

SOLUCIÓNS
2ª TAREFA REPRESENTACIÓN DE FUNCIÓNS POLINÓMICAS

Exercicio nº1.-

Calcula dominio, cortes cos eixos ,simetrías ,ramas ,monotonía ,extremos relativos ,curvatura, puntos de inflexión e representa a seguinte función:

$$f(x) = x^4 + 4x^3$$

SOLUCIÓN:

1º.- DOMINIO: $\mathbb{R}$

2º.- CORTES:

$$x = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

CORTES : $(0,0)$; $(-4,0)$

3º.- SIMETRÍAS:

$$f(-x) = (-x)^4 + 4(-x)^3 = x^4 - 4x^3 \neq f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao eixo } Y$$

$$f(-x) = (-x)^4 + 4(-x)^3 = x^4 - 4x^3 \neq -f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao } (0,0)$$

4º.- RAMAS:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$$

5º.- MONOTONÍA:

$$f(x) = x^4 + 4x^3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 12x^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 12x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$x = 0, x = -3$ PUNTOS SINGULARES (POSIBLES MÁXIMOS O MÍNIMOS RELATIVOS)

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, -3)$	< 0 (pq $f'(-4) = 4 \cdot (-4)^3 + 12 \cdot (-4)^2 = -256 + 192 < 0$)	$f(x)$ decrece en $(-\infty, -3)$
$(-3, 0)$	> 0 (pq $f'(-1) = 4 \cdot (-1)^3 + 12 \cdot (-1)^2 = -4 + 12 > 0$)	$f(x)$ crece en $(-3, 0)$
$(0, \infty)$	> 0 (pq $f'(1) = 4 \cdot 1^3 + 12 \cdot 1^2 = 4 + 12 > 0$)	$f(x)$ crece en $(0, \infty)$

6º.- EXTREMOS RELATIVOS:

En $x = -3$ hai mínimo relativo. $(-3, f(-3)) = (-3, -27)$ MÁXIMO RELATIVO

En $x = 0$ NON HAI EXTREMO RELATIVO ($f(x)$ crece en $(-3, 0)$ e $f(x)$ crece en $(0, \infty)$)

7º.- CURVATURA:

$$f(x) = x^4 + 4x^3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 12x^2 \Rightarrow f''(x) = 12x^2 + 24x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 + 24x = 0 \Rightarrow 12x(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$x = 0$ e $x = -2$ (POSIBLES PUNTOS DE INFLEXIÓN)

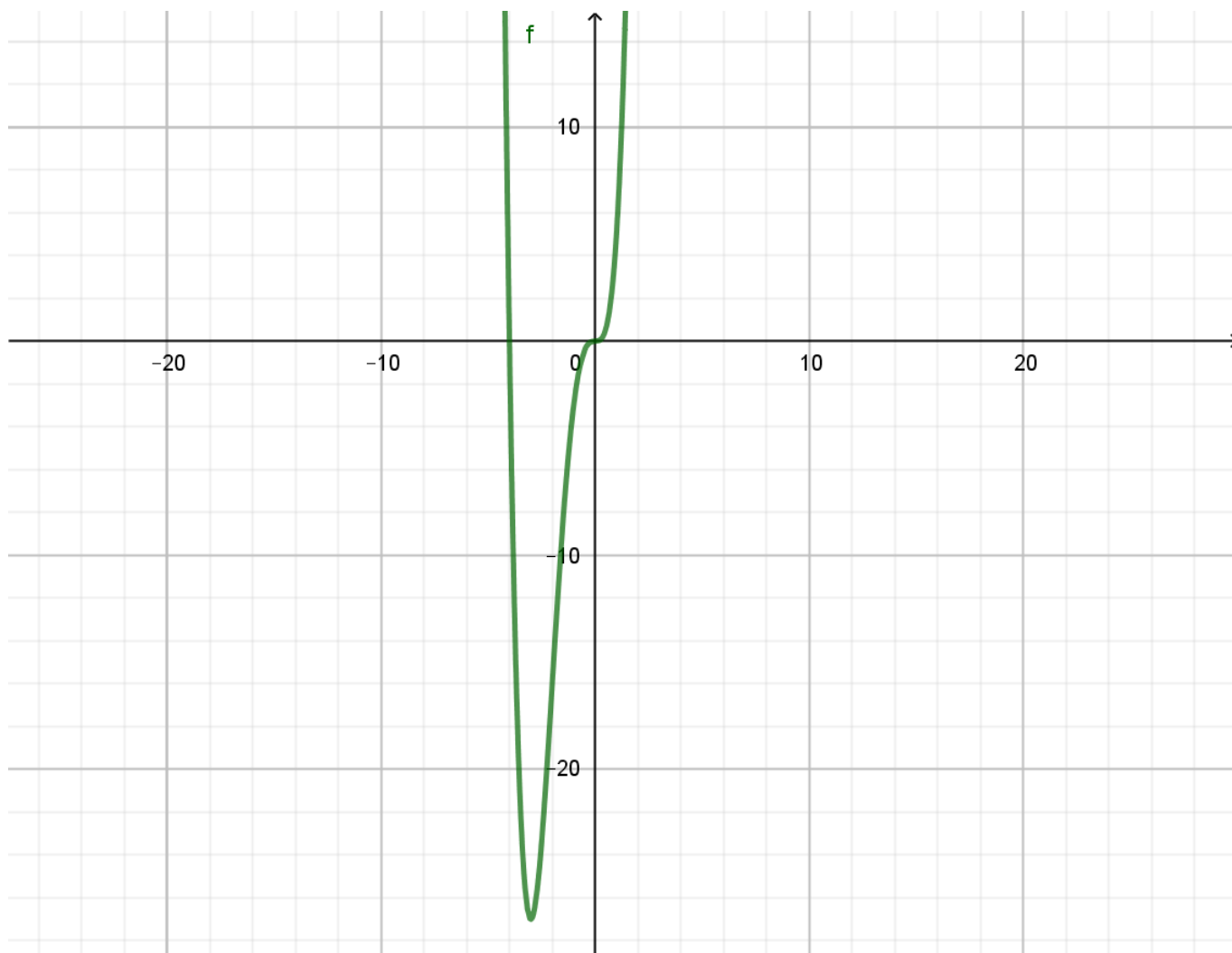
INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, -2)$	> 0 (pq $f''(-3) = 12(-3)^2 + 24(-3) = 108 - 72 > 0$)	$f(x)$ convexa en $(-\infty, -2)$
$(-2, 0)$	< 0 (pq $f''(-1) = 12 - 24 < 0$)	$f(x)$ cóncava en $(-2, 0)$
$(0, \infty)$	> 0 (pq $f''(1) = 12 + 24 > 0$)	$f(x)$ convexa en $(0, \infty)$

8º.- PUNTOS DE INFLEXIÓN:

En $x = -2$ hai punto de inflexión. $(-2, f(-2)) = (-2, -16)$ PUNTO INFLEXIÓN

En $x = 0$ hai punto de inflexión. $(0, f(0)) = (0, 0)$ PUNTO INFLEXIÓN

9º.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA:



Exercicio nº2.-

Calcula dominio, cortes cos eixos ,simetrías ,ramas ,monotonía ,extremos relativos ,curvatura, puntos de inflexión e representa a seguinte función:

$$f(x) = 1 + (1-x)^3$$

SOLUCIÓN:

1º.- DOMINIO: $\mathbb{R}$

2º.- CORTES:

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 + (1-x)^3 = 1 + (1-0)^3 = 1 + 1 = 2$$

$$y = 0 \Rightarrow 1 + (1-x)^3 = 0 \Rightarrow (1-x)^3 = -1 \Rightarrow 1-x = -1 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2$$

CORTES : $(0, 2)$; $(2, 0)$

3º.- SIMETRÍAS:

$$f(-x) = 1 + (1-(-x))^3 = 1 + (1+x)^3 \neq f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao eixo Y}$$

$$f(-x) = 1 + (1-(-x))^3 = 1 + (1+x)^3 \neq -f(x) \Rightarrow f(x) \text{ NON simétrica respecto ao } (0, 0)$$

4º.- RAMAS:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$$

5º.- MONOTONÍA:

$$f(x) = 1 + (1-x)^3 \Rightarrow f'(x) = 0 + 3(1-x)^2(-1) = -3(1-x)^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -3(1-x)^2 = 0 \Rightarrow (1-x)^2 = 0 \Rightarrow 1-x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ PUNTO SINGULAR (POSIBLE MÁXIMO O MÍNIMO RELATIVO)

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, 1)$	< 0 (pq $f'(0) = -3(1-0)^2 = -3 < 0$)	$f(x)$ decrece en $(-\infty, 1)$
$(1, \infty)$	< 0 (pq $f'(2) = -3(1-2)^2 = -3 < 0$)	$f(x)$ decrece en $(1, \infty)$

6º.- EXTREMOS RELATIVOS:

En $x = 1$ NON HAI EXTREMO RELATIVO. ($f(x)$ decrece en $(-\infty, 1)$ e $f(x)$ decrece en $(1, \infty)$).

NON HAI EXTREMOS RELATIVOS

7º.- CURVATURA:

$$f(x) = 1 + (1-x)^3 \Rightarrow f'(x) = -3(1-x)^2 \Rightarrow f''(x) = -6(1-x)(-1) = 6(1-x) = 6 - 6x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6 - 6x = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ (POSIBLE PUNTO DE INFLEXIÓN)

INTERVALO	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty, 1)$	> 0 (pq $f''(0) = 6 - 6 \cdot 0 > 0$)	$f(x)$ convexa en $(-\infty, 1)$
$(1, \infty)$	< 0 (pq $f''(2) = 6 - 6 \cdot 2 < 0$)	$f(x)$ cóncava en $(1, \infty)$

8º.- PUNTOS DE INFLEXIÓN:

En $x = 1$ hai punto de inflexión. $(1, f(1)) = (1, 1)$ PUNTO INFLEXIÓN.

9º.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

