

## UNIDAD 03: FRACCIONES

### ¿QUÉ ES UNA FRACCIÓN?

Una fracción se puede contemplar como:

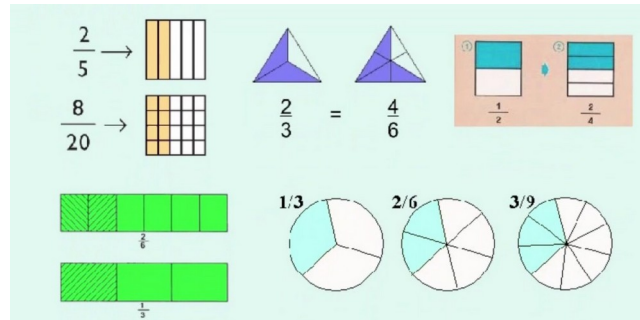
#### 1.- Parte de la unidad:

El concepto matemático de fracción corresponde a la idea de dividir una totalidad en partes iguales. La fracción está formada por dos términos: el numerador y el denominador.

$$\frac{2}{5} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Numerador} \\ \text{Denominador} \end{array}$$

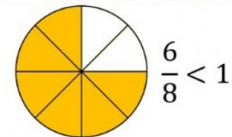
**Numerador** indica el número de partes iguales que se han tomado o considerado de un entero.

**Denominador** indica el número de partes iguales en que se ha dividido un entero.



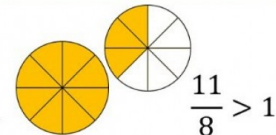
#### Fracción propia

El numerador es **menor** que el denominador, por lo tanto la fracción es **menor que la unidad**.



#### Fracción impropia

El numerador es **mayor** que el denominador, por lo tanto la fracción es **mayor que la unidad**.



#### 2.- Cociente indicado:

$$\frac{3}{5} = 3:5 = 0,6 \quad \text{Decimal exacto}$$

$$\frac{2}{3} = 2:3 = 0,6666... = 0,6\hat{ } \quad \text{Decimal periódico puro}$$

$$\frac{17}{60} = 0,2833333... = 0,28\hat{3} \quad \text{Decimal periódico mixto}$$

Por lo tanto, cada fracción tiene una expresión decimal asociada que se obtiene dividiendo el numerador entre el denominador (ese decimal siempre va a ser un decimal exacto o periódico (puro o mixto)).

#### TIPOS NÚMEROS DECIMALES

- DECIMAL EXACTO: Es el que tiene un número limitado de cifras decimales. Ej.- 1,2; 3,758
- DECIMAL PERIÓDICO: Es el que tiene infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente.

DECIMAL PERIÓDICO PURO: El periodo empieza inmediatamente después de la coma.

Ejs.-  $1,22222 = 1,2\hat{ }$   
 $3,758758758... = 3,7\hat{5}8$

DECIMAL PERIÓDICO MIXTO: Antes del periodo tiene otras cifras decimales.

Ejs.-  $1,37622222 = 1,3762\hat{ }$   
 $3,2758758758... = 3,27\hat{5}8$

- DECIMAL NI EXACTO NI PERIÓDICO: Es el que tiene infinitas cifras decimales que NO se repiten periódicamente. Ejs.-  $3,2122122212222...; \pi = 3,141592...; \sqrt{2} = 1,41422135...$

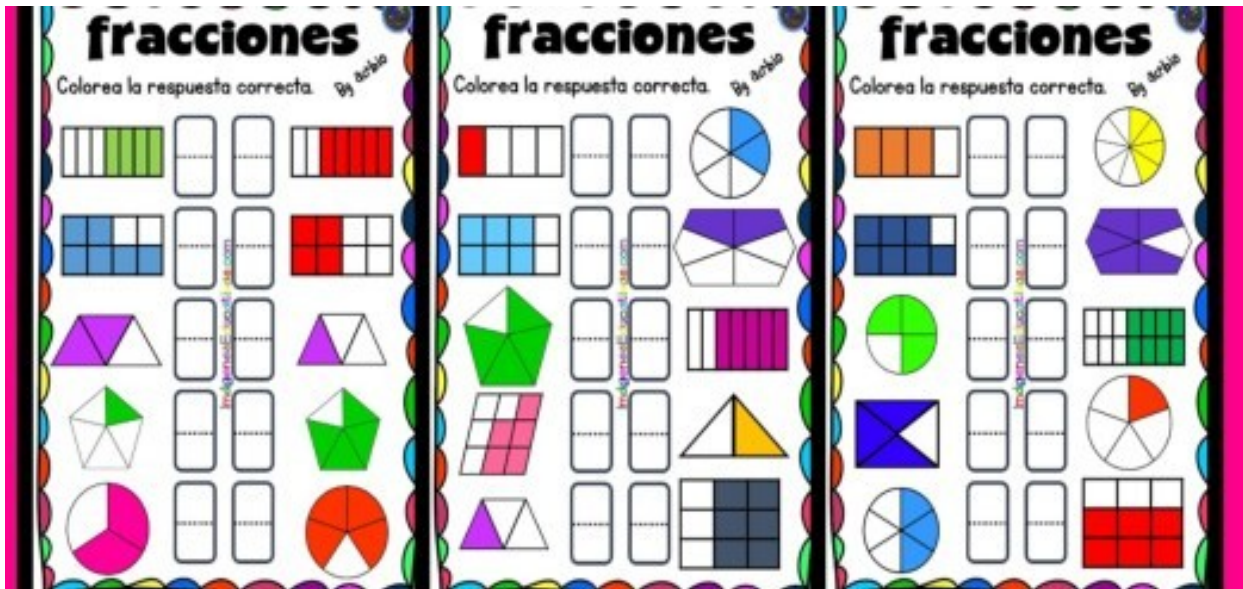
### 3.- Operador:

$$\frac{2}{3} \text{ de hora} = \frac{2}{3} \text{ de } 60 \text{ min} = \frac{2 \cdot 60}{3} = 2 \cdot 20 = 40 \text{ min}$$

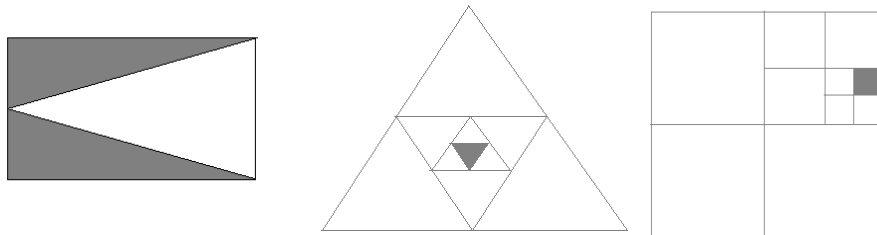
$$\frac{3}{5} \text{ de kg} = \frac{3}{5} \text{ de } 1000 \text{ g} = \frac{3 \cdot 1000}{5} = 3 \cdot 200 = 600 \text{ g}$$

$$\frac{3}{7} \text{ de } 4200 = \frac{3 \cdot 4200}{7} = 3 \cdot 600 = 1800$$

1.- Escribe la fracción correspondiente a cada dibujo:



2.- ¿Qué fracción de la figura está coloreada?



3.- Expresa en forma decimal e indica el tipo del decimal correspondiente:

a)  $\frac{4}{5}$

b)  $\frac{7}{2}$

c)  $\frac{5}{6}$

d)  $\frac{27}{50}$

e)  $\frac{13}{125}$

f)  $\frac{4}{9}$

g)  $\frac{5}{11}$

d)  $\frac{17}{60}$

4.- ¿Cuántos gramos son?

a)  $\frac{3}{4} \text{ de kilo}$

b)  $\frac{3}{5} \text{ de kilo}$

c)  $\frac{7}{20} \text{ de kilo}$

5.- ¿Cuántos minutos son?

- a)  $\frac{5}{6}$  de hora      b)  $\frac{3}{12}$  de hora      c)  $\frac{4}{5}$  de hora

6.- ¿Qué fracción de hora son ...?

- a) 5 minutos      b) 24 minutos      d) 360 segundos

7.- Calcula:

- a)  $\frac{2}{3}$  de 60      b)  $\frac{3}{5}$  de 40      c)  $\frac{1}{10}$  de 90      d)  $\frac{3}{4}$  de 120  
 e)  $\frac{2}{7}$  de 35      f)  $\frac{5}{9}$  de 18      g)  $\frac{3}{5}$  de 100      h)  $\frac{5}{7}$  de 483

### FRACCIONES EQUIVALENTES

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma parte de la unidad; es decir, cuando tienen el mismo valor numérico.



Dos fracciones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son equivalentes sí y sólo sí  $a \cdot d = b \cdot c$

Ej.-  $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$  (son equivalentes) y se cumple  $3 \cdot 20 = 4 \cdot 15$

#### AMPLIFICACIÓN:

Si multiplicamos los dos miembros de una fracción por un mismo número obtenemos una fracción equivalente. Ej.-  $\frac{3}{5} = \frac{30}{50} = \frac{9}{15} = \dots$

#### SIMPLIFICACIÓN:

Si dividimos los dos miembros de una fracción por un mismo número obtenemos una fracción equivalente. Una fracción que no se puede simplificar se llama irreducible.

Ej.-  $\frac{165}{330} = \frac{55}{110} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$  *FRACCIÓN IRREDUCIBLE*

También se puede simplificar descomponiendo en factores.

Ej.-  $\frac{165}{330} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 11}{3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2} = \frac{1}{2}$  *FRACCIÓN IRREDUCIBLE*

8.- Obtén tres fracciones equivalentes a:

- a)  $\frac{2}{3}$       b)  $\frac{6}{8}$       c)  $\frac{5}{50}$       d)  $\frac{21}{28}$

9.- Escribe:

- a) Una fracción equivalente a  $\frac{4}{10}$  que tenga por numerador 6.  
 b) Una fracción equivalente a  $\frac{15}{45}$  que tenga por denominador 12.  
 c) Una fracción equivalente a  $\frac{35}{45}$  que tenga por numerador 91.

10.- Simplifica hasta obtener la fracción irreducible:

- a)  $\frac{12}{20}$       b)  $\frac{12}{32}$       c)  $\frac{15}{45}$       d)  $\frac{15}{18}$   
 e)  $\frac{30}{54}$       f)  $\frac{25}{75}$       g)  $\frac{812}{1204}$       h)  $\frac{1890}{2835}$

11.- Calcula, en cada igualdad, el término desconocido:

- a)  $\frac{8}{20} = \frac{10}{x}$       b)  $\frac{25}{x} = \frac{15}{9}$       c)  $\frac{x}{21} = \frac{12}{28}$       d)  $\frac{6}{22} = \frac{15}{x}$   
 e)  $\frac{21}{49} = \frac{x}{35}$       f)  $\frac{13}{x} = \frac{11}{99}$       g)  $\frac{x}{78} = \frac{91}{169}$       h)  $\frac{1}{2} = \frac{x}{56}$

### REDUCCIÓN A FRACCIONES EQUIVALENTES CON DENOMINADOR COMÚN ( REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR)

12.- Reduce a común denominador y ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:

- a)  $1, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{7}{12}$       b)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{15}$   
 c)  $\frac{-1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{3}{11}$       d)  $\frac{16}{9}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{5}, \frac{17}{10}, \frac{4}{3}, -4$

### OPERACIONES CON FRACCIONES

+	o -	Suma o resta de fracciones con igual denominador: se suman o restan sus numeradores y se deja el mismo denominador	$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2}$
+	o -	Suma o resta de fracciones con distinto denominador: se reducen a común denominador y se suman o restan las fracciones resultantes	$\frac{1}{2} + \frac{2}{6} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 1} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$
×		Multiplicación de fracciones: se multiplican los numeradores para obtener el numerador y los denominadores para obtener el denominador.	$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$
:		División de fracciones: se multiplica el numerador de la primera con el denominador de la segunda para obtener el numerador, y se multiplica también el denominador de la primera por el numerador de la segunda para obtener el denominador.	$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6}$

13.- Calcula mentalmente:

a)  $1 + \frac{1}{2}$

b)  $1 - \frac{1}{2}$

c)  $2 + \frac{1}{2}$

d)  $2 - \frac{1}{2}$

e)  $1 + \frac{1}{3}$

f)  $1 - \frac{1}{3}$

g)  $2 + \frac{1}{3}$

h)  $2 - \frac{1}{3}$

i)  $1 - \frac{3}{7}$

b)  $2 - \frac{5}{4}$

c)  $\frac{17}{5} - 3$

d)  $\frac{13}{15} - 1$

14.- Calcula y simplifica:

a)  $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4}$

b)  $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} + \frac{1}{4}$

c)  $\frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{3}{4}$

d)  $1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{10}$

e)  $1 - \frac{6}{7} + \frac{5}{11}$

f)  $\frac{9}{5} + \frac{6}{7} - 2$

g)  $\frac{11}{36} - \frac{5}{12} + \frac{4}{9} - \frac{7}{24}$

h)  $\frac{13}{32} - \frac{5}{24} + \frac{17}{48} - \frac{7}{12}$

i)  $\frac{17}{40} - \frac{11}{30} + \frac{13}{20} - \frac{9}{8}$

j)  $\frac{21}{44} - \frac{31}{66} - \frac{13}{22} + \frac{11}{12}$

k)  $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{4}{27} - \frac{2}{15}$

l)  $\frac{23}{78} - \frac{5}{26} + \frac{23}{78} - \frac{25}{117}$

15.- Escribe la fracción opuesta y la fracción inversa:

a)  $\frac{5}{3}$

b)  $\frac{-2}{3}$

c)  $\frac{4}{-5}$

d)  $-\frac{6}{7}$

**OPERACIONES COMBINADAS**

Recuerda!!!

1º Corchetes y paréntesis.

2º Potencias y raíces.

3º Multiplicaciones y divisiones (si hay varias seguidas de izquierda a derecha).

4º. Sumas y restas (si hay varias seguidas de izquierda a derecha).

16.- Calcula y simplifica:

a)  $1 - \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right)$

b)  $\frac{3}{5} + \left( \frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right)$

c)  $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$

d)  $\left( 1 - \frac{1}{7} \right) - \left( \frac{9}{14} - \frac{1}{2} \right)$

e)  $\frac{7}{12} - \left[ 1 - \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) \right]$

f)  $\left( 2 - \frac{5}{4} \right) - \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} - \frac{3}{8} \right) \right]$

g)  $\left( \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) - \left[ \frac{7}{12} - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \right]$

h)  $\left[ 1 - \left( \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) \right] - \left[ \frac{5}{12} - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) \right]$

$$i) \left[ \frac{2}{5} - \left( 1 - \frac{1}{8} \right) \right] + \left[ \frac{3}{4} - \left( \frac{2}{5} - \frac{3}{18} \right) \right]$$

$$g) \left[ \frac{4}{3} - \left( \frac{3}{8} - \frac{1}{6} \right) \right] - \left[ \frac{2}{5} - \left( \frac{7}{8} - \frac{5}{6} \right) \right]$$

$$j) \left[ \left( \frac{3}{5} - 1 \right) + \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \right] - \left[ \left( 2 - \frac{7}{6} \right) - \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$f) \frac{7}{12} - \left[ \frac{13}{20} - \left( \frac{1}{5} + \frac{8}{15} \right) \right] - \left[ \frac{17}{30} + \left( \frac{1}{2} - \frac{23}{30} \right) \right]$$

17.- Calcula y simplifica:

$$a) 2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{3}{4} \cdot 5$$

$$c) (-7) \cdot \frac{2}{5}$$

$$d) \frac{3}{5} \cdot \left( -\frac{2}{7} \right)$$

$$e) \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}$$

$$f) \frac{(-3)}{5} \cdot \frac{(-5)}{3}$$

$$g) \frac{13}{21} \cdot \frac{7}{13}$$

$$h) \left( -\frac{7}{9} \right) \cdot \left( -\frac{18}{35} \right)$$

$$i) \frac{3}{7} \text{ de } 350$$

$$j) \frac{3}{8} \text{ de } 240$$

$$k) \frac{5}{11} \text{ de } \frac{121}{20}$$

$$l) \frac{4}{7} \text{ de } \frac{63}{8}$$

18.- Calcula y simplifica:

$$a) 4 : \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{3}{5} : 2$$

$$c) \frac{3}{5} : \frac{8}{7}$$

$$d) \left( \frac{-1}{5} \right) : \left( \frac{-3}{4} \right)$$

$$e) \frac{2}{11} : \left( \frac{-3}{7} \right)$$

$$f) \left( \frac{-6}{35} \right) : \frac{3}{5}$$

$$g) \left( \frac{-1}{10} \right) : \frac{3}{(-8)}$$

$$h) (-10) : \frac{(-5)}{6}$$

19.- Calcula y simplifica:

$$a) 6 \cdot \left( \frac{2}{9} - \frac{1}{6} \right)$$

$$b) \frac{3}{21} : \left( \frac{4}{7} - \frac{1}{3} \right)$$

$$c) 7 - 6 \cdot \frac{1}{3}$$

$$d) \frac{5}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$$

$$e) \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} - \frac{2}{5}$$

$$f) \frac{3}{4} \cdot \left( \frac{8}{15} - \frac{2}{5} \right)$$

$$g) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - \frac{2}{7}$$

$$h) \left( 1 - \frac{5}{7} \right) \cdot \left( 2 - \frac{3}{5} \right)$$

$$i) \left( 1 - \frac{1}{4} \right) : \left( 1 + \frac{1}{8} \right)$$

$$j) \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \left( \frac{7}{10} - \frac{1}{2} \right)$$

$$k) \left( \frac{7}{10} - \frac{3}{15} \right) - \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{3}{11}$$

20.- Calcula y simplifica:

$$a) \left[ 5 \cdot \left( \frac{3}{10} + \frac{2}{5} \right) - 2 \right] : \frac{3}{2}$$

$$b) \left[ \left( \frac{5}{3} - \frac{1}{2} \right) : 7 + \frac{1}{3} \right] \cdot 2$$

$$c) \left( 1 - \frac{2}{5} \right) \cdot \left[ \frac{2}{3} - \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right) \cdot \left( 1 + \frac{3}{7} \right) \right]$$

$$d) \left[ \frac{2}{7} - \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{5} \right) : \left( \frac{3}{10} - 1 \right) \right] : \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{14} \right)$$

21.- Calcula y simplifica:

$$a) \frac{1 - \frac{3}{10}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}$$

$$b) \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$c) \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{5}}{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{3}}$$

$$d) \frac{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{5}}{\left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{7}{3}}$$

**PROBLEMAS CON FRACCIONES**

22.- Adrián necesitó 100 pasos para avanzar 80 metros. ¿Qué fracción de metro recorre en cada paso?

(SOLUCIÓN:  $\frac{4}{5}$  )

23.- Alberto tiene 180 de los 300 cromos de la colección que empezó el trimestre pasado. ¿Qué fracción de la colección ha reunido hasta ahora?

(SOLUCIÓN:  $\frac{3}{5}$  )

24.- La sangre humana se compone de un 45% de corpúsculos y el resto de plasma. Si la sangre de una persona constituye aproximadamente  $\frac{1}{14}$  de su masa, ¿cuánto pesan los corpúsculos sanguíneos de un individuo de 84 kg?

(SOLUCIÓN: 2,7 kg)

25.- Antía ahorró 1800 € pero gastó tres cuartas partes en un viaje y dos tercios de lo que le quedaba en ropa. ¿Cuánto dinero le queda?

(SOLUCIÓN: 150 €)

26.- Un granjero tiene a finale de mayo unas reservas de 2800 Kg de pienso para alimentar su ganado. En junio gasta  $\frac{3}{7}$  de sus existencias y , en julio,  $\frac{3}{4}$  de lo que le quedaba. ¿Cuántos Kg de pienso tiene a principios de agosto?

(SOLUCIÓN: 400 kg)

27.- Rocío con las  $\frac{3}{8}$  partes de sus ahorros compró un ordenador que costaba 1.200 €. ¿Cuántos euros tenía ahorrados?

(SOLUCIÓN: 3.200 €)

28.- Un viajante consume  $\frac{4}{9}$  de la gasolina que lleva el depósito lleno de su vehículo durante un viaje. Todavía le quedan en su depósito 25 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito? (SOLUCIÓN: 45 litros)

29.- ¿Qué fracción falta para completar la unidad?

a)  $\frac{2}{5}y?$

b)  $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}y?$

c)  $\frac{3}{5}; \frac{1}{4}y?$

d)  $\frac{1}{8}; \frac{2}{7}; \frac{1}{4}y?$

30.- Tres hermanos compran un televisor. La mayor aporta las  $\frac{2}{5}$  partes del precio y el mediano la tercera parte.

a) ¿Qué fracción representa lo que aporta la pequeña? (SOLUCIÓN:  $\frac{4}{15}$  )

b) ¿Cuánto aporta cada uno si el televisor cuesta 1.080 €? (SOLUCIÓN 432 €, 360 € y 288 €)

31.- En una biblioteca los  $\frac{2}{9}$  de los libros que hay son de matemáticas,  $\frac{3}{5}$  son de literatura,  $\frac{1}{7}$  son de ciencias sociales y el resto de inglés. Ordena las diferentes asignaturas por el número de volúmenes que encontraron en la biblioteca.

(SOLUCIÓN: De mayor a menor, literatura, matemáticas, ciencias sociales e inglés)

32.- En una ciudad hay 12.500 trabajadores y trabajadoras de los que  $\frac{5}{20}$  trabajan en el sector primario,  $\frac{7}{50}$  en el sector secundario y el resto en el sector terciario.

a) ¿Qué fracción supone el sector terciario? (SOLUCIÓN:  $\frac{61}{100}$  )

b) ¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en cada sector? (SOLUCIÓN: 3.125, 1.750 y 7.625)

33.- Tres amigos reparten 90 € que ganaron en una quiniela de la siguiente manera: el primero queda con la quinta parte del total, el segundo con la tercera parte de lo que recibe el primero y el tercero sólo con la mitad de lo que recibe el segundo.

a) ¿Qué fracción representa lo que lleva cada uno? (SOLUCIÓN:  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{15}$  y  $\frac{1}{30}$  )

b) ¿Qué fracción queda sin repartir? (SOLUCIÓN:  $\frac{7}{10}$  )

c) ¿Cuánto dinero se lleva cada uno? (SOLUCIÓN: 18 €, 6 € y 3 €)

d) ¿Cuánto dinero dejan en el bote? (SOLUCIÓN: 63 €)

34.- En un depósito lleno de agua había 3.000 litros. Un día se gastó  $\frac{1}{6}$  del depósito, y otro, 1.250 litros. ¿Qué fracción queda? (SOLUCIÓN:  $\frac{5}{12}$  )

35.- Uxía debe leer un libro para el colegio. El primer día lee la cuarta parte del libro, el segundo día lee la mitad de lo que le quedaba y el tercer día, el resto. ¿Qué fracción representa lo que lee el tercer día? (SOLUCIÓN:  $\frac{3}{8}$  )

36.- En el aniversario de Carme se comieron los  $\frac{2}{3}$  de una caja de bombones; al día siguiente,  $\frac{2}{3}$  de lo que quedaba, y todavía quedan 6 bombones.

a) ¿Qué fracción de la caja se comió el segundo día? (SOLUCIÓN:  $\frac{2}{9}$  )

b) ¿Qué fracción de la caja queda sin comer? (SOLUCIÓN:  $\frac{1}{9}$  )

c) ¿Cuántos bombones tenía la caja? (SOLUCIÓN: 54 bombones)

37.- En una granja vacían un silo de pienso durante tres meses. El primer mes sacan  $\frac{3}{5}$  del contenido y el segundo mes sacan  $\frac{3}{4}$  de lo que quedaba.

a) ¿Qué fracción del pienso inicial se saca el segundo mes? (SOLUCIÓN:  $\frac{3}{10}$  )

b) ¿Qué fracción del pienso inicial queda en el silo para el tercer mes? (SOLUCIÓN:  $\frac{1}{10}$  )

c) Si en el silo había inicialmente 2.000 kg de pienso, ¿cuántos kilos se sacan el tercer mes? (SOLUCIÓN: 200 kg)



38.- De un terreno se vendieron los  $\frac{2}{3}$  de su superficie; y después,  $\frac{1}{5}$  del resto, quedando 4 ha sin vender.

- a) ¿Qué fracción del terreno queda sin vender? (SOLUCIÓN:  $\frac{4}{15}$  )  
 b) ¿Cuál era la superficie del terreno? (SOLUCIÓN: 15 ha)

39.- Alberte gastó en una chaqueta dos tercios del dinero que tenía, la cuarta parte de lo que le quedaba después en una revista. Inicialmente tenía 36 €:

- a) ¿Qué fracción se gastó en la revista? (SOLUCIÓN:  $\frac{1}{12}$  )  
 b) ¿Cuánto costó la revista? (SOLUCIÓN: 3 €)  
 c) ¿Qué fracción del dinero inicial no se gastó? (SOLUCIÓN:  $\frac{1}{4}$  )  
 d) ¿Cuánto dinero le queda? (SOLUCIÓN: 9)

40.- Un grupo de peregrinos hacen un tramo del Camino de Santiago en 3 días. El primer día recorren  $\frac{2}{5}$  de la distancia total. El segundo día andan  $\frac{2}{3}$  de lo que les quedaba y el tercer día recorren el resto.

- a) ¿Qué fracción del recorrido total recorren el segundo día? (SOLUCIÓN:  $\frac{2}{5}$  )  
 b) ¿Qué fracción del recorrido total recorren el tercer día? (SOLUCIÓN:  $\frac{1}{5}$  )  
 c) Si el tercer día andan 15 kilómetros, ¿cuántos kilómetros recorrieron en total? (SOLUCIÓN: 75 km)

41.- Un escritor escribe una novela en tres meses. El primer mes escribe  $\frac{2}{5}$  del libro, el segundo  $\frac{4}{5}$  de lo que le quedaba y el último mes las 90 páginas finales.

- a) ¿Qué fracción del libro escribe el segundo mes? (SOLUCIÓN:  $\frac{12}{25}$  )  
 b) ¿Qué fracción del libro escribe el tercer mes? (SOLUCIÓN:  $\frac{3}{25}$  )  
 c) ¿Cuántas páginas tiene la novela? (SOLUCIÓN: 750 páginas)

42.- De un bidón de aceite se saca primero la mitad y después la quinta parte de lo que quedaba, quedando aún 3 litros. ¿Cuál es la capacidad del bidón? (SOLUCIÓN: 7,5 litros)

43.- ¿ Cuántos litros de aceite se necesitan para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro? (SOLUCIÓN: 225 litros)

44.- ¿ Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un depósito de 2100 litros? (SOLUCIÓN: 2800 botellas)

45.- Un bote de suavizante tiene un tapón dosificador con una capacidad de  $\frac{3}{40}$  de litro. ¿Cuál es la capacidad del bote si se sabe que llena 30 tapones? (SOLUCIÓN:  $\frac{9}{4}$  de litro ó 2,25 litros)

46.- Un frasco de perfume tiene una capacidad de  $\frac{1}{20}$  de litro. ¿ Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón que contiene tres litros y medio? (SOLUCIÓN: 70 frascos)

47.- Una empresa comercializa jabón líquido en envases de plástico con una capacidad de  $\frac{3}{5}$  de litro. ¿ Cuántos litros de jabón se necesitan para llenar 100 envases? (SOLUCIÓN: 60 litros)

48.- Opera y simplifica:

a) $\frac{1}{2} - \frac{3}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ (s: $-\frac{1}{20}$ )	b) $\frac{4}{15} - \frac{7}{10} + \frac{1}{6}$ (s: $-\frac{4}{15}$ )
c) $\frac{7}{10} - \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - \frac{4}{9} + \frac{7}{18}$ (s: $\frac{19}{90}$ )	d) $\frac{5}{6} - \left(\frac{4}{45} + \frac{1}{9}\right) + \frac{9}{10} - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right)$ (s: $\frac{6}{5}$ )
e) $\frac{7}{15} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20}\right) + \frac{1}{6} - \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{12}\right)$ (s: $\frac{3}{4}$ )	f) $\frac{7}{2} - 1 - \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8} - \frac{3}{20}\right) + \frac{3}{4} - \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5}\right)$ (s: $\frac{23}{8}$ )
g) $\frac{1}{3} - \left[1 - \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3}\right)\right]$ (s: $\frac{17}{10}$ )	h) $1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \left(\frac{1}{14} + \frac{2}{7} - \frac{2}{35}\right)\right] + \frac{3}{10}$ (s: $\frac{7}{10}$ )

**PROPIEDADES POTENCIAS**

1.- TODO NÚMERO DISTINTO DE CERO ELEVADO A CERO ES 1, ES DECIR,  $a^0 = 1$  Y  
 TODO NÚMERO ELEVADO A 1 ES EL PROPIO NÚMERO, ES DECIR,  $a^1 = a$ .

2.- PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE :  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

SE DEJA LA MISMA BASE Y SE SUMAN LOS EXPONENTES!!!

3.- COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE :  $a^n : a^m = a^{n-m}$  ó  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

SE DEJA LA MISMA BASE Y SE RESTAN LOS EXPONENTES!!!

4.- POTENCIA DE UNA POTENCIA:  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

SE DEJA LA MISMA BASE Y SE MULTIPLICAN LOS EXPONENTES!!!

5.- PRODUCTO DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE O POTENCIA DE UN PRODUCTO:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

SE DEJA EL MISMO EXPONENTE Y SE MULTIPLICAN LAS BASES!!!

6.- COCIENTE DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE O POTENCIA DE UN COCIENTE:

$$a^n : b^n = (a : b)^n \quad \text{ó} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

SE DEJA EL MISMO EXPONENTE Y SE DIVIDEN LAS BASES!!!

7.- POTENCIAS DE EXPONENTE NEGATIVO:  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  y  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

### POTENCIAS Y FRACCIONES

49.- Calcula:

- a)  $(-3)^3$       b)  $(-2)^4$       c)  $-3^2$       d)  $\left(\frac{2}{5}\right)^2$       e)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4$
- f)  $\left(\frac{3}{7}\right)^2$       g)  $\left(\frac{3}{4}\right)^3$       h)  $\left(\frac{1}{6}\right)^2$       i)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$       j)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$
- k)  $\left(-\frac{3}{7}\right)^2$       l)  $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$       m)  $\left(-\frac{1}{6}\right)^2$       n)  $\left(-\frac{1}{6}\right)^0$       ñ)  $\left(\frac{4}{3}\right)^0$
- o)  $(-2)^{-3}$       p)  $-4^{-1}$       q)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$       r)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$       s)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2}$
- t)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}$       u)  $6^{-2}$       v)  $10^{-5}$       w)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$       x)  $\left(\frac{2}{10}\right)^{-6}$

50.- Opera y simplifica:

a) $\frac{1}{2} : (-5) - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + 4 : \frac{5}{3}$ (S: $\frac{21}{10}$ )	b) $-4 + 2 : \frac{3}{2} + 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2$ (S: $-\frac{7}{3}$ )
c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : \left[\frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{5}\right) - 2\right]$ (S: $\frac{4}{7}$ )	d) $4 - \frac{1}{2} : \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{1}{3}$ (S: $\frac{29}{9}$ )
e) $-\left(\frac{6}{5} + 2 \cdot \frac{8}{3}\right) - \left(-\frac{1}{4} - 3\right) : \frac{5}{2}$ (S: $-\frac{157}{30}$ )	f) $\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} : \left(-\frac{4}{9}\right)$ (S: $\frac{91}{36}$ )
g) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2$ (S: $\frac{14}{45}$ )	h) $3 - 2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) - 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2$ (S: $\frac{13}{4}$ )
i) $-\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$ (S: 0)	j) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - 1\right)$ (S: -3)
k) $\left[1 + \frac{1}{2} \cdot (-2)\right]^2 - \left[\frac{1}{2} - (-2)^2 \cdot 3\right]^2$ (S: $-\frac{529}{4}$ )	l) $(-1)^0 - (-1)^1 + \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^4}{4}$ (S: $\frac{37}{12}$ )
m) $\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{2}{5}}{8 + \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{2}}$ (S: $-\frac{17}{315}$ )	n) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 6 - \frac{5}{3}}{-1 - \frac{4}{5}}$ (S: $-\frac{275}{108}$ )
ñ) $\frac{\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{4}{5}\right) : \frac{1}{10} + 1}{\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)}$ (S: $-\frac{159}{8}$ )	o) $\frac{\left(\frac{4}{3} + 2\right) \cdot \left[\left(\frac{2}{5} + 1\right) \cdot 3 - \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{2}\right)\right]}{-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3}$ (S: $-\frac{272}{3}$ )

<p>p)</p> $\frac{\left(3 + 5 \cdot \frac{2}{10}\right)^2 : (-5)^0}{\left(\frac{150}{7}\right)^0 - 3}$ <p>(S: <math>-8</math>)</p>	<p>q)</p> $\frac{\frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)}{1 - \left[2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2\right]}$ <p>(S: <math>\frac{15}{7}</math>)</p>
---	---

51.- Calcula el valor de estas potencias:

- a)  $(-1)^{27}$       b)  $\left(\frac{2}{5}\right)^0$       c)  $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$       d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$       e)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$   
 f)  $(-3)^4$       g)  $2^{-3}$       h)  $(-2)^5$

52.- Reduce a una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^8$       b)  $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5\right]^2$       c)  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^{-1}$       d)  $\frac{3 \cdot 3^5 \cdot 3^{-2}}{3^3}$       e)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)$

53.- Simplifica todo lo posible utilizando las propiedades de las potencias:

- a)  $\frac{(2^3)^{-1} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 8}{7^3 \cdot 5^2 \cdot 2^0}$       b)  $\frac{16 \cdot 8 \cdot 32}{64}$       c)  $\frac{3^{-2} \cdot 5^2 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 10^2}$       d)  $\frac{3^{-3} \cdot 5^2 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 10^4}$       e)  $\frac{10^{-2} \cdot 5^3 \cdot 24}{6^4 \cdot 12^{-1}}$

## NOTACIÓN CIENTÍFICA

### Notación científica

La parte entera ha de estar comprendida entre el 1 y el 9 (ambos inclusive). Indicaremos con la potencia de 10 los lugares que tendremos que desplazar la coma (exponente positivo hacia la derecha - exponente negativo a la izquierda).

**5000 = 5 · 1000 = 5 · 10<sup>3</sup>**

**256,3 = 2,563 · 10<sup>2</sup>**

**0,00438 = 4,38 · 10<sup>-3</sup>**

### Notación científica

Tomamos como parte entera el 5 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar con ceros 3 lugares a la derecha.

Tomamos como parte entera el 2 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar la coma 2 lugares a la derecha.

Tomamos como parte entera el 4 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar la coma 3 lugares a la izquierda.

54.- Señala cuáles de los siguientes números están escritos en notación científica:

- a)  $3,2 \cdot 10^{-5}$       b)  $-47 \cdot 10^6$       c)  $6 \cdot 10^8$       d)  $0,5 \cdot 10^{-15}$       e)  $4,9 \cdot 100^9$   
 f)  $-1,2987 \cdot 10^{78}$       g)  $0,287 \cdot 10^{17}$       h)  $9,209 \cdot 10^8$       i)  $6,89^{-2}$       j)  $6,7 \cdot 10$

55.- Expresa los siguientes números con todas sus cifras:

- a)  $3,2 \cdot 10^{-5}$       b)  $-2,196 \cdot 10^7$   
 c)  $-7,24 \cdot 10^9$       d)  $4,2 \cdot 10^{-10}$   
 e)  $2 \cdot 10^{15}$       f)  $-8 \cdot 10^{-9}$

56.- Expresa las siguientes cantidades en notación científica:

- |                     |                       |                          |
|---------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) 1.300.000        | b) $-0,00000062$      | c) $-4.760.000.000$      |
| d) 0,00000000562    | e) 63 <i>millones</i> | f) 35.000.000.000.000    |
| g) 0,00000000009871 | h) $-0,0000000001$    | i) 1.000.000.000.000.000 |
| j) 8420000          | k) 61500 000 0000     | l) 0,0000000128          |

## PASO DE DECIMAL A FRACCIÓN . FRACCIÓN GENERATRIZ.

DE DECIMAL EXACTO A FRACCIÓN: Muy fácil!!! El denominador es una potencia de base 10!!!

$$2,3 = \frac{23}{10}$$

$$8,976 = \frac{8976}{1000} = \frac{1122}{125}$$

DE DECIMAL PERIÓDICO PURO A FRACCIÓN:

- 1.- Multiplicamos N por una potencia de base 10 para hallar otro número con la misma parte decimal.
- 2.- Al restar ambos números, obtenemos un número entero.
- 3.- Despejando N, llegamos a la fracción buscada.

Ej.-

$$N = 5,44444... = 5,4$$

$$10N = 54,444... = 54,4$$

Al restar, desaparece la parte decimal:

$$10N - N = 49 \Rightarrow 9N = 49 \Rightarrow N = \frac{49}{9}$$

A esta fracción se le llama FRACCIÓN GENERATRIZ!!!

Puedes comprobar dividiendo que todo está perfecto!!!

DE DECIMAL PERIÓDICO MIXTO A FRACCIÓN:

- 1.- Multiplicamos N dos veces por potencias de base 10 para conseguir dos decimales periódicos puros con el mismo periodo.
- 2.- Al restar ambos números, obtenemos un número entero.
- 3.- Despejando N, llegamos a la fracción buscada.

$$N = 2,563636363... = 2,5\hat{6}3$$

$$10N = 25,636363... = 25,\hat{6}3$$

$$1000N = 2563,6363... = 2563,\hat{6}3$$

Al restar, desaparece la parte decimal:

$$1000N - 10N = 2538 \Rightarrow 990N = 2538 \Rightarrow N = \frac{2538}{990} = \frac{141}{55}$$

A esta fracción se le llama FRACCIÓN GENERATRIZ!!!

Puedes comprobar dividiendo que todo está perfecto!!!

LOS DECIMALES QUE NO SON EXACTOS NI PERIÓDICOS NO SE PUEDEN EXPRESAR EN FORMA DE FRACCIÓN.  
RECUERDA !!! SON NÚMEROS IRRACIONALES.

57.- Expresa en forma de fracción:

- |         |           |           |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) 6,2  | b) 0,63   | c) 1,0004 | d) 3,5    | e) 0,1,   | f) 2,7    |
| g) 0,23 | h) 41,041 | i) 40,028 | j) 5,9    | k) 7,009, | l) 0,9    |
| m) 6,25 | n) 3,135  | o) 46,283 | p) 0,2841 | q) 1,283  | r) 0,3321 |