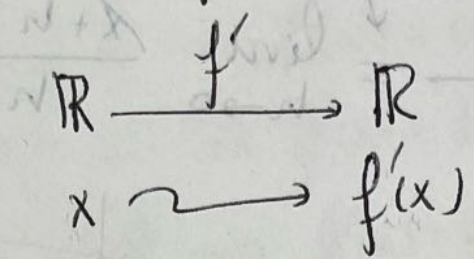


FUNÇÃO DERIVADA

$f'(x)$ é uma função



A cada x atribua-se a derivada de f nesse x ou o que é o mesmo a pendente da recta tangente a f nesse x

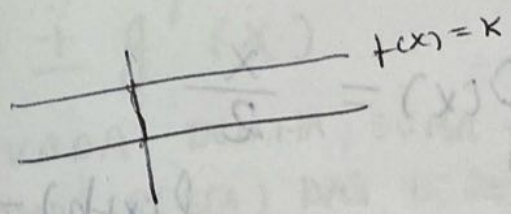
¡ IMOS CALCULAR FUNÇÕES DERIVADAS !

Empecemos pelas más simples:

① $f(x) = k$ (constante)

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k - k}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$



A derivada de uma função constante é zero. (A pendente da recta tangente de uma função constante é zero)

Exemplo:

$$f(x) = 3 \longrightarrow f'(x) = 0$$

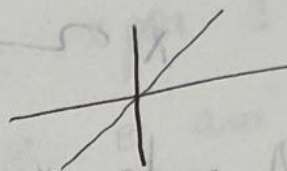
$$f(x) = \sqrt{7} \longrightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = -\frac{\pi}{2} \longrightarrow f'(x) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = x$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \begin{matrix} f(x) = x \\ \downarrow \end{matrix} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$$



$$f(x) = x \longrightarrow f'(x) = 1$$

$$f(x) = 2x$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \begin{matrix} f(x) = 2x \\ \downarrow \end{matrix} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 2x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2$$

$$f(x) = 2x \longrightarrow f'(x) = 2$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \frac{x}{2}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x+h}{2} - \frac{x}{2}}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{h}{2}}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2h} = \frac{1}{2}$$

③ $f(x) = x^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^2} + h^2 + 2xh - \cancel{x^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh}{h} = \frac{0}{0} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h+2x)}{\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} (h+2x) = 0+2x = \underline{\underline{2x}} \end{aligned}$$

$f(x) = x^2 \longrightarrow f'(x) = 2x$

④ $f(x) = x^3$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^3} + h^3 + 3x^2h + 3h^2x - \cancel{x^3}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 3x^2h + 3h^2x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h^2 + 3x^2 + 3hx)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 + 3x^2 + 3hx) = 0^2 + 3x^2 + 3 \cdot 0x = \underline{\underline{3x^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+h)^3 &= (x+h)^2 \cdot (x+h) = (x^2 + h^2 + 2xh) \cdot (x+h) = \\ &= \underbrace{x^3 + x^2h}_{\text{}} + \underbrace{h^2x + h^3}_{\text{}} + \underbrace{2x^2h + 2xh^2}_{\text{}} = \\ &= x^3 + h^3 + 3x^2h + 3h^2x \end{aligned}$$

¡ FÁXÁ DEVOS !

Se $f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$

Se $f(x) = x^1 \Rightarrow f'(x) = 1$

Se $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x^1$ ← exponente

Se $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$ ← 1 menos

Se $f(x) = x^4 \Rightarrow f'(x) = 4x^3$ ← 1 menos g.º de $f(x)$

Entón se $f(x) = x^5 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$

$f(x) = x^6 \Rightarrow f'(x) = 6x^5$

$f(x) = x^7 \Rightarrow f'(x) = 7x^6$

$f(x) = x^8 \Rightarrow f'(x) = 8x^7$

$\{f(x) = x^n\} \Rightarrow \{f'(x) = n \cdot x^{n-1}\}$

¡ ESTO TAMÉN SE CUMPRE !

$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$

A DERIVADA DUNA SUMA (RESTA)
É A SUMA (RESTA) DAS DERIVADAS

Exemplo

$f(x) = x^5 + x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 5x^4 + 2x + 1$

$f(x) = x^3 + 5 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 0 = 3x^2$

$f(x) = x^8 + x^4 \Rightarrow f'(x) = 8x^7 + 4x^3$

ISTO TAMÉN SE CUMPRE!

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

CONSTANTE

$$f(x) = 3 \cdot x \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot (x)' = 3 \cdot 1 = 3$$

$$f(x) = 5x^8 \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot (x^8)' = 5 \cdot 8 \cdot x^7 = 40x^7$$

$$f(x) = \frac{x^6}{3} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^6)' = \frac{1}{3} \cdot 6x^5 = 2x^5$$

GUUUUU...!

AGORA XA PODEMOS DERIVAR MOITAS
FUNCIÓNS SEN NECESIDADE DE FACERLO
COA DEFINIÇÃO COMO LÍMITE. ASÍ
É MOITO MÁIS RÁPIDO.

XA SABEMOS:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

$$\text{Se } f(x) = k \text{ (CONSTANTE)} \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\text{Se } f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

¡ ESTO TAMÉN ME VALE PARA DERIVAR FUNCIONES
CON X NO DENOMINADOR E RAÍCES !

RECORDAR!!

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Exemplos:

LEMBRA

$$f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^n \\ f'(x) &= n x^{n-1} \end{aligned}$$

$$f'(x) = (-1) \cdot x^{-1-1} = -1 \cdot x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = (-2) \cdot x^{-2-1} = -2 \cdot x^{-3} = \frac{-2}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = (-3) \cdot x^{-3-1} = -3 \cdot x^{-4} = \frac{-3}{x^4}$$

$$f(x) = \frac{5}{x^7} = 5 \cdot x^{-7}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = 5 \cdot (-7) \cdot x^{-7-1} = \frac{-35}{x^8}$$

$$f(x) = \frac{3}{5x^{10}} = \frac{3}{5} \cdot x^{-10}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{3}{5} \cdot (-10) \cdot x^{-10-1} = \frac{-30}{5} x^{-11} = \frac{-6}{x^{11}}$$

...

Exemplos:

LEMBRA

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$f(x) = \sqrt[7]{x^5} = x^{\frac{5}{7}}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{5}{7} \cdot x^{\frac{5}{7}-1} = \frac{5}{7} x^{-\frac{2}{7}} = \frac{5}{7\sqrt[7]{x^2}}$$

$$f(x) = 8 \cdot \sqrt[5]{x^3} = 8 \cdot x^{\frac{3}{5}}$$

$$\Rightarrow$$

$$f'(x) = 8 \cdot \frac{3}{5} \cdot x^{\frac{3}{5}-1} = \frac{24}{5} x^{-\frac{2}{5}} =$$

$$f'(x) = \frac{24}{5 \sqrt[5]{x^2}}$$