

UNIDAD 01: NÚMEROS ENTEROS

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Para sumar dos números enteros:

Si los **dos tienen el mismo signo** (los dos positivos o los dos negativos):

- Se suman los valores absolutos (los números sin signo).
- Al resultado se le añade el mismo signo de los números.

Si los **dos tienen distinto signo** (uno positivo y otro negativo):

- Se restan los valores absolutos (los números sin signo).
- Al resultado se le añade el signo del número con mayor valor absoluto.

Nota: Para simplificar las sumas y restas de enteros tenemos que tener en cuenta:

$$+(+a)=+a$$

$$+(-a)=-a$$

$$+(-a)=-a$$

$$-(-a)=+a$$

1.- Calcula mentalmente:

a) $5 - 7$

b) $2 - 9$

c) $3 - 4$

d) $6 - 10$

e) $5 - 12$

f) $9 - 15$

g) $-12 + 17$

h) $-22 + 10$

i) $-21 + 15$

j) $-3 - 6$

k) $-1 - 9$

l) $-12 - 13$

2.- Calcula mentalmente:

a) $5 + (-9)$

b) $5 + (-11)$

c) $13 - 9$

d) $22 - 30$

e) $21 - 33$

f) $46 + (-52)$

g) $-8 - 14$

h) $-21 - 15$

i) $-33 - 22$

j) $+(-13) - (-18)$

k) $-22 + 9$

l) $-37 - (-21)$

3.- Calcula como en el ejemplo:

$$7 - 4 - 6 - 2 + 5 + 3 - 4 = 15 - 16 = -1$$

a) $3 - 9 + 4 - 8 - 2 + 13$

b) $-15 - 4 + 12 - 3 - 11 - 2$

c) $3 - 7 + 2 - 5$

d) $16 - 22 + 24 - 31 + 12 - 15$

4.- Quita paréntesis y calcula:

a) $(-3) - (+4) - (-8)$

b) $-(-5) + (-6) - (-3)$

c) $(+8) - (+6) + (-7) - (-4)$

d) $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7)$

e) $+(-9) - (+13) - (-11) + (+5)$

f) $-(+8) + (-3) - (-15) - (+6) - (+2)$

5.- Calcula:

a) $3 - (5 + 7 - 10 - 9)$

b) $4 + (8 - 6 - 10) - (6 - 10 + 4)$

c) $(7 - 11 - 4) - (9 - 6 - 13)$

d) $-(6 - 3 - 5) - (-4 - 7 + 15)$

6.- Calcula:

a) $7 - [1 + (9 - 13)]$

b) $-9 + [8 - (13 - 4)]$

c) $12 - [6 - (15 - 8)]$

d) $-17 + [9 - (3 - 10)]$

e) $2 + [6 - (4 - 2 + 9)]$

f) $15 - [9 - (5 - 11 + 7)]$

Para multiplicar o dividir números enteros:

Si los **dos tienen el mismo signo** (los dos positivos o los dos negativos):

-Se multiplican o dividen los valores absolutos (los números sin signo).

-El resultado es positivo.

Si los **dos tienen distinto signo** (uno positivo y otro negativo):

-Se multiplican o dividen los valores absolutos (los números sin signo).

-El resultado es negativo.

7.- Calcula:

a) $(+10) \cdot (-2)$

b) $(-4) \cdot (-9)$

c) $(-7) \cdot (+5)$

d) $(+11) \cdot (+7)$

e) $(-18) : (+3)$

f) $(-15) : (-5)$

g) $(+36) : (-9)$

h) $(-30) : (-10)$

8.- Calcula:

• $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (-5) = +30$

• $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-3) \cdot (-10) = +30$

a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4)$

b) $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5)$

c) $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2)$

d) $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5)$

9.- Calcula:

a) $(-28) : [(+12) : (-3)]$

b) $[(-45) : (+3)] : (+5)$

c) $(-100) : [(-36) : (-9)]$

d) $[(-72) : (+9)] : (-8)$

POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

Una potencia es una forma abreviada de expresar el producto de varios factores iguales.

Es decir $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ (n veces)

Ejemplos.

$$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

$$(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$$

$$(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = +625$$

$$-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$$

PROPIEDADES POTENCIAS

1.- TODO NÚMERO DISTINTO DE CERO ELEVADO A CERO ES 1, ES DECIR, $a^0 = 1$ Y

TODO NÚMERO ELEVADO A 1 ES EL PROPIO NÚMERO, ES DECIR, $a^1 = a$

2.- PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE : $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

SE DEJA LA MISMA BASE Y SE SUMAN LOS EXPONENTES!!!

3.- COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE : $a^n : a^m = a^{n-m}$ ó $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

SE DEJA LA MISMA BASE Y SE RESTAN LOS EXPONENTES!!!

4.- POTENCIA DE UNA POTENCIA: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

SE DEJA LA MISMA BASE Y SE MULTIPLICAN LOS EXPONENTES!!!

5.- PRODUCTO DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE O POTENCIA DE UN PRODUCTO:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

SE DEJA EL MISMO EXPONENTE Y SE MULTIPLICAN LAS BASES!!!

6.- COCIENTE DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE O POTENCIA DE UN COCIENTE:

$$a^n : b^n = (a : b)^n \quad \text{ó} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$

10.- Calcula:

a) $(+2)^5$

b) $(-2)^6$

c) $(-5)^3$

d) $(+3)^4$

e) $(-3)^4$

f) $(+10)^5$

g) $(-10)^5$

h) $(-4)^3$

11.- Calcula mentalmente:

a) $(-1)^{28}$

b) $(-1)^{29}$

c) $(-1)^{30}$

d) $(-1)^{31}$

e) $(-10)^3$

f) $(+10)^0$

g) $(-10)^2$

h) $(-10)^4$

i) $(+10)^6$

j) $(-10)^6$

12.- Calcula como en los ejemplos y observa las diferencias.

• $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$

• $-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$

a) $(-2)^4$

b) -2^4

c) $(+2)^4$

d) $(-2)^3$

e) -2^3

f) $(+2)^3$

g) $(-5)^2$

h) -5^2

i) $(+5)^2$

j) $(-3)^3$ k) -3^3

l) $(+3)^3$

13.- Halla las potencias siguientes:

a) $(-1)^{10}$

b) $(-1)^7$

c) $(-4)^4$

d) $(-9)^2$

e) $(-10)^7$

f) $(-3)^5$

14.- Calcula.

a) $(-3)^3$

b) $(+3)^3$

c) -3^3

d) $(-3)^4$

e) $(+3)^4$

f) -3^4

15.- Calcula como en el ejemplo y observa la diferencia.

Ejemplo:
$$\left. \begin{aligned} &(3-4)^3 = (-1)^3 = -1 \\ &3^3 - 4^3 = 27 - 64 = -37 \end{aligned} \right\} (3-4)^3 \neq 3^3 - 4^3$$

$$a) \begin{cases} (5+3)^2 \\ 5^2+3^2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (2-4)^3 \\ 2^3-4^3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} (2-3)^4 \\ 2^4-3^4 \end{cases}$$

16.- Observa los ejemplos y calcula aplicando estas propiedades:

$$\bullet (-5)^3 \cdot (-2)^3 = [(-5) \cdot (-2)]^3 = (+10)^3 = +1\ 000$$

$$\bullet (-12)^6 : (-6)^6 = [(-12) : (-6)]^6 = (+2)^6 = +64$$

$$a) (-2)^5 \cdot (+5)^5$$

$$b) (+4)^3 \cdot (-5)^3$$

$$c) (-6)^4 : (+3)^4$$

$$d) (-5)^7 : (+5)^7$$

$$e) (-15)^4 : (-5)^4$$

$$f) (+32)^5 : (-16)^5$$

17.- Calcula como en el ejercicio resuelto anterior:

$$a) (-4)^8 : (-4)^5$$

$$b) (+6)^7 : (+6)^5$$

$$c) (+3)^{10} : (+3)^6$$

$$d) (-8)^5 : (-8)^3$$

$$e) (-15)^4 : (-15)^4$$

$$f) (-12)^3 : (-12)^2$$

18.- Calcula, usando las propiedades de las potencias:

$$a) [(-2)^4 \cdot (-2)^6] : (-2)^8$$

$$b) [(-3)^4 \cdot (-3)^3] : (-3)^6$$

$$c) (-5)^8 : [(-5)^2 \cdot (-5)^4]$$

$$d) (-7)^7 : [(-7)^4 \cdot (-7)^3]$$

19.- Calcula, usando las propiedades de las potencias:

$$a) (-5)^4 \cdot (-2)^4$$

$$b) (-4)^4 \cdot (-5)^4$$

$$c) (-18)^3 : (-6)^3$$

$$d) (+35)^3 : (-7)^3$$

$$e) [(-5)^3]^2 : (-5)^5$$

$$f) [(-8)^4]^3 : (-8)^{10}$$

20.- Calcula, usando las propiedades de las potencias.

$$a) (+12)^3 : (+12)^3$$

$$b) (-8)^9 : (-8)^8$$

$$c) [(-5)^4 \cdot (-5)^3] : (-5)^5$$

$$d) (+6)^7 : [(+6)^2 \cdot (+6)^3]$$

$$e) [(-2)^7 : (-2)^4] : (-2)^3$$

$$f) (-2)^7 : [(-2)^4 : (-2)^3]$$

RAÍCES DE NÚMEROS ENTEROS

Se llama raíz enésima de un número a y, y se escribe $\sqrt[n]{a}$, a un número b que cumple que $b^n = a$:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

$\sqrt[n]{a}$ se llama radical; a , radicando y n índice de la raíz.

Ejemplos.

$$\sqrt{49} = \pm 7 \text{ pq } (\pm 7)^2 = 49$$

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ pq } 2^3 = 8$$

$$\sqrt{-64} \notin \mathbb{R} \text{ (no hay ningún n.º real que elevado al cuadrado dé negativo)}$$

$$\sqrt[4]{81} = \pm 3 \text{ pq } (\pm 3)^4 = 81$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2 \text{ pq } (-2)^5 = -32$$

Es importante saber que:

- Las raíces de índice par sólo tienen solución real si el radicando es positivo. En ese caso tienen dos opuestas. Ejemplo: $\sqrt{16} = \pm 4$ porque $(\pm 4)^2 = 16$.

Aunque tiene dos raíces, cuando escribimos $\sqrt{16} = 4$ nos referimos a la raíz positiva y cuando escribimos $-\sqrt{16} = -4$ nos referimos a la raíz negativa.

- Las raíces de índice impar tienen siempre solución real y ésta es del mismo signo que el radicando. Ejemplo: $\sqrt[3]{125} = 5$; $\sqrt[5]{-32} = -2$

21.- Escribe las soluciones enteras, si existen:

a) $\sqrt{+1}$
e) $\sqrt{36}$

b) $\sqrt{-1}$
f) $\sqrt{-49}$

c) $\sqrt{4}$
e) $\sqrt{64}$

d) $\sqrt{-4}$
f) $\sqrt{-81}$

22.- Calcula como en el ejercicio resuelto anterior, si existen, y observa las diferencias.

a) $\sqrt{16+9}$ y $\sqrt{16}+\sqrt{9}$
c) $\sqrt{16-25}$ y $\sqrt{16}-\sqrt{25}$

b) $\sqrt{100-36}$ y $\sqrt{100}-\sqrt{36}$

23.- Calcula la raíz entera de las siguientes raíces por tanteo:

a) $\sqrt{32}$

b) $\sqrt{150}$

c) $\sqrt{258}$

d) $\sqrt{2345}$

24.- Calcula las siguientes raíces (si existen):

a) $\sqrt[3]{1000}$

b) $\sqrt[3]{-1000}$

c) $\sqrt[4]{16}$

d) $\sqrt[4]{-16}$

e) $\sqrt[5]{243}$

f) $\sqrt[5]{-243}$

g) $\sqrt[6]{1000000}$

h) $\sqrt[6]{-1000000}$

i) $\sqrt[3]{27}$

j) $\sqrt[4]{-256}$

k) $\sqrt[6]{-64}$

l) $\sqrt[3]{-8}$

25.- Calcula:

a) $(-2)^0 - (-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3 - 2^4$

b) $(-3)^0 + (-4)^2 - (+2)^3 - (-3)^3 + \sqrt{64}$

OPERACIONES COMBINADAS

Recuerda!!!

1º Corchetes y paréntesis.

2º Potencias y raíces.

3º Multiplicaciones y divisiones (si hay varias seguidas de izquierda a derecha).

4º. Sumas y restas (si hay varias seguidas de izquierda a derecha).

26.- Calcula:

a) $20 - 4 \cdot 7 + 11$

b) $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2$

c) $15 - 20 : 5 - 3$

d) $6 - 10 : 2 - 14 : 7$

e) $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6$

f) $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6$

27.- Calcula.

a) $5 - 4 \cdot 3$

b) $2 \cdot 9 - 7$

c) $4 \cdot 5 - 6 \cdot 3$

d) $2 \cdot 8 - 4 \cdot 5$

e) $16 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 - 19$

f) $5 \cdot 6 - 21 - 3 \cdot 7 + 12$

28.- Calcula:

Ejemplo:

• $(-3) \cdot (-4) + (-6) \cdot 3 = (+12) + (-18) = 12 - 18 = -6$

a) $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4$

b) $32 : (-8) - (-20) : 5$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4)$

d) $(+25) : (-5) + (-16) : (+4)$

e) $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2)$

f) $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3)$

29.- Calcula paso a paso:

a) $5 \cdot (-4) - 2 \cdot (-6) + 13$

b) $-6 \cdot (+4) + (-3) \cdot 7 + 38$

c) $(-2) \cdot (+8) - (-5) \cdot (-6) + (-9) \cdot (+4)$

d) $-(-9) \cdot (+5) \cdot (-8) \cdot (+7) - (+4) \cdot (-6)$

30.- Calcula:

a) $18 - 5 \cdot (3 - 8)$

b) $11 - 40 : (-8)$

c) $4 \cdot (8 - 11) - 6 \cdot (7 - 9)$

d) $(4 - 5) \cdot (-3) - (8 - 2) : (-3)$

e) $15 + 2 \cdot [8 - 3 \cdot 5]$

f) $(-3) \cdot (+5) - 3 \cdot [11 + 3 \cdot (5 - 11)]$

g) $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)]$

h) $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7)$

31.- Calcula:

a) $7 - 15 + 2 + 9 - 34$	(S: -31)
b) $4 + (-2) - 3 - (-5) + 8$	(S: 12)

c) $- (+9) + 11 + (-7) - 4 + (+25) + 8$	(S: 24)
d) $8 - 3 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot (-2)$	(S: 10)
e) $6 - 4 : 2 + 9 \cdot 3 - 12 : (-3) + 2$	(S: 37)
f) $2 - [4 + 5 \cdot (6 - 10 : 2) - (-3)]$	(S: -10)
g) $+(-3) + 2 \cdot (-1) \cdot [7 - 8 : (-2)] + 2(6 - 10 : 5)$	(S: -9)
h) $10 - [(14 - 2 \cdot 4) + [4 \cdot 5 + 4(-3)]] : 2$	(S: 3)
i) $-21 + 3 \cdot [(10 - 21 : 3) - (15 - 25 : 5)]$	(S: -42)
j) $2 \cdot [6 - (14 - 2 \cdot 3)] - 3 \cdot [2 - (21 - 18 : 3)]$	(S: 35)
k) $[16 - (-17 + 4 \cdot 2)] : 5 + (3 - 16 : 4) \cdot 2$	(S: 3)
l) $-14 \cdot 6 : (-3) \cdot (-2)$	(S: -56)
m) $(18 : 9 + 5) - (2 - 14 : 7)$	(S: 7)
n) $12 - 8 \cdot (10 - 15)$	(S: 52)
ñ) $(-8) : (-2) - (-12) : 6 - (-2) \cdot (+3) \cdot (-4)$	(S: -18)
o) $(-3 + 7) : (3 - 7) - 2 \cdot [(-3) - (-1)]$	(S: 3)
p) $-(21 - 4 + 2) + (1 - 6 - 2) + 3$	(S: -23)
q) $(9 + 7 - 3 - 6) - (-15 - 5 + 1) + 4$	(S: 30)

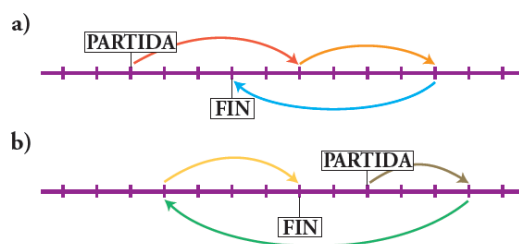
32.- Calcula:

a) $12 - 2 \cdot [5 \cdot 3^2 - (-4) \cdot (-3) + 2^4]$	(S: -86)
b) $(13 - 4 \cdot 2) : [-21 - (-8) \cdot 2]$	(S: -1)
c) $7^2 + 11^2 - 3^4 + 5 \cdot 2^4$	(S: 169)

d) $42 + 5 \cdot 7 - \left[-1 + 4 \cdot (-2) + 3^3 \right] : 9$

(S: 75)

33.- Escribe una expresión que refleje los movimientos encadenados en cada recta y halla el resultado:



34.- En una industria de congelados, la nave de envasado está a 12 °C, y el interior del almacén frigorífico, a 15 °C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre la nave y la cámara?

35.- Un día de invierno amaneció a dos grados bajo cero. A las doce del mediodía, la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cinco de la tarde subió 3 grados más. Desde las cinco a medianoche bajó 5 grados, y de medianoche al alba bajó 6 grados más. ¿A qué temperatura amaneció el segundo día?

36.- Un buzo se encuentra en la plataforma base a 6 m sobre el nivel del mar y realiza estos desplazamientos:

- a) Baja 20 metros para dejar material.
- b) Baja 12 metros más para hacer una soldadura.
- c) Sube 8 metros para reparar una tubería.
- d) Finalmente, vuelve a subir a la plataforma.

¿Cuántos metros ha subido en su último desplazamiento hasta la plataforma?

37.- Alejandro Magno nació en 356 a.C. y murió en 323 a.C. ¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace de eso?