

EXERCICIOS TRIGONOMETRÍA. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS.

1.- Responde:

- a) Cantos radiáns corresponden aos 360° dunha circunferencia?
- b) Cantos graos mide 1 radián?
- c) Cantos graos mide un ángulo que ten $\frac{\pi}{2}$ radiáns?
- d) Cantos radiáns equivalen a 270° ?

2.- Expressa en graos sesaxesimais os seguintes ángulos dados en radiáns:

- a) $\frac{\pi}{6}$
- b) $\frac{2\pi}{3}$
- c) $\frac{4\pi}{3}$
- d) $\frac{5\pi}{4}$
- e) $\frac{7\pi}{6}$
- f) $\frac{9\pi}{2}$

3.- Pasa a radiáns os seguintes ángulos dados en graos. Exprésaos en función de π e en forma decimal.

- a) 40°
- b) 108°
- c) 135°
- d) 240°
- e) 270°
- f) 126°

4.- Calcula as demais razóns trigonométricas do ángulo α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) utilizando as relacións fundamentais:

- a) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- d) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{8}$
- e) $\cos \alpha = 0,72$
- f) $\tan \alpha = 3$

5.- Indica las restantes razones trigonométricas de α (sin usar la calculadora para calcular α). Luego compruébalas utilizando la calculadora.

- a) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{-4}{5}$ $\alpha < 270^\circ$
- b) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ $\tan \alpha < 0$
- c) $\tan \alpha = -3$ $\alpha < 180^\circ$

6.- Relaciona as razóns trigonométricas dos seguintes ángulos coas dun ángulo do primeiro cuadrante:

- a) 150°
- b) 135°
- c) 210°
- d) 225°
- e) 315°
- f) 120°
- g) 340°
- h) 200°
- i) 290°

7.- Se $\operatorname{sen} \alpha = 0,35$, determina:

- a) $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$
- b) $\operatorname{sen}(\alpha + 90^\circ)$
- c) $\operatorname{sen}(180^\circ + \alpha)$
- d) $\operatorname{sen}(360^\circ - \alpha)$
- e) $\operatorname{sen}(90^\circ - \alpha)$
- f) $\operatorname{sen}(360^\circ + \alpha)$

8.- Calcula as razóns trigonométricas de 55° , 125° , 145° , 215° , 235° , 305° e 325° a partir das razóns trigonométricas de 35° : $\operatorname{sen} 35^\circ = 0,57$; $\cos 35^\circ = 0,82$; $\operatorname{tg} 35^\circ = 0,70$.

9.- Se $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ e $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, determina:

- a) $\operatorname{sen}(\alpha)$
- b) $\cos(\alpha)$
- c) $\tan(90^\circ - \alpha)$

d) $\sin(180^\circ - \alpha)$

e) $\cos(180^\circ + \alpha)$

f) $\tan(360^\circ - \alpha)$

10.- Calcula o resultado das seguintes operacións sen utilizar a calculadora:

a) $5 \cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 + 2 \cos \pi - \cos \frac{3\pi}{2} + \cos 2\pi$

b) $5 \tan \pi + 3 \cos \frac{\pi}{2} + 2 \tan 0 + \sin \frac{3\pi}{2} - 2 \sin 2\pi$

c) $\frac{2}{3} \sin \frac{\pi}{2} - 4 \sin \frac{3\pi}{2} + 3 \sin \pi - \frac{5}{3} \sin \frac{\pi}{2}$

11.- Proba que:

a) $4 \sin \frac{\pi}{6} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \pi = 2$

b) $2\sqrt{3} \sin \frac{2\pi}{3} + 4 \sin \frac{\pi}{6} - 2 \sin \frac{\pi}{2} = 3$

12.- Calcula o resultado das seguintes operacións sen utilizar a calculadora:

a) $\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2} + \sin \pi$

b) $\cos \pi - \cos 0 + \cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{3\pi}{2}$

c) $\sin \frac{2\pi}{3} - \cos \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{4\pi}{3} + \tan \frac{11\pi}{6}$

13.- Calcula o resultado das seguintes operacións sen utilizar a calculadora:

a) $\sin \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{7\pi}{4}$

b) $\cos \frac{5\pi}{3} + \tan \frac{4\pi}{3} - \tan \frac{7\pi}{6}$

c) $\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - 2\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3}$

d) $-2 \sin \frac{5\pi}{4} + 2\sqrt{6} \cos \frac{5\pi}{6} - 2 \cos \frac{5\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2} - \cos \pi$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.-

14.- Resolve os seguintes triángulos rectángulos ($C = 90^\circ$) calculando a medida de todos os elementos descoñecidos:

a) $a = 5$ cm, $b = 12$ cm. Halla c , A , B .

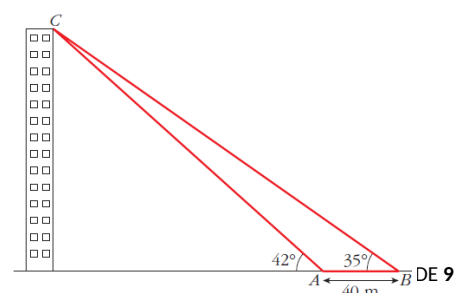
b) $a = 43$ m, $A = 37^\circ$. Halla b , c , B .

c) $a = 7$ m, $B = 58^\circ$. Halla b , c , A .

d) $c = 5,8$ km, $A = 71^\circ$. Halla a , b , B .

15.- Para determinar a altura dun poste afastámonos 7 m da súa base e despois medimos o ángulo que forma a visual ao punto máis alto coa horizontal, co que obtemos un valor de 40° . Canto mide o poste?

16.- Estamos en A, medimos o ángulo baixo o que se ve o edificio (42°), despois afastámonos 40 m e volvemos medir o ángulo (35°). Cal coidas que é a altura do edificio e a que distancia nos atopamos del? Observa a ilustración:



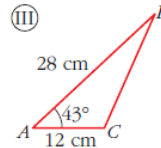
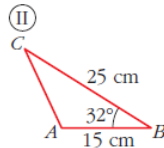
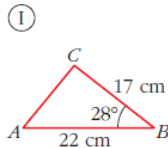
17.- Se queremos que unha cinta transportadora de 25 metros eleve a carga ata unha altura de 15 metros, que ángulo se deberá inclinar a cinta?

18.- Unha escada de 2 m está apoiada nunha parede formando un ángulo de 50° co chan. Calcula a altura á que chega e a distancia que separa a súa base da parede.

19.- O lado dun rombo mide 8 cm e o ángulo menor deste é de 38° . Canto miden as diagonais do rombo?

20.-

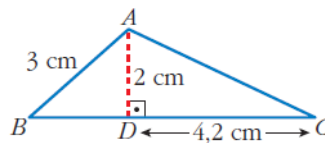
a) Calcula a altura correspondente ao lado AB en cada un dos seguintes triángulos:



b) Calcula a área de cada triángulo.

21.- Nun triángulo ABC coñecemos $a = 20$ cm, $c = 33$ cm e $B = 53^\circ$. Calcula a lonxitude do lado b .

22.- No triángulo ABC, AD é a altura relativa ao lado BC. Cos datos da figura, indica os ángulos do triángulo ABC.



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS CALQUERA. TEOREMA DO SENO E DO COSENO.

23.- Calcula a e b no triángulo ABC no que: $A = 55^\circ$, $B = 40^\circ$, $c = 15$ m.

24.- Calcula o ángulo C e o lado b no triángulo ABC no que: $A = 50^\circ$, $a = 23$ m, $c = 18$ m.

25.- Resolve os seguintes triángulos:

a) $A = 35^\circ$ $C = 42^\circ$ $b = 17$ m

b) $B = 105^\circ$ $b = 30$ m $a = 18$ m

26.- Calcula a no triángulo ABC, no que: $A = 48^\circ$, $b = 27,2$ m, $c = 15,3$ m.

27.- Determina os ángulos do triángulo ABC no que $a = 11$ m, $b = 28$ m, $c = 35$ m.

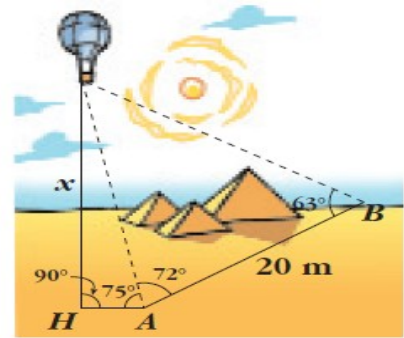
28.- Resolve os seguintes triángulos:

a) $b = 32$ cm $a = 17$ cm $C = 40^\circ$

b) $a = 23$ cm $b = 14$ cm $c = 34$ cm

29.- Un barco B pide socorro e recíbense os seus sinais en dúas estacións de radio, A e C, que distan entre si 50 km. Desde as estacións mídense os seguintes ángulos: $\widehat{BAC} = 46^\circ$ e $\widehat{BCA} = 53^\circ$. A que distancia de cada estación consideras que se encontra o barco?

30.- Para calcular a altura dun globo, realizamos as medicións indicadas na figura. Canto dista o globo do punto A? Canto do punto B? A que altura está o globo?



31.- Dous amigos situados en dous puntos, A e B, que distan 500 m, ven a torre dunha igrexa, C, baixo os ángulos: $\widehat{BAC} = 40^\circ$ e $\widehat{ABC} = 55^\circ$. Que distancia hai entre cada un deles e a igrexa?

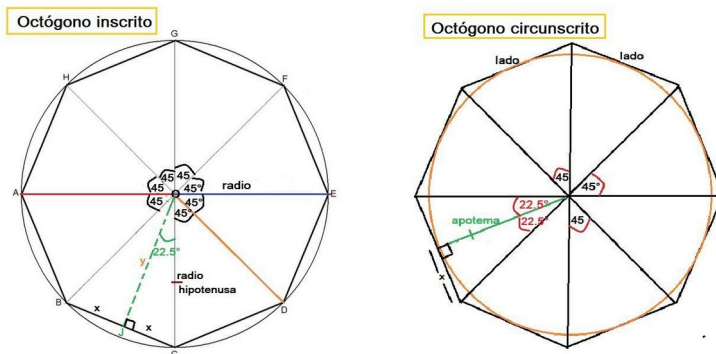
32.- Desde a porta da miña casa, A, vexo o cine, C, que está a 120 m, e o quiosco, K, que está a 85 m, baixo un ángulo $\widehat{CAK} = 40^\circ$. Que distancia hai entre o cine e o quiosco?

33.- Resolve os seguintes triángulos:

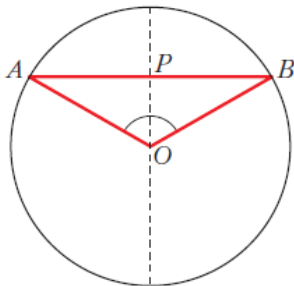
- a) $a = 12$ cm; $b = 16$ cm; $c = 10$ cm
- b) $b = 22$ cm; $a = 7$ cm; $C = 40^\circ$
- c) $b = 5$ m; $A = C = 35^\circ$
- d) $b = 4$ cm; $c = 3$ cm; $A = 105^\circ$

34.- Un avión voa entre dúas cidades, A e B, que distan 80 km. As visuais desde o avión a A e a B forman ángulos de 29° e 43° coa horizontal, respectivamente. A que altura está o avión?

35.- Determina o lado do octógono inscrito e do octógono circunscrito nunha circunferencia de raio 5 cm.



36.- Nunha circunferencia de raio 6 cm trazamos unha corda AB a 3 cm do centro. Indica o ángulo $\widehat{AOB}$



37.- Para localizar unha emisora clandestina, dous receptores, A e B, que distan entre eles 10 km, orientan as súas antenas cara ao punto onde está a emisora. Estas direccións forman con AB ángulos de 40° e 65° . A que distancia de A e B se encontra a emisora?

38.- Nun adestramento de fútbol colócase o balón nun punto situado a 5 m e 8 m de cada un dos postes da portería, cuxo ancho é de 7 m. Baixo que ángulo calculas que se ve a portería desde ese punto?

39.- Dous barcos parten dun porto con rumbos distintos que forman un ángulo de 127° . O primeiro sae ás 10 h da mañá cunha velocidade de 17 nós, e o segundo sae ás 11 h 30 min, cunha velocidade de 26 nós. Se o alcance dos seus equipos de radio é de 150 km, poderán poñerse en contacto ás 3 da tarde?

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS.

40.- Calcula o coseno e a tanxente da suma.

Solución.-

Como $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\cos(\alpha + \beta) \stackrel{\text{ángulos complementarios}}{=} \sin(90 - (\alpha + \beta)) = \sin((90 - \alpha) + (-\beta)) =$$

$$= \sin(90 - \alpha) \cos(-\beta) + \cos(90 - \alpha) \sin(-\beta) \stackrel{\text{ángulos complementarios}}{=} \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} \stackrel{\text{dividindo por } \cos \alpha \cos \beta}{=} \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

41.- Determina as razóns trigonométricas do ángulo de 75° se sabes que $75^\circ = 30^\circ + 45^\circ$.

42.- Calcula o seno, coseno e a tanxente da diferenza.

Solución.-

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + (-\beta)) \stackrel{\text{seno de la suma}}{=} \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) = \sin \alpha \cos(\beta) + \cos \alpha \cdot (-\sin(\beta)) =$$

$$= \sin \alpha \cos(\beta) - \cos \alpha \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha + (-\beta)) \stackrel{\text{cos de la suma}}{=} \cos \alpha \cos(-\beta) - \sin \alpha \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos(\beta) - \sin \alpha \cdot (-\sin(\beta)) =$$

$$= \cos \alpha \cos(\beta) + \sin \alpha \sin(\beta)$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} \stackrel{\text{dividindo por } \cos \alpha \cos \beta}{=} \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

43.- Calcula as razóns trigonométricas do ángulo dobre.

Solución.-

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = \operatorname{sen}(\alpha + \alpha) \stackrel{\text{seno de la suma}}{=} \operatorname{sen} \alpha \cos(\alpha) + \cos \alpha \operatorname{sen}(\alpha) = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos(\alpha + \alpha) = \cos(\alpha + (-\beta)) \stackrel{\text{cos de la suma}}{=} \cos \alpha \cos(\alpha) - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen}(\alpha) = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \tan(\alpha + \alpha) \stackrel{\text{tanxente da suma}}{=} \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

44.- Demuestra a seguinte igualdade: $\frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{\operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b)} = \frac{1}{\tan a}$

45.- Demuestra que: $\frac{2 \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} 2\alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$

46.- Demuestra que:

a) $\frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$

b) $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$

47- Simplifica a expresión $\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$ e calcula o seu valor para $\alpha = \frac{\pi}{4}$

48.- Calcula as razóns trigonométricas do ángulo metade.

Solución.-

$$E_1 \quad \cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$$

$$E_2 \quad \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha = \cos(2\alpha)$$

Restando $E_1 - E_2$: $2 \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - \cos(2\alpha)$

Despexando: $\operatorname{sen} \alpha = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}}$ Ou o que é o mesmo,

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(\alpha)}{2}} \quad \text{Escollemos o signo + ou o - dependendo do cadrante onde se atopa o ángulo } \frac{\alpha}{2}$$

$$E_1 \quad \cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$$

$$E_2 \quad \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha = \cos(2\alpha)$$

Sumando $E_1 + E_2$: $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos(2\alpha)$

Despexando: $\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}}$ Ou o que é o mesmo,

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}} \quad \text{Escollemos o signo + ou o - dependendo do cadrante onde se atopa o ángulo } \frac{\alpha}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{2}}}{\pm\sqrt{\frac{1+\cos(\alpha)}{2}}} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}}$$

49.- Indica as razóns trigonométricas do ángulo de 15° de dous xeitos, considerando:

a) $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$

b) $15^\circ = 30^\circ/2$

50.- Demostra que: $2 \tan \alpha \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin \alpha = \tan \alpha$

51.- Demostra que: $\frac{2 \sin \alpha - \sin(2\alpha)}{2 \sin \alpha + \sin(2\alpha)} = \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

52.- Sabemos que $\cos x = \frac{-3}{4}$ e $\sin x < 0$. Sen determinar o valor de x , calcula:

a) $\sin x$

b) $\cos(\pi + x)$

c) $\cos(2x)$

d) $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$

e) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

f) $\cos\left(\pi - \frac{x}{2}\right)$

53.- Demostra as igualdades :

a) $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

b) $\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$

c) $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

d) $\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$

Solución:

Se $A = \alpha + \beta$ e $B = \alpha - \beta$

Entón, $\alpha = \frac{A+B}{2}$ e $\beta = \frac{A-B}{2}$

Como, $E_1 \quad \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$E_2 \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

Sumando $E_1 + E_2 \quad \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$

Facendo o cambio : $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

Restando $E_1 - E_2 \quad \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$

Facendo o cambio : $\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$

Como, $E_3 \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$$E_4 \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\text{Sumando } E_3 + E_4 \quad E_3 \quad \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\text{Facendo o cambio : } \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\text{Restando } E_3 - E_4 \quad E_3 \quad \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\text{Facendo o cambio : } \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Exemplo: Transforma en produto $\cos 3x + \cos x$

$$\text{Solución: } \cos 3x + \cos x = 2 \cos \frac{3x+x}{2} \cos \frac{3x-x}{2} = 2 \cos(2x) \cos x$$

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS.-

54.- Escribe, en radiáns, a expresión xeral de todos os ángulos que verifican:

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a) $\tan x = -\sqrt{3}$ | b) $\sin x = \cos x$ |
| c) $\sin^2 x = 1$ | d) $\sin x = \tan x$ |

55.- Resolve estas ecuacións:

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------|
| a) $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ | b) $2 \sin^2 x - 1 = 0$ |
| c) $\tan^2 x + \tan x = 0$ | d) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 3$ |

Solucións: a) $60^\circ, 180^\circ$ e 300° ; b) $-45^\circ, 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ e 315° ; c) $0^\circ, 45^\circ, 180^\circ$ e 225° ; d) $-60^\circ, 0^\circ, 60^\circ$ e 300°

56.- Resolve:

- | | |
|---|---|
| a) $4 \cos 2x + 3 \cos x = 1$ | b) $\tan 2x + 2 \cos x = 0$ |
| c) $\sqrt{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) - \cos x = 1$ | d) $2 \sin x \cos^2 x - 6 \sin^3 x = 0$ |

Solucións: a) $-51^\circ 19' 4''$, $51^\circ 19' 4''$ e 180° ; b) $-30^\circ, 90^\circ, 210^\circ, 270^\circ$ e 330° ; c) 90° e 180° ; d) $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ$ e 330°

57.- Resolve as seguintes ecuacións:

- | | |
|---------------------------------------|----------------------------|
| a) $2 \cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 0$ | b) $\sin^2 x - \sin x = 0$ |
| c) $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$ | |

58.- Resolve

- | | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$ | b) $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$ |
| c) $2 \cos^2 x + \sin x = 1$ | d) $3 \tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$ |

59.-

- a) Transforma en produto $\sin 3x - \sin x$ e resolve despois a ecuación $\sin 3x - \sin x = 0$.
 b) Transforma en produto $\cos 3x + \cos x$ e resolve despois a ecuación $\cos 3x + \cos x = 0$.

60.- Resolve:

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{1}{2}$

b) $\sin 2x-2\cos^2 x=0$

c) $\cos 2x-3\sin x+1=0$

d) $\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-\sqrt{2}\sin x=0$

61.-

a) Demostra que $\frac{\sin\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos\alpha+\cos 2\alpha}=\tan\alpha$

b) Calcula sen utilizar a calculadora: $2\sin\frac{5\pi}{4}+2\sqrt{6}\cos\frac{11\pi}{6}-4\sin\frac{2\pi}{3}-2\cos\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{3\pi}{2}$

62.- Sabendo que $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ e α é un ángulo do primeiro cuadrante, e que $\beta=180^\circ+\alpha$, utiliza as fórmulas trigonométricas para calcular **expresando o resultado con fraccións ou radicais**:

a) Coseno e tanxente de α

b) Seno, coseno e tanxente de β

c) $\cos 2\alpha$

d) $\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$

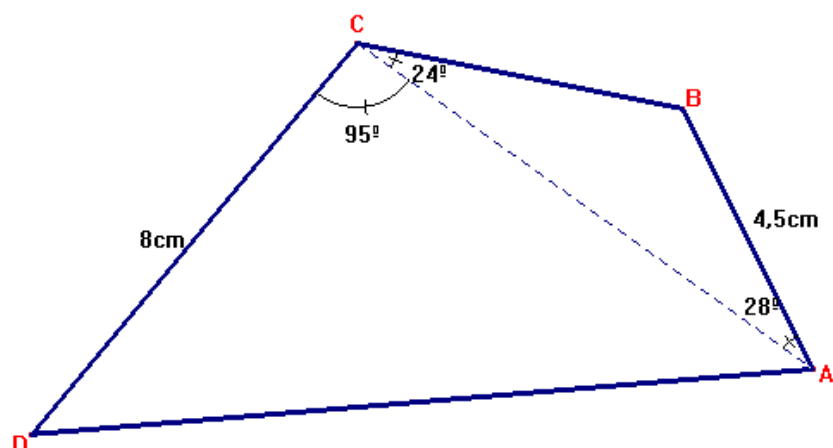
63.- Unha árbore e un observador están en beiras opostas dun río. O observador mide o ángulo que forma súa visual co punto máis alto da árbore e obtén 35° . Retrocede 10 metros e ao medir de novo o ángulo obtén 25° . Que altura ten a árbore?.

64.-Unha antena reprodutora de sinais de radio é observada desde dous puntos do chan separados entre eles 150 metros. Os ángulos que forman as visuais á parte superior da antena coa horizontal son 75° e 55° . Calcula:

a) As distancias de cada punto de observación á parte superior da antena.

b) A altura da antena

65.- Calcula o perímetro do cuadrilátero adxunto :



66.- Resolve as seguintes ecuacións trigonométricas

a) $\cos 2x=1+4\cos x$

b) $2\tan x\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-\sin x=1$