

RESOLUCIÓN DOS PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAIS POLO MÉTODO DE GAUSS.

2.- En certa xadería, por unha copa da casa, dúas orchatas e catro batidos cóbranche 34 € un día. Outro día, por 4 copas da casa e 4 orchatas cóbranche 44€ e, un terceiro día, pídenche 26 € por unha orchata e catro batidos. Tes motivos para pensar que algún dos tres días presentáronche unha conta incorrecta?

Solución.-

x: prezo copa da casa ; y: prezo orchata ; z: prezo batido

$$\begin{cases} x+2y+4z=34 \\ 4x+4y=44 \\ y+4z=26 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 34 \\ 4 & 4 & 0 & 44 \\ 0 & 1 & 4 & 26 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 4E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 34 \\ 0 & -4 & -16 & -92 \\ 0 & 1 & 4 & 26 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow -\frac{E_2}{4} \\ E_3 \leftrightarrow E_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 34 \\ 0 & 1 & 4 & 23 \\ 0 & 1 & 4 & 26 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - E_2}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 34 \\ 0 & 1 & 4 & 23 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

S.I. (Non ten solución)

Sistema equivalente : $\begin{cases} x+2y+4z=34 \\ y+4z=23 \\ 0=3 \end{cases}$ O sistema non ten solución. $0=3$!!!!

IMPOSIBLE!!! Algún dos tres días presentaron unha conta incorrecta.

3.- Dous amigos invisten 20 000 € cada un. O primeiro coloca unha cantidade A ao 4% de xuro, unha cantidade B ao 5% e o resto ao 6%. O outro inviste a mesma cantidade A ao 5%, a B ao 6% e o resto ao 4%. Determina as cantidades A, B e C sabendo que o primeiro obtén uns intereses de 1 050 € e o segundo de 950 €.

Solución.-

x: cantidade A ; y: cantidade B ; z: cantidade C

$$\begin{cases} x+y+z=20000 \\ 0,04x+0,05y+0,06z=1050 \\ 0,05x+0,06y+0,04z=950 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 20000 \\ 0,04 & 0,05 & 0,06 & 1050 \\ 0,05 & 0,06 & 0,04 & 950 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow 100E_2 \\ E_3 \leftrightarrow 100E_3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 20000 \\ 4 & 5 & 6 & 105000 \\ 5 & 6 & 4 & 95000 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 4E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - 5E_1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 20000 \\ 0 & 1 & 2 & 25000 \\ 0 & 1 & -1 & -5000 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - E_2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 20000 \\ 0 & 1 & 2 & 25000 \\ 0 & 0 & -3 & -30000 \end{pmatrix}$$

S.C.D. (unha única solución)

O sistema equivalente : $\begin{cases} x+y+z=20000 \\ y+2z=25000 \\ -3z=-30000 \end{cases}$ de onde se obtén facilmente que: $z=10000$;

$$y=5000 \text{ e } x=10000$$

A son 10000 €, B son 5000 € e C son 10000 €.

4.- Dispõe de tres caixas A, B e C con moedas de 1 euro. Sábese que en total hai 36 euros. O número de moedas de A excede en 2 á suma das moedas das outras dúas caixas. Se se traslada 1 moeda da caixa B á caixa A, esta terá o dobre de moedas que B. Calcula cantas moedas había en cada caixa.

Solución.-

x: cantidade de moedas en A ; y: cantidade de moedas en B ; z: cantidade de moedas en C:

$$\text{en C: } \begin{cases} x+y+z=36 \\ x=y+z+2 \\ x+1=2(y-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=36 \\ x-y-z=2 \\ x-2y=-3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3 \leftrightarrow E_3 - E_1]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_2 \leftrightarrow E_2 - E_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -2 & -2 & -34 \\ 0 & -3 & -1 & -39 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3 \leftrightarrow E_3 - E_2]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_2 \leftrightarrow -\frac{E_2}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & 1 & 1 & 17 \\ 0 & 3 & 1 & 39 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3 \leftrightarrow E_3 - 3E_2]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_2 \leftrightarrow E_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & 1 & 1 & 17 \\ 0 & 0 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

S.C.D. (unha única solución)

$$\text{O sistema equivalente: } \begin{cases} x+y+z=36 \\ y+z=17 \\ -2z=-12 \end{cases} \text{ de onde se obtén facilmente que: } z=6 ; y=11 \text{ e } x=19.$$

En A hai 19 moedas ; en B hai 11 moedas e en C hai 6 moedas .

5.- Nunha mesa dunha cafetería tomaron 2 cafés, 1 refresco e 2 té, custándolles 4'70 €. Noutra mesa pagaron 6'85 € por 3 cafés, 3 refrescos e un té. Por outra parte dous amigos tomaron un café e un refresco pagando 1'95 €. Canto custa cada bebida?

Solución.-

x: prezo café ; y: prezo refresco ; z: prezo té

$$\begin{cases} 2x+y+2z=4,70 \\ 3x+3y+z=6,85 \\ x+y=1,95 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4,7 \\ 3 & 3 & 1 & 6,85 \\ 1 & 1 & 0 & 1,95 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_1 \leftrightarrow E_3]{E_2 \leftrightarrow E_2 - 3E_1, E_3 \leftrightarrow E_3 - 2E_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1,95 \\ 3 & 3 & 1 & 6,85 \\ 2 & 1 & 2 & 4,7 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_2 \leftrightarrow E_2 - 3E_1]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_3 \leftrightarrow E_3 - 2E_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1,95 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0,8 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_2 \leftrightarrow E_3]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_3 \leftrightarrow E_3 - 2E_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1,95 \\ 0 & -1 & 2 & 0,8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

S.C.D. (unha única solución)

$$\text{O sistema equivalente: } \begin{cases} x+y=1,95 \\ -y+2z=0,8 \\ z=1 \end{cases} \text{ de onde se obtén facilmente que: } z=1 ; y=1,2 \text{ e } x=0,75.$$

Café: 0,75€; Refresco:1,2€; Té: 1€

6.-Unha empresa destina 5.400 € para gratificar aos seus 51 empregados. Concede 150 € aos empregados do nivel A, 120 € aos do nivel B e 90 € aos do nivel C. Tendo en conta que para os do nivel B destina en total o dobre que para os do nivel A, Cantos empregados hai en cada nivel?

Solución.-

x: nº empregados do nivel A ; y: nº empregados do nivel B ; z: nº empregados do nivel C

$$\begin{cases} x+y+z=51 \\ 150x+120y+90z=5400 \\ 120y=2(150x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=51 \\ 150x+120y+90z=5400 \\ 300x-120y=0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 150 & 120 & 90 & 5400 \\ 300 & -120 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - 150E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - 300E_1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 0 & -30 & -60 & -2250 \\ 0 & -420 & -300 & -15300 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow -\frac{E_2}{30} \\ E_3 \leftrightarrow -\frac{E_3}{60}}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 0 & 1 & 2 & 75 \\ 0 & 7 & 5 & 255 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 - 7E_2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 0 & 1 & 2 & 75 \\ 0 & 0 & -9 & -270 \end{pmatrix}$$

S.C.D. (unha única solución)

O sistema equivalente : $\begin{cases} x+y+z=51 \\ y+2z=75 \\ -9z=-270 \end{cases}$ de onde se obtén facilmente que: $z=30$; $y=15$ e

$x=6$.

Nº empregados do nivel A: 6 ; Nº empregados do nivel B: 15; Nº empregados do nivel C: 30.

7.-Tres amigos soben á báscula de dous en dous. Andrés e Benxamín suman 173 kg, Andrés e Carlos 152 kg e por último Benxamín e Carlos pesan 165 kg. Canto pesa cada un?

Solución.-

x: peso Andrés ; y: peso Benxamín ; z: peso Carlos

$$\begin{cases} x+y=173 \\ x+z=152 \\ y+z=165 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 173 \\ 1 & 0 & 1 & 152 \\ 0 & 1 & 1 & 165 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 - E_1 \\ E_3 \leftrightarrow E_3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 173 \\ 0 & -1 & 1 & -21 \\ 0 & 1 & 1 & 165 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_1 \leftrightarrow E_1 \\ E_2 \leftrightarrow E_2 \\ E_3 \leftrightarrow E_3 + E_2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 173 \\ 0 & -1 & 1 & -21 \\ 0 & 0 & 2 & 144 \end{pmatrix}$$

S.C.D. (unha única solución)

O sistema equivalente : $\begin{cases} x+y=173 \\ -y+z=-21 \\ 2z=144 \end{cases}$ de onde se obtén facilmente que: $z=72$; $y=93$ e

$x=80$.

Andrés:80 kg; Benxamín:93 kg; Carlos:72 Kg

8.-Unha persoa ten o seu diñeiro colocado en tres depósitos bancarios diferentes A, B e C. O diñeiro invertido en A prodúcelle un 4% de beneficio, en B un 7% e en C un 6%. Os seus beneficios foron de 1.962 € anuais. Debido aos cambios nos tipos de xuro, o segundo ano os beneficios son do 3'5% en A, o 6% en B e o 5% en C, sendo os seus beneficios totais de 1.668 €. Canto diñeiro ten invertido en cada depósito bancario se en total ten 30.000 €?

Solución.-

x: diñeiro invertido en A ; y: diñeiro invertido en B ; z: diñeiro invertido en C

$$\begin{cases} x + y + z = 30000 \\ 0,04x + 0,07y + 0,06z = 1962 \\ 0,035x + 0,06y + 0,05z = 1668 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 30000 \\ 0,04 & 0,07 & 0,06 & 1962 \\ 0,035 & 0,06 & 0,05 & 1668 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3 \leftrightarrow 100E_3]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_2 \leftrightarrow 100E_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 30000 \\ 4 & 7 & 6 & 196200 \\ 3,5 & 6 & 5 & 166800 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3 \leftrightarrow E_3 - 3,5E_1]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_2 \leftrightarrow E_2 - 4E_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 30000 \\ 0 & 3 & 2 & 76200 \\ 0 & 2,5 & 1,5 & 61800 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_3 \leftrightarrow 3E_3 - 2,5E_2]{E_1 \leftrightarrow E_1, E_2 \leftrightarrow E_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 30000 \\ 0 & 3 & 2 & 76200 \\ 0 & 0 & -0,5 & -5100 \end{pmatrix}$$

S.C.D. (unha única solución)

$$\text{O sistema equivalente: } \begin{cases} x + y + z = 30000 \\ 3y + 2z = 76200 \\ -0,5z = -5100 \end{cases} \text{ de onde se obtén facilmente que: } z = 10200 ;$$

y = 18600 e x = 1200.

Diñeiro invertido en A: 1200€; Diñeiro invertido en B: 18600€ ;Diñeiro invertido en C: 10200€.