

FUNÇÕES ELEMENTAIS. MATEMÁTICAS I.

(8 de Fevereiro de 2024)

Nome: _____

Importante:

É obrigatório **escribir con bolígrafo**.

Valorarase a claridade, limpeza e correcta utilización da linguaxe simbólica (uso das parénteses, colocación de iguais, raias de fracción, símbolos de raíz ...).

Todas as respostas deben ser debidamente razoadas e, no caso dos problemas, os resultados acompañados das unidades correspondentes e unha frase.

1.- Acha o dominio de definición das seguintes funcións (explica o que fas para obtelo): (2,25 puntos)

a) $y = \frac{2x-1}{x^3-x}$

$$x^3-x=0 \Rightarrow x(x^2-1)=0$$

$$\Rightarrow \frac{x=0}{x^2-1=0} \rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ x=-1 \end{matrix}$$

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^3-x \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$$

b) $y = \sqrt{x^2-3x+2}$

$$x^2-3x+2=0 \rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ x=2 \end{matrix}$$

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^2-3x+2 \geq 0\}$$

$$= (-\infty, 1] \cup [2, \infty)$$

$y = x^2-3x+2$
convexe

c) $y = \sqrt{\frac{1-x}{x-3}}$

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} / \frac{1-x}{x-3} \geq 0 \text{ y } x-3 \neq 0\}$$

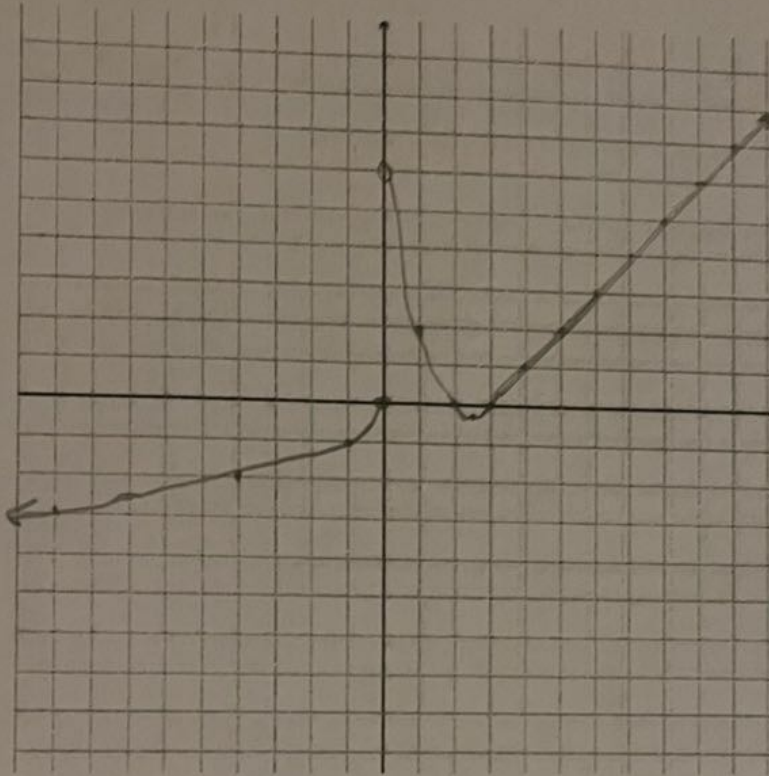
$$= [1, 3)$$

$1-x$

$x-3$

$\frac{1-x}{x-3}$

2.- Representa graficamente a função $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 6 & \text{se } 0 < x < 3 \\ x - 3 & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$ e di qual é o seu domínio e o seu recorrido. É contínua? Se não o é, em que pontos é descontínua? (1,75 pontos)



$\text{Dom } f = \mathbb{R}$
 Recorrido $\text{Im } f = \mathbb{R}$
 É contínua em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$y = -\sqrt{-x} \quad x \leq 0$
 RADICAL
 (media parábola)

x	y
0	0
-1	-1
-4	-2
-9	-3

$y = x^2 - 5x + 6 \quad 0 < x < 3$
 CONVEXA PARÁBOLA

$V(\frac{5}{2}, -0.25)$
 $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} = 2.5$
 $y_v = (2.5)^2 - 5 \cdot 2.5 + 6$
 $= 6.25 - 12.5 + 6$
 $= -0.25$

CONTES $x=0 \Rightarrow y=6$

$(0, 6)$ $y=0$
 $(2, 0)$ $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(3, 0)$ $x=2 \quad x=3$

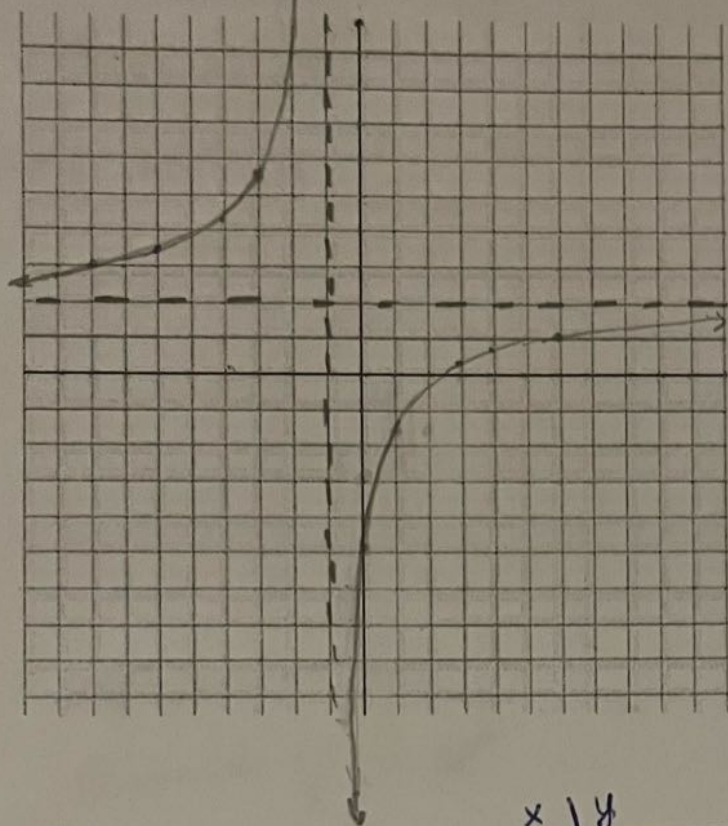
$y = x - 3 \quad x \geq 3$
 RETA

x	y
3	0
4	1
5	2

x	y
0	6
1	2
2	0
3	0
2.5	-0.25

3.- (4 pontos)

a) Debuxa a gráfica de $y = \frac{2x-5}{x+1}$. Indica as súas asíntotas. Indica dominio e percorrido. Fai unha táboa de polo menos 5 valores !!!



$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ -x-2 \\ \hline -7 \end{array} \quad \frac{x+1}{2}$$

$$y = 2 - \frac{7}{x+1}$$

ASÍNTOTAS $x = -1$
 $y = 2$

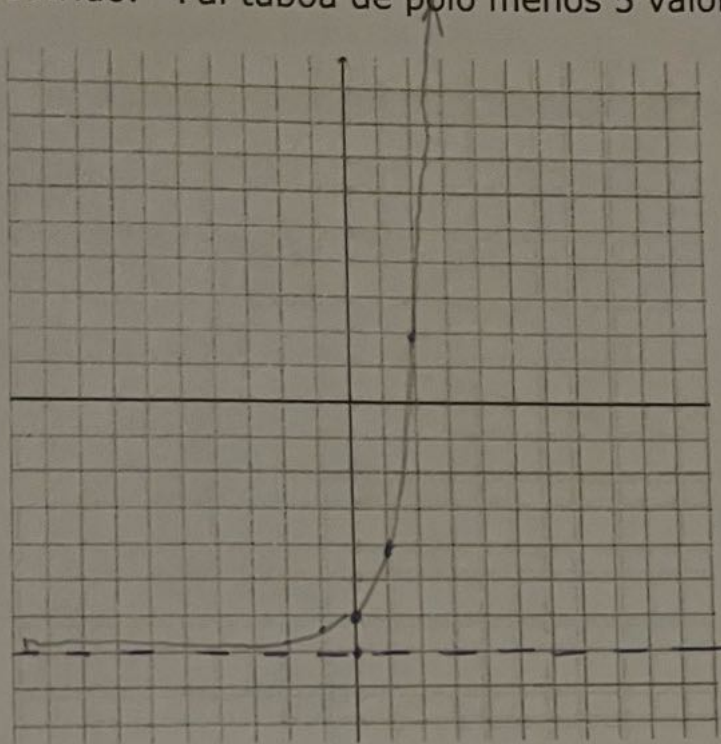
$$D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\text{Percorrido } (f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

x	y
0	$2 - \frac{7}{1} = -5$
1	$2 - \frac{7}{2} = -1.5$
2	$2 - \frac{7}{3} \approx -0.33$
3	$2 - \frac{7}{4} = 2 - 1.75 = 0.25$
4	$2 - \frac{7}{5} = 2 - 1.4 = 0.6$
6	$2 - \frac{7}{7} = 2 - 1 = 1$
13	$2 - \frac{7}{14} = 1.5$
$-0.5 = -\frac{1}{2}$	$2 - \frac{7}{0.5} = -12$
9	$2 - \frac{7}{10} = 1.3$
7	$2 - \frac{7}{8} = 2.0875 \approx 1.25$
8	$2 - \frac{7}{9} = 1.22$

x	y
-2	$2 - \frac{7}{(-1)} = 9$
-3	$2 - \frac{7}{(-2)} = 5.5$
-4	$2 - \frac{7}{(-3)} \approx 4.33$
-8	$2 - \frac{7}{(-7)} = 3$
-9	$2 - \frac{7}{(-8)} = 2.875$
-6	$2 - \frac{7}{(-5)} = 2 + \frac{7}{5} = 2 + 1.4 = 3.4$
-5	$2 - \frac{7}{(-4)} = 2 + 1.75 = 3.75$
-7	≈ 3.17
-1.5	$2 - \frac{7}{(-0.5)} = 2 + 14 = 16$

b) Representa $y=3^x-7$ e indica as assíntotas. Indica domínio e percorrido. Fai táboa de polo menos 5 valores !!!



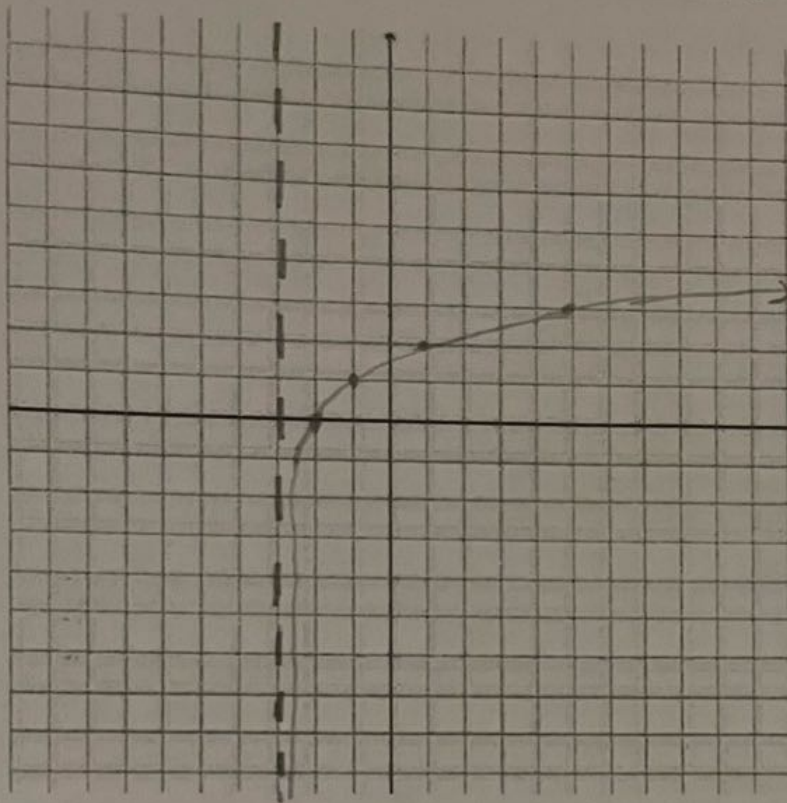
$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$Percorrido(f) = (-7, \infty)$$

$$ASÍNTOTA: y = -7$$

x	y
0	-6
1	-4
2	2
3	20
-1	$\frac{1}{3} - 7 = -7 + \frac{1}{3} = -6\frac{2}{3}$
-2	$\frac{1}{9} - 7 = -7 + \frac{1}{9} = -6\frac{8}{9}$
-3	$-\frac{1}{27} - 7 = -7 - \frac{1}{27} = -6\frac{28}{27}$
-4	$-\frac{1}{81} - 7 = -7 - \frac{1}{81} = -6\frac{82}{81}$
0,5	$\sqrt{3} - 7 \approx -5,732$

c) Representa $y = \log_2(x+3)$ e indica as asíntotas. Indica dominio e percorrido. Fai táboa de polo menos 5 valores !!!



$$D(f) = (-3, \infty)$$

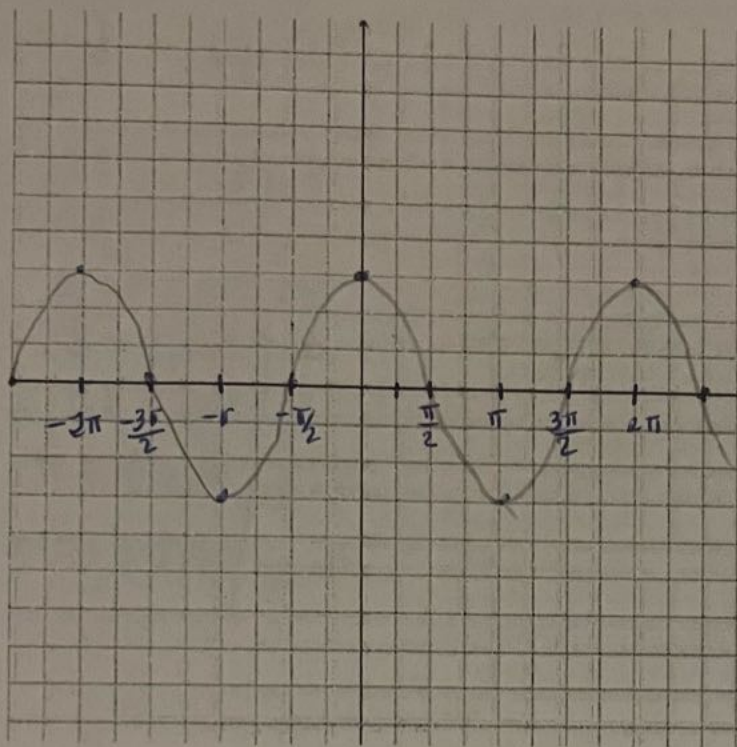
x	y
-2	$0 = \log_2 1$
-1	$\log_2 2 = 1$
1	$\log_2 4 = 2$
5	$\log_2 8 = 3$
$-3 + \frac{1}{2}$	$\log_2 \frac{1}{2} = -1$
$-3 + \frac{1}{4}$	$\log_2 \frac{1}{4} = -2$

$$D(f) = (-3, \infty)$$

$$\text{Percorrido } (f) = \mathbb{R}$$

$$\text{ASÍNTOTA : } x = -3$$

d) Representa a función $f(x)=3\cos(x)$ e di cal é o seu dominio e o seu percorrido. **Considera a seguinte escala : 2 cuadraditos no eixo X: $\frac{\pi}{2}$, 1 cuadradito no eixo Y: 1.** ¿É periódica? Indica o seu período.



x	y
0	$3 \cdot \cos 0 = 3$
$\frac{\pi}{2}$	$3 \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$
π	$3 \cdot \cos \pi = -3$
$\frac{3\pi}{2}$	$3 \cdot \cos \frac{3\pi}{2} = 0$
2π	$3 \cos 2\pi = 3$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

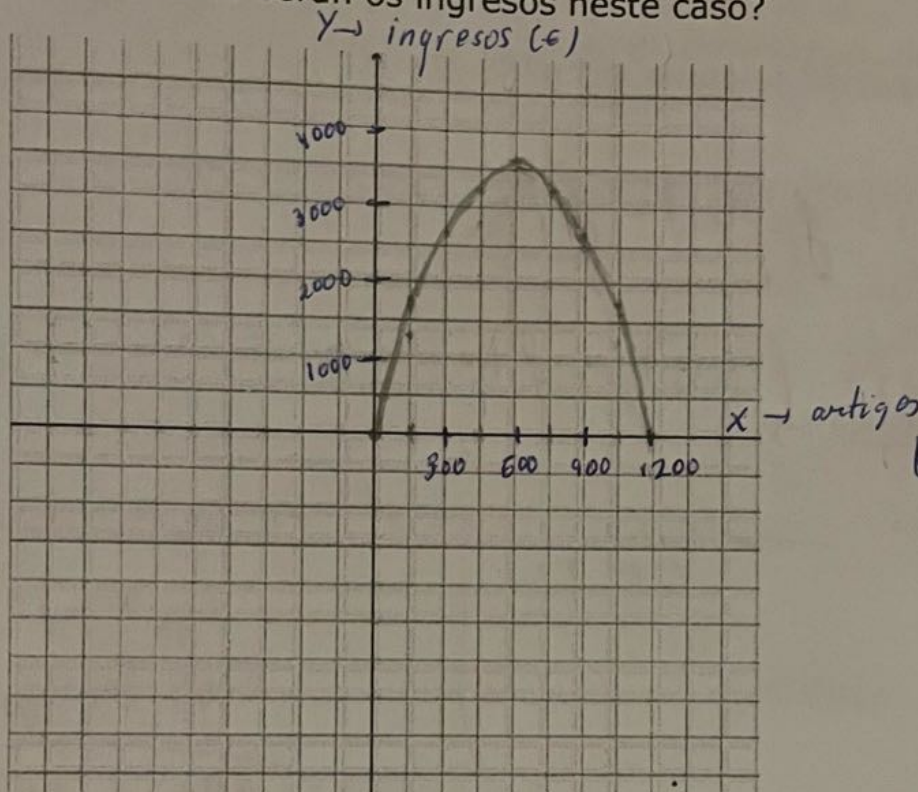
$$\text{Percorrido}(f) = [-3, 3]$$

Periódica de período 2π

4.- O preço de venda dun artigo vén dado pola expresión $p(x) = 12 - 0,01x$ (x = número de artigos fabricados; p = preço dun artigo en euros). (a) 0,75 puntos ; b) 0,25 puntos)

a) Representa a función **nº de artigos vendidos-ingresos totales obtidos**. Considera a seguinte escala : 1 cuadradito no eixo X: 150 artigos , 1 cuadradito no eixo Y: 500 euros.

b) Cantos artigos se deben fabricar para que os ingresos sexan máximos?. Cales serán os ingresos neste caso?



b) $I_{\max.} = 3600 \text{ €}$

Artigos : 600 artigos

Débense fabricar 600 artigos para que os ingresos sexan máximos, os cales serán de 3600 €.

PARÁBOLA

↓ INGRESOS

$$I(x) = x \cdot p(x) = x \cdot (12 - 0,01x) = 12x - 0,01x^2$$

CÓNCAVA

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-12}{-2 \cdot 0,01} = \frac{12}{0,02} = \frac{1200}{2} = 600$$

$$y_v = 12 \cdot 600 - 0,01 \cdot 600^2 = 7200 - 3600 = 3600$$

V (600, 3600)

CORTES : (0, 0), (1200, 0)

$$y=0 \Rightarrow 12x - 0,01x^2 = 0$$

$$x(12 - 0,01x) = 0 \begin{cases} x=0 \\ 12 - 0,01x = 0 \end{cases}$$

$$0,01x = 12$$

$$x = \frac{12}{0,01} = \frac{1200}{1} = 1200$$

x	y
0	0
600	3600
1200	0
300	$3600 - 900 = 2700$
900	2700
150	1575
450	3375

5.- Dadas as funcións $f(x)=x^2+5x+1$ e $g(x)=2^{x-1}$, calcula: (1 punto)

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

c) $(f \circ f)(x)$

d) $g^{-1}(x)$

a) $\underline{(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2^{x-1}) = (2^{x-1})^2 + 5 \cdot 2^{x-1} + 1}$

b) $\underline{(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2+5x+1) = 2^{(x^2+5x+1)-1} = 2^{x^2+5x}}$

c) $\underline{(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x^2+5x+1) = (x^2+5x+1)^2 + 5(x^2+5x+1) + 1}$

d) $y = 2^{x-1} \longrightarrow \text{Cambio } x \text{ por } y$

$x = 2^{y-1} \Rightarrow \log_2 x = \log_2 2^{y-1}$

$\log_2 x = y-1$

$y = 1 + \log_2 x$

$\boxed{g^{-1}(x) = 1 + \log_2 x}$

También

$\log x = \log(2^{y-1}) \Rightarrow$

$\log x = (y-1) \cdot \log 2$

$\frac{\log x}{\log 2} = y-1$

$y = 1 + \frac{\log x}{\log 2}$

$g^{-1}(x) = 1 + \frac{\log x}{\log 2}$

Por propiedad logaritmos: $\log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$

$\boxed{g^{-1}(x) = 1 + \log_2 x}$