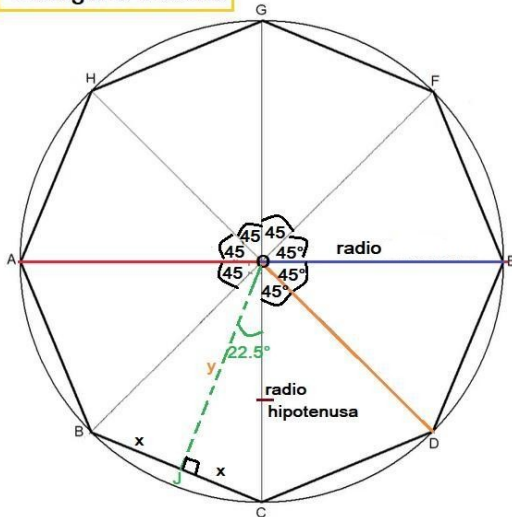


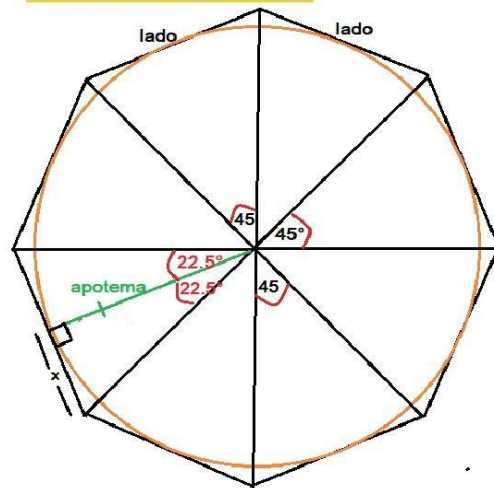
PROBLEMAS DE RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS.

1.- Determina o lado do octógono inscrito e do octógono circunscrito nunha circunferencia de raio 5 cm.

Octógono inscrito



Octógono circunscrito



OCTÓGONO INSCRITO

O raio da circunferencia é o mesmo que o raio do octógono inscrito.

Consideramos o triángulo rectángulo de vértices: o centro da circunferencia, O, o vértice do octógono, C, e o punto medio do lado, M.

$$\widehat{MOC} = \frac{360^\circ}{16} = 22,5^\circ \text{ e } \overline{OC} = \text{hipotenusa} = 5; \text{sen } 22,5^\circ = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot \text{sen } 22,5^\circ = 1,91 \text{ cm}$$

$$\text{Entón } \text{lado}_{\text{octógono inscrito}} = 2 \cdot x = 2 \cdot 1,91 = 3,83 \text{ cm}$$

OCTÓGONO CIRCUNSCRITO

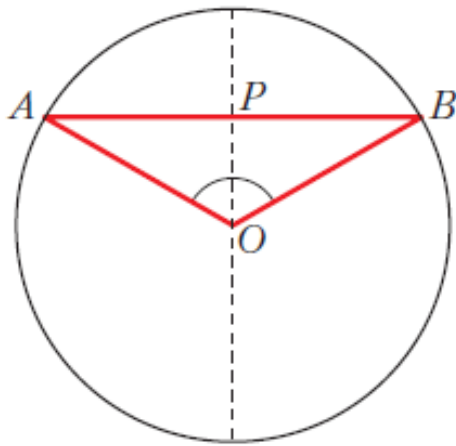
O raio da circunferencia é o mesmo que a apotema do octógono circunscrito.

Consideramos o triángulo rectángulo de vértices: o centro da circunferencia, O, o punto medio do lado, M e o vértice do lado, C.

$$\widehat{MOC} = \frac{360^\circ}{16} = 22,5^\circ \text{ e } \overline{OM} = \text{apotema} = 5; \tan 22,5^\circ = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot \tan 22,5^\circ = 2,07 \text{ cm}$$

$$\text{Entón } \text{lado}_{\text{octógono circunscrito}} = 2 \cdot x = 2 \cdot 2,07 = 4,14 \text{ cm}$$

2.- Nunha circunferencia de raio 6 cm trazamos unha corda AB a 3 cm do centro. Indica o ángulo $\widehat{AOB}$.

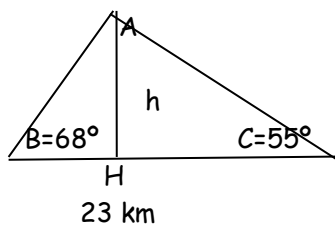


Consideramos o triángulo rectángulo OPB:

Nel, coñecemos: $\overline{OP} = 3 \text{ cm}$ e $\overline{OB} = 6 \text{ cm}$ Entón, $\cos \widehat{POB} = \frac{\overline{PO}}{\overline{OB}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{POB} = 60^\circ$

$$\text{Entón, } \widehat{AOB} = 2 \widehat{POB} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

3.- Un barco A emite unha sinal de socorro que se recibe en dúas estacións de radio B e C. Coñécense os ángulos $\angle B = 68^\circ$, $\angle C = 55^\circ$ e a distancia que hai entre as estacións de radio, que é de 23 Km. Calcula a distancia que hai dende o barco a cada unha das estacións de radio. Calcula a altura do triángulo que forman A, B e C.



No triángulo ABC calculamos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ utilizando o teorema do seno,

$$\widehat{A} = 180^\circ - (68^\circ + 55^\circ) = 57^\circ$$

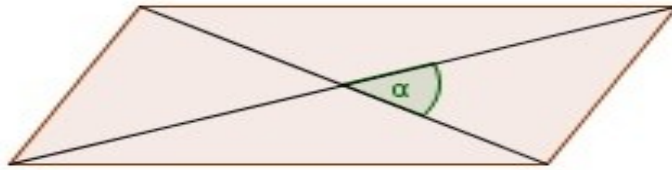
$$\frac{23}{\sin 57^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 55^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 68^\circ} \Rightarrow \begin{aligned} \overline{AB} &= \frac{23 \cdot \sin 55^\circ}{\sin 57^\circ} = 22,46 \text{ km} \\ \overline{AC} &= \frac{23 \cdot \sin 68^\circ}{\sin 57^\circ} = 25,43 \text{ km} \end{aligned}$$

No triángulo rectángulo ACH,

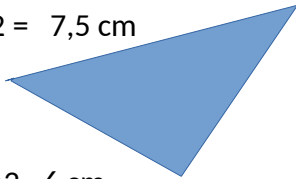
$$\sin 55^\circ = \frac{h}{\overline{AC}} = \frac{h}{25,43} \Rightarrow h = \overline{AC} \cdot \sin 55^\circ = 25,43 \cdot \sin 55^\circ = 20,83 \text{ km}$$

O barco A dista de B: 22,46 km , e de C: 25,43 km . A altura é 20,83 Km.

4.- As diagonais dun paralelogramo córtanse nos seus puntos medios. Unha das diagonais mide 15 cm , a outra 12 cm e entre elas forman un ángulo de 60° . Calcula a medida dos lados do paralelogramo.



$$15:2 = 7,5 \text{ cm}$$



$$12:2 = 6 \text{ cm}$$

O ángulo que forman as dúas semidiagonais é de 60° .

Polo teorema do coseno:

$$\text{lado pequeno}^2 = 7,5^2 + 6^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 47,25 \Rightarrow \text{lado pequeno} = 6,87 \text{ cm}$$



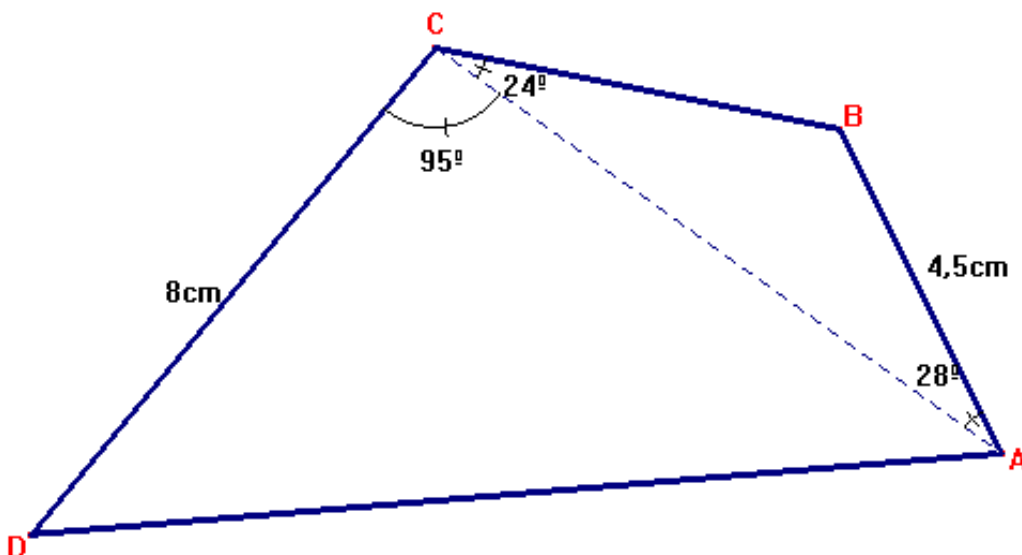
O ángulo que forman as dúas semidiagonais é de $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$

Polo teorema do coseno:

$$\text{lado grande}^2 = 7,5^2 + 6^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = 137,25 \Rightarrow \text{lado grande} = 11,72 \text{ cm}$$

Os lados do paralelogramo miden 6,87 cm e 11,72 cm.

5.- Calcula o perímetro do polígono adxunto:



No triângulo ABC calculamos $\overline{CB}$ e $\overline{CA}$ utilizando o teorema do seno,

$$\hat{B}=180^{\circ}-(24^{\circ}+28^{\circ})=128^{\circ}$$

$$\frac{4,5}{\operatorname{sen} 24^{\circ}} = \frac{\overline{CB}}{\operatorname{sen} 28^{\circ}} = \frac{\overline{CA}}{\operatorname{sen} 128^{\circ}} \Rightarrow \begin{aligned} \overline{CB} &= \frac{4,5 \cdot \operatorname{sen} 28^{\circ}}{\operatorname{sen} 24^{\circ}} = 5,19 \text{ cm} \\ \overline{CA} &= \frac{4,5 \cdot \operatorname{sen} 128^{\circ}}{\operatorname{sen} 24^{\circ}} = 8,72 \text{ cm} \end{aligned}$$

Co valor obtido para $\overline{CA}$, no triângulo CDA calculamos o lado que falta, $\overline{DA}$, utilizando o teorema do cosseno,

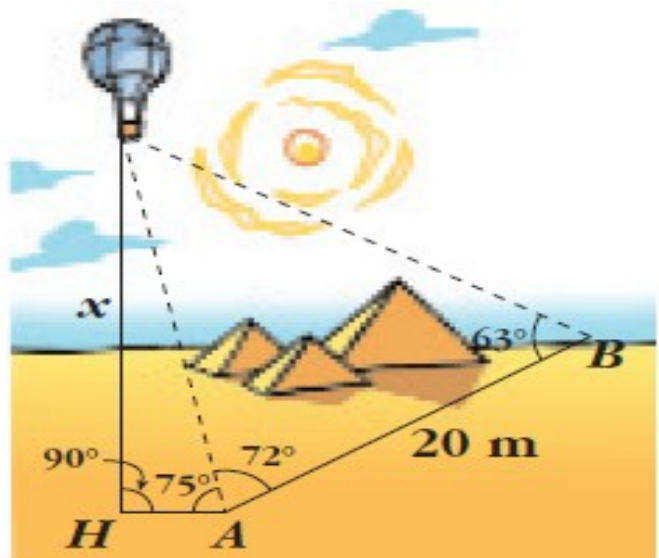
$$\overline{DA}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{CA}^2 - 2 \cdot \overline{DC} \cdot \overline{CA} \cdot \cos 95^\circ$$

$$\overline{DA}^2 = 7^2 + 8,72^2 - 2 \cdot 7 \cdot 8,72 \cdot \cos 95^\circ = 49 + 76,01 + 12,16 = 152,17 \Rightarrow \overline{AD} = 12,34 \text{ cm}$$

$$P = \overline{DC} + \overline{CB} + \overline{BA} + \overline{AD} = 8 + 5,19 + 4,5 + 12,34 = 30,03 \text{ cm}$$

O perímetro do quadrilátero é de 30,03 cm.

6.- Para calcular a altura dun globo, realizamos as medicións indicadas na figura. Canto dista o globo do punto A? Canto do punto B ? A que altura está o globo?



No triângulo ABG , o ângulo que falta será,

$$\widehat{AGB} = 180^\circ - (72^\circ + 63^\circ) = 45^\circ$$

Co teorema de seno,

$$\frac{20}{\sin 45^\circ} = \frac{\overline{GB}}{\sin 72^\circ} = \frac{\overline{GA}}{\sin 63^\circ} \Rightarrow \begin{aligned} \overline{GB} &= \frac{20 \cdot \sin 72^\circ}{\sin 45^\circ} = 26,9 \text{ m} \\ \overline{GA} &= \frac{20 \cdot \sin 63^\circ}{\sin 45^\circ} = 25,2 \text{ m} \end{aligned}$$

No triângulo AHG que é rectângulo:

$$\sin 75^\circ = \frac{x}{GA} = \frac{x}{25,2} \Rightarrow x = \overline{GA} \cdot \sin 75^\circ = 25,2 \cdot \sin 75^\circ = 24,34 \text{ m}$$

O globo dista do punto A: 25,2 m, do punto B: 26,9 m e está a unha altura de 24,34m.

7.- Dous barcos parten dun porto con rumbos distintos que forman un ángulo de 127° . O primeiro sae ás 10 h da mañá cunha velocidade de 17 nós, e o segundo sae ás 11 h 30 min, cunha velocidade de 26 nós. Se o alcance dos seus equipos de radio é de 150 km, poderán poñerse en contacto ás 3 da tarde?

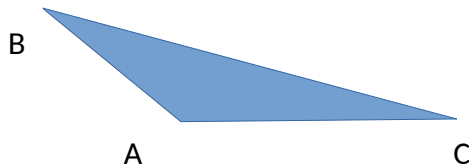
1 NÓ=1 MILLA NÁUTICA=1,852 KM/H.

$$17 \text{ nós} = 17 \cdot 1,852 \text{ km/h} = 31,484 \text{ Km/h}$$

$$\text{De 10 da mañá ás 3 da tarde: 5 horas } e_{\text{recorrido polo primeiro}} = v_1 \cdot t_1 = 31,484 \cdot 5 = 157,42 \text{ Km}$$

$$26 \text{ nós} = 26 \cdot 1,852 \text{ km/h} = 48,152 \text{ Km/h}$$

$$\text{De 11.30 da mañá ás 3 da tarde: 3,5 horas } e_{\text{recorrido polo segundo}} = v_2 \cdot t_2 = 48,152 \cdot 3,5 = 168,352 \text{ Km}$$



A: punto partida B: barco 1 C: barco 2 Entón: $\widehat{BAG} = 120^\circ$, $\overline{AB} = 157,42$, $\overline{AC} = 168,352$

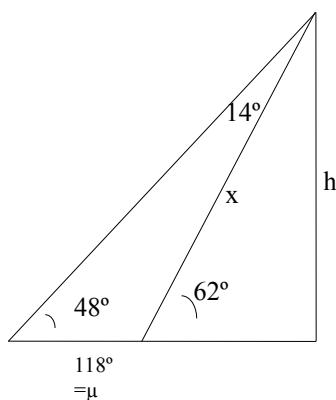
Co teorema do coseno,

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos 120^\circ$$

$$\overline{BC}^2 = 157,42^2 + 168,532^2 - 2 \cdot 157,42 \cdot 168,532 \cdot \cos 120^\circ = 85112,71 \Rightarrow \overline{BC} = 291,74 \text{ Km}$$

Non poderán poñerse en contacto , estarán a unha distancia de 291,74 Km.

8.- Dende un punto no chan vese a azotea dun edificio cun ángulo de elevación de 48° . Avanzando 20 metros en dirección ao edificio, o ángulo de elevación increméntase en 14° . Calcula a altura do edificio.



Pódese resolver utilizando as tanxentes de 48° e 62° e resolvendo o sistema obtido con y e h como incógnitas, ou utilizando o teorema do seno para calcular x e a partir dese valor calcular h . Neste caso hai que calcular primeiro o ángulo de 14° . $\mu = 180^\circ - 62^\circ$ (suplementario de 62°). Os ángulos do triángulo da esquerda son 48° , 118° e $180^\circ - (48^\circ + 118^\circ) = 14^\circ$. Aplicando nese triángulo o teorema do seno:

$$\frac{20}{\sin 14^\circ} = \frac{x}{\sin 48^\circ} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 14^\circ} = 61,44 \text{ m}$$

$$\sin 62^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \sin 62^\circ = 54,25$$

← 20 m → ← y →

O edificio ten unha altura de 54,25 metros