

P1. GAUSS.COMPLEXOS.TRIGONOMETRÍA.MATI. GRUPOA.

(10 de Novembro de 2025)

É obrigatorio **escribir con bolígrafo**. As páxinas deberán estar numeradas indicando tamén o total de páxinas. Non é necesario responder as preguntas seguindo a orde numérica, pero deberá quedar claro cal é o exercicio que se está a facer e non intercalar respostas doutros exercicios.

No desenvolvemento dos exercicios, valorarase:

- A utilización da linguaxe, notación e símbolos matemáticos adecuados.
- A utilización de argumentos, xustificacións e razoamentos coherentes.
- A precisión e rigor adecuados para a resolución do problema.
- A interpretación da solución dos exercicios.

Nome e apelidos: _____

1	2	3	4	5	TOTAL

1.- Un comerciante vende mazás, peras e laranxas.

Un cliente compra 3 kg de mazás, 2 kg de peras e 1 kg de laranxas por 13 euros.

Outro cliente compra 2 kg de mazás, 3 de kg de peras e 2 kg de laranxas por 15 euros.

Un terceiro cliente compra 1 kg de mazás, 1 kg de peras e 2 kg de laranxas por 7 euros.

Cal é o prezo do kg de mazás, peras e laranxas?

Plantea o sistema e utiliza o método de Gauss para discutilo e resóvelo (se é posible). Indica as transformacións que fas en cada paso.

$x \rightarrow$ prezo 1 kg mazás $y \rightarrow$ prezo 1 kg peras $z \rightarrow$ prezo 1 kg laranxas (1,5 PUNTOS)

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 13 \\ 2x + 3y + 2z = 15 \\ x + y + 2z = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 13 \\ 2 & 3 & 2 & 15 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1 \leftrightarrow E_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 2 & 15 \\ 3 & 2 & 1 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 2E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - 3E_1 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 + E_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{S.C.D.E.T.}}$$

SISTEMA EQUIVALENTE: $\begin{cases} x + y + 2z = 7 \\ y - 2z = 1 \\ -7z = -7 \end{cases}$

$E_3: -7z = -7 \Rightarrow z = 1$

$E_2: y - 2z = 1 \Rightarrow y - 2 = 1 \Rightarrow y = 3$

$E_1: x + y + 2z = 7 \Rightarrow x + 3 + 2 = 7 \Rightarrow x = 2$

Sol: 1 kg de mazás custa 2€, 1 kg de peras 3€
1 kg de laranxas 1€.

2.- Calcula (pasa primeiro o número complexo en forma binómica a forma polar e despois de facer a operación volve a pasalo a forma binómica): (2 PUNTOS)

a) $(-2+2\sqrt{3}i)^4$ $a=-2$
 $z = -2+2\sqrt{3}i$ $b=2\sqrt{3}$
 (ESTA' NO 2º CUADRANTE)

$|z| = \text{Módulo} = r = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4+12} = \sqrt{16} = 4$
 $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = \frac{b}{a} = -\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = -60^\circ$ Non vale
 $\alpha = 120^\circ$ si vale

$z = -2+2\sqrt{3}i = 4_{120^\circ}$

Entón $(-2+2\sqrt{3}i)^4 = (4_{120^\circ})^4 = 256_{4 \cdot 120^\circ} = 256_{480^\circ} = \frac{480^\circ}{120^\circ} \cdot \frac{360^\circ}{1}$

$= 256_{120^\circ} = 256 \cdot (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) =$

$= 256 (-\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = 256 \cdot \left(-\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

$= -128 + 128\sqrt{3}i$

b) $\sqrt[3]{8i}$

$8i = 8_{90^\circ}$

$\sqrt[3]{8i} = \sqrt[3]{8_{90^\circ}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)_{\frac{90+360k}{3}} = 2_{\frac{90+360k}{3}} \quad k=0,1,2$

Se $k=0$ $2_{30^\circ} = 2 \cdot (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} + i$

Se $k=1$ $2_{150^\circ} = 2 \cdot (\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) \stackrel{\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ}{=} 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3} + i$
 $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$

Se $k=2$ $2_{270^\circ} = 2 \cdot (\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ) = 2(0 - i) = -2i$

3.- Calcula sen utilizar a calculadora:

(1,5 PUNTOS)

$$2\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{4} + 2\sqrt{3}\cos\frac{7\pi}{6} - 2\sqrt{3}\tan\frac{2\pi}{3} + \cos\pi + \sin\frac{3\pi}{2}$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 315^\circ + 2\sqrt{3}\cos 210^\circ - 2\sqrt{3}\tan 120^\circ + \cos 180^\circ + \sin 270^\circ =$$

$$= 2\sqrt{2} \cdot (-\sin 45^\circ) + 2\sqrt{3} \cdot (-\cos 30^\circ) - 2\sqrt{3} \cdot (-\tan 60^\circ) + (-1) + (-1) =$$

$$= 2\sqrt{2} \cdot \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + 2\sqrt{3} \cdot \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 1 - 1 =$$

$$= -2 - 3 + 2 \cdot 3 - 2 = -7 + 6 = -1$$

$$\sin 315^\circ = -\sin 45^\circ$$

$$315^\circ = 360^\circ - 45^\circ$$

4º cuadrante



$$\cos 210^\circ = -\cos 30^\circ$$

$$210^\circ = 180^\circ + 30^\circ$$

3º cuadrante



$$\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ$$

$$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$$

3º cuadrante



4.- Sabendo que $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ e $\cos \alpha > 0$, calcula sen e achar o valor de α e utilizando as fórmulas trigonométricas (indica as fórmulas que empregues). (a) 0,25 + b) 0,75 + c) 0,25 + d) 0,25 = 1,5 PUNTOS)

a) En que cuadrante está α ? Xustifica a resposta.

b) $\cos \alpha$

c) $\sin \alpha$

d) $\cos(180 + \alpha)$

a) α está en 4º cuadrante pq. $\tan \alpha < 0$ e $\cos \alpha > 0$.
Por tanto, $\sin \alpha < 0$.

b) Como $\left| 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right| \quad 1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$

$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$ como α está 4º cuad. $\Rightarrow \boxed{\cos \alpha = \frac{3}{5}}$

c) Como $\left| \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right| \quad -\frac{4}{3} = \frac{\sin \alpha}{\frac{3}{5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\sin \alpha = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{5}}$

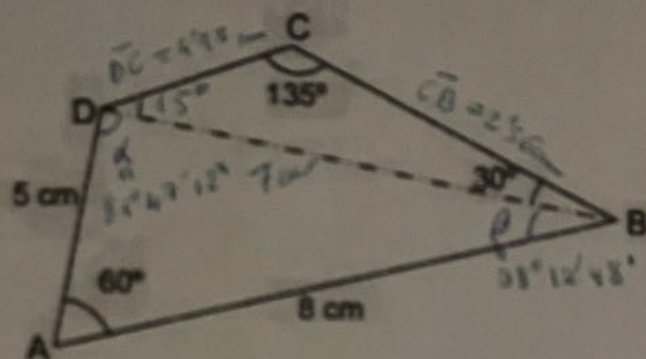
d) $\boxed{\cos(180 + \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{3}{5}}$



5.- (a) 3 + b) 0,5 = 3,5 PUNTOS)

a) Calcula o perímetro do seguinte quadrilátero e os ângulos que faltam.

b) Enuncia os teoremas que utilizas.



Per TH. COSENO: $\overline{DB}^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow$
 $\overline{DB}^2 = 49$
 $\overline{DB} = 7 \text{ cm}$

$\cos \angle ABD = \cos \alpha = \frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{10}{70}\right) \approx 81^\circ 47' 12''$

$\cos \angle CBD = \cos \beta = \frac{8^2 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot 8 \cdot 7} \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{88}{112}\right) \approx 38^\circ 12' 48''$

$\angle BDC = 180^\circ - (135^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$

Per TH. SENO: $\frac{\overline{DC}}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{CB}}{\sin 15^\circ} = \frac{7}{\sin 135^\circ}$

$\frac{\overline{DC}}{\sin 30^\circ} = \frac{7}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \overline{DC} = \frac{7 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 135^\circ} \approx 4.95 \text{ cm}$

$\frac{\overline{CB}}{\sin 15^\circ} = \frac{7}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \overline{CB} = \frac{7 \cdot \sin 15^\circ}{\sin 135^\circ} \approx 2.56 \text{ cm}$

Perímetro = $\overline{DC} + \overline{CB} + \overline{DA} + \overline{AB} = 4.95 + 2.56 + 5 + 8 = \underline{\underline{20.51 \text{ cm}}}$

$\hat{A}DC = 81^\circ 47' 12'' + 15^\circ = \underline{\underline{96^\circ 47' 12''}}$

$\hat{ABC} = 38^\circ 12' 48'' + 30^\circ = \underline{\underline{68^\circ 12' 48''}}$