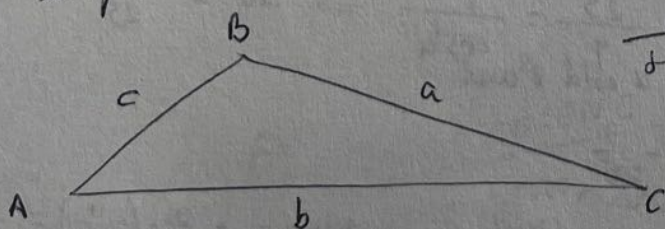
$\text{sen } 75^\circ = \frac{x}{AG} = \frac{x}{25'2} \Rightarrow x = 25'2 \cdot \text{sen } 75^\circ = 24'34 \text{ m}$

O globo está a 24'34 m de altura.

ENUNCIADO TEOREMA SENO

Nun triángulo de lados a, b, c e ángulos $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$

circunscrito :



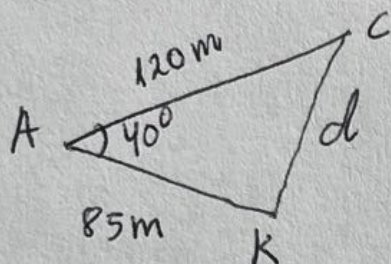
$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} = 2R$ ✓

R raio
circunferencia
circunscrita
ao triángulo

6.- Desde a porta da miña casa, A, vexo o cine, C, que está a 120 m, e o quiosco, K, que está a 85 m, baixo un ángulo $\widehat{CAK} = 40^\circ$. Fai o debuxo e contesta:
(a) 0,5 + b) 0,5+ c) 0,5+ d) 0,25=1,75 PUNTOS)

- a) Que distancia hai entre o cine e o quiosco.
b) Calcula o ángulo $\widehat{CKA}$.
c) Enuncia o(s) teorema(s) que empregas para resolver o problema.

(a)



$$d^2 = 120^2 + 85^2 - 2 \cdot 120 \cdot 85 \cdot \cos 40^\circ$$

$$d^2 = 5997'69$$

$$d = 77'44 \text{ m}$$

A distancia entre o cine e o quiosco é de 77'44 m

(b)

$$\widehat{CKA} = \hat{K}$$

Polo TH. DO COSENO

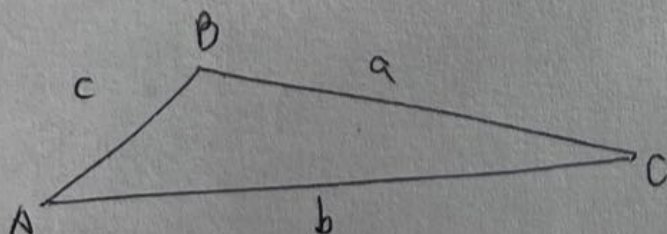
$$\cos \hat{K} = \frac{AK^2 + d^2 - AC^2}{2 \cdot AK \cdot d}$$

$$\cos \hat{K} = \frac{85^2 + 77'44^2 - 120^2}{2 \cdot 85 \cdot 77'44} \Rightarrow \hat{K} = \underbrace{\arccos\left(\frac{-1178'0464}{13164'8}\right)}_{\widehat{CKA}} \approx \underline{\underline{95^\circ 8' 2''}}$$

(c)

TH. DO COSENO

Nun triángulo de lados a, b, c e ángulos $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ cúmprese que:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$